

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБОПРОВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ© 2002 Г.М. Макарьянц¹, А.Б. Прокофьев¹, Е.В. Шахматов²¹Самарский государственный аэрокосмический университет²Институт акустики машин

Разработана методика моделирования виброакустических характеристик трубопровода, нагруженного пульсирующим потоком рабочей среды, с использованием современной системы инженерных расчётов ANSYS, базирующейся на методе конечных элементов. Проведены расчёты вибропараметров трубопровода коленообразной формы для двух различных случаев динамической нагрузки присоединённой гидравлической цепи.

Вопрос изучения виброакустических характеристик трубопроводов заслуживает серьёзного внимания, так как он непосредственно связан с обеспечением надёжности в условиях периодически действующих сил. На данный момент существует ряд теоретических работ посвящённых рассматриваемой тематике [1-6]. Одной из первых появилась работа [3]. В ней рассматривалась задача определения амплитуды параметрических колебаний прямолинейного участка трубопровода на податливых опорах с линейными упругими характеристиками с учётом демпфирования. Н.С. Кондрашовым было представлено аналитическое решение дифференциального уравнения, описывающего процесс установившихся параметрических колебаний. Полученное решение было ограничено случаем основного параметрического резонанса ($\omega_{вын} = 2\omega_{соб}$). Кроме того, в указанной математической модели пренебрегалось распределением параметров пульсаций давления и скорости рабочей жидкости по длине исследуемого трубопровода. Последнее допущение существенно ограничивало область применения модели и было корректно лишь для низких частот, когда длина исследуемого трубопровода не превышала 1/8 длины волны акустических колебаний в рабочей жидкости, а механическая подсистема находилась в дорезонансной области. В работе [2] решалась задача определения вибропараметров колебаний криволинейного трубопровода, вызван-

ных пульсациями давления протекающей жидкости. В частности были получены результаты по определению возбуждающей силы. Однако, полученная методика справедлива только для низкочастотных колебаний, так как в указанной модели не учтено изменение параметров пульсаций давления и скорости жидкости по длине трубопровода. Кроме того не учитывалось влияние присоединённой гидравлической цепи, вида опор и некоторых геометрических параметров системы. В работе [6] рассмотрены методы снижения вибрации трубопроводов. Была разработана математическая модель, позволяющая производить расчёт влияния пульсаций давления на динамические характеристики трубопровода. За основу были приняты уравнения Н.Е. Жуковского, которые в дальнейшем были приведены к виду Матье-Хилла с периодическими коэффициентами. Однако, полученные соотношения позволили произвести только расчёт зон динамической неустойчивости. Таким образом, математическая модель работы [6] позволяет оценить динамику системы только на резонансных режимах. В работе [1] рассмотрены вопросы динамики и устойчивости трубопровода и его элементов. При этом учитывается большое число характеристик исследуемых физических объектов и внешних воздействий, таких как старение материалов, воздействие потока жидкости, вязкоупругого основания и сжимающего (растягивающего) продольного уси-

лия. Однако, полученная автором аналитическая модель не позволяла производить расчёт параметров вибрации при вынужденных колебаниях от пульсаций рабочей жидкости, что представляет большой практический интерес. Сам автор отмечает, что решение подобных задач возможно только на базе численных методов расчёта. Развитием исследований Кондрашова Н.С. является работа [4], где представлено решение ранее полученного уравнения [3] для случая вынужденных колебаний трубопровода при возбуждении пульсациями рабочей среды произвольной частоты. При этом в учёт принималась и распределённость параметров пульсаций. Однако данное решение было справедливо только для однородного прямолинейного трубопровода. В работе [5] решена задача о поперечных колебаниях неоднородного прямолинейного трубопровода в условиях пульсаций давления протекающей жидкости. Предложена методика интегрирования полученной системы дифференциальных уравнений в частных производных с помощью приближённого метода Бубнова-Галеркина. Однако описанная модель была справедлива только для прямолинейного участка трубопровода. Кроме того, учёт сил трения производился с помощью подхода, изложенного в [3], который требует развития и уточнения.

В данной работе авторами предлагается методика расчёта параметров пульсаций давления и вибрации трубопровода Г-образной формы с использованием современного программного обеспечения, базирующегося на методе конечных элементов. Для построения виброакустической модели трубопровода и проведения расчётов используется программный комплекс ANSYS.

Принятые при разработке модели допущения можно разделить на две группы: допущения, задаваемые разработчиком, и ограничения, накладываемые программным комплексом ANSYS. Допущения, принятые при разработке виброакустической модели, следующие: линейная постановка задачи; отсутствие силы тяжести и трения в материале трубопровода и опорах, внешней возмущающей силы, кинематического возбуждения тру-

бопровода. Ограничения, накладываемые программным комплексом ANSYS: отсутствие силы трения в жидкости, отсутствие трения между жидкостью и стенкой.

В работе рассмотрена "колениобразная" форма трубопровода (рис.1). Это обусловлено рядом причин. Дело в том, что главной задачей, решаемой авторами, является исследование поперечных колебаний, так как данный вид колебаний является наиболее опасным для авиационных трубопроводов. Вышеперечисленные допущения и ограничения программного комплекса, в частности, отсутствие силы трения между жидкостью и стенкой, не позволяют провести расчёт процесса силового возбуждения поперечных колебаний прямолинейного трубопровода. С другой стороны, в значительной мере виброактивность колениобразного трубопровода, согласно физической модели [2], определяется процессами в области изгиба оси трубопровода и может быть промоделирована с использованием программного комплекса ANSYS. При этом для качественной оценки результатов моделирования (с учётом изложенных выше допущений) возможно сравнение с данными работы [2].

Геометрические размеры исследуемого трубопровода следующие: длина прямолинейного входного участка: $l_1 = 200 \text{ мм}$; радиус колена $R = 200 \text{ мм}$; длина прямолинейного выходного участка $l_2 = 200 \text{ мм}$; наружный и внутренний диаметры $d_{н} = 22 \text{ мм}$ и $d_{вн} = 20 \text{ мм}$.

В качестве опор принимается жёсткая

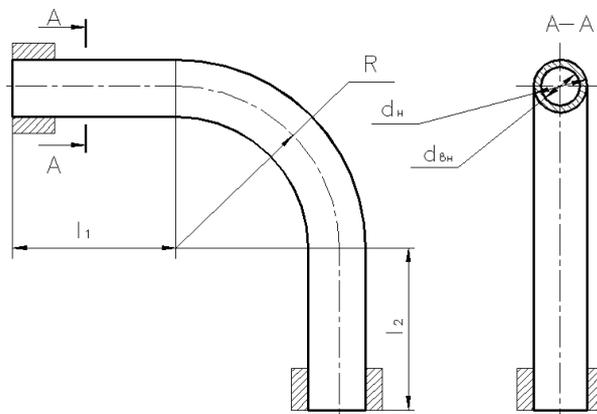


Рис.1. Основные геометрические размеры исследуемого трубопровода

заделка по обоим концам трубопровода.

В исследуемой системе моделируются следующие нагрузки: на входе задаются пульсации давления жидкости с частотой ω_n и амплитудой A_n ; на выходе – динамическая нагрузка гидравлической подсистемы. Моделирование производилось для двух крайних случаев динамической нагрузки: акустически закрытого конца (стоячая волна) и нагрузки на неотражающее сопротивление (бегущая волна) (рис.2).

Традиционно, при проведении расчётов параметров пульсаций рабочей жидкости в трубопроводных системах, в качестве динамической нагрузки используется входной импеданс присоединённой гидравлической цепи [9]. Особенностью программного комплекса ANSYS является то, что акустическую нагрузку здесь можно задать только с помощью коэффициента звукопоглощения α . Импеданс и коэффициент звукопоглощения связаны следующим соотношением [10]:

$$Z_n = \left(x' \cdot \frac{\rho c}{s} \right) + \left(y' \cdot \frac{\rho c}{s} \right) \cdot j,$$

где ρ – плотность рабочей жидкости;
 c – скорость звука в рабочей жидкости;
 s – площадь поперечного сечения трубопровода;

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица;

$$x' = \frac{2N}{(N^2 + 1) - (N^2 - 1) \cdot \cos \delta},$$

$$y' = \frac{(N^2 - 1) \cdot \sin \delta}{(N^2 + 1) - (N^2 - 1) \cdot \cos 2\delta},$$

$$N = \frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha}}{1 - \sqrt{1 - \alpha}} \text{ – коэффициент сто-}$$

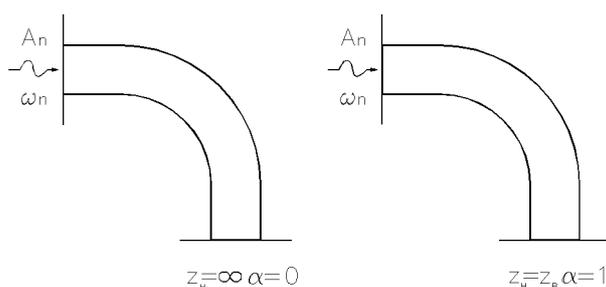


Рис.2. Краевые условия исследуемой системы

ячей волны;

$$\delta = \left(x_0 - \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \text{ – фаза коэффициента отра-}$$

жения;

α – коэффициент звукопоглощения;

x_0 – координата ближайшего к концу трубы минимума давления.

Таким образом, по известному импедансу можно рассчитать коэффициент звукопоглощения. Для случая бегущей волны импеданс присоединённой гидравлической цепи равен волновому сопротивлению трубопровода $Z = Z_0$. При этом амплитуда волны давления постоянна по длине трубопровода (при условии отсутствия трения), то есть $x_0 = 0$, тогда $\alpha = 1$. Для случая стоячей волны $Z = \infty$. Известно [8], что для рассматриваемой стоячей волны минимум пульсаций расположен в сечении, удалённом на четверть длины волны от акустически закрытого конца, то есть $x_0 = \lambda/4$, что по умолчанию реализовано в программном комплексе ANSYS.

Задача решается в трёхмерной постановке. Для моделирования жидкости используется восьмиузловой пространственный элемент FLUID30. Этот элемент предназначен для описания жидкой среды, а также её взаимодействия с твёрдым телом. Обычно применяется для исследования звуковых волн и различных динамических процессов. Узлы используемого элемента имеют 4 степени свободы: перемещения по координатам X, Y, Z и давление. Математическое описание элементов данного типа базируется на волновом уравнении:

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \nabla^2 P = 0,$$

где P – давление в жидкости; t – время;

$$\nabla = \{L\}^T = \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \right).$$

В соответствии с методом конечных элементов волновое уравнение может быть записано в матричной форме:

$$[M_e^P] \{\ddot{P}_e\} + [K_e^P] \{P_e\} + \rho_o [R_e]^T (\ddot{U}_e) = \{0\},$$

где $[M_e^P] = \frac{1}{c^2} \int_{vol} \{N\} \{N\}^T d(vol)$ – матрица

масс жидкости;

$$[K_e^P] = \int_{vol} [B]^T [B] d(vol) - \text{матрица жёсткости}$$

жидкости;

$$\rho_o [R_e] = \rho_o \int_S \{N\} \{n\}^T \{N'\}^T d(S) - \text{матрица}$$

масс виброакустического взаимодействия;

$\{P_e\}$ – вектор узловых давлений;

$\{U_e\}$ – вектор узловых перемещений;

$\{N\}$ – функция формы элемента давления;

$\{N'\}$ – функция формы элемента перемещения;

$$[B] = \{L\} \{N\}^T;$$

$\{n\}$ – единичный вектор нормали к поверхности S .

Элементы пристеночного слоя и элементы, находящиеся под нагрузкой (пульсаций давления и акустического импеданса) имеют свойство взаимодействия со структурой. "Внутренние" элементы жидкости такого свойства не имеют. Взаимодействие жидкости и стенки трубопровода моделируется операцией FSI. Математическое описание этой операции представлено следующим уравнением:

$$\begin{bmatrix} [M_e] & [0] \\ [M^{fs}] & [M_e^P] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{U}_e\} \\ \{\ddot{P}_e\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_e] & [0] \\ [0] & [C_e^P] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{U}_e\} \\ \{\dot{P}_e\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_e] & [K^{fs}] \\ [0] & [K_e^P] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_e\} \\ \{P_e\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_e\} \\ \{0\} \end{Bmatrix},$$

где $[M_e]$ – матрица масс твёрдого тела;

$$[M^{fs}] = \rho_o [R_e]^T;$$

$[U_e]$ – вектор узловых перемещений твёрдого тела;

$[C_e]$ – матрица демпфирования твёрдого тела;

$[K^e]$ – матрица жёсткости твёрдого тела;

$$[K^{fs}] = -[R_e];$$

$\{F_e\}$ – вектор внешних сил.

Нагрузка (коэффициент звукопоглощения) задаётся операцией IMPD. Математически это выражается добавлением слагаемого $[C_e^P] \{\dot{P}_e\}$ в левую часть волнового уравнения в матричной форме.

$$[C_e^P] = \frac{\alpha}{c} \int_S \{N\} \{N\}^T d(S) - \text{матрица демпфирования}$$

жидкости, определяющая условия диссипации на границе взаимодействия.

В качестве исходных данных задаются следующие свойства рабочей жидкости: плотность, скорость звука и коэффициент звукопоглощения.

Для моделирования стенки трубопровода используется десятиузловой тетраэдральный (с промежуточными узлами на рёбрах) пространственный элемент с неплоскими гранями SOLID92. Этот элемент используется для трёхмерного моделирования твёрдых тел. Его узлы имеют 3 степени свободы: перемещения по осям X, Y, Z . Математическое описание данного типа элемента для рассматриваемого случая акустического анализа определяется уравнением:

$$[M] \{\ddot{U}\} + [C] \{\dot{U}\} + [K] \{U\} = \{F^a\}$$

$[M]$ – матрица масс твёрдого тела;

$[C]$ – матрица демпфирования твёрдого тела;

$[K]$ – матрица жёсткости твёрдого тела;

$\{F^a\}$ – вектор внешней нагрузки.

Задаются следующие свойства материала трубопровода: модуль упругости, коэффициент Пуассона, плотность. При этом учёт физических свойств материала трубопровода позволяет смоделировать известное свойство уменьшения скорости звука в жидкости при наличии податливости стенки трубопровода [7]:

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \frac{D_{вн} E_{ж}}{\delta_{ст} E_{мп}}}},$$

где c_0 – скорость распространения волн дав-

ления в жидкости, заключенной в трубопроводе с абсолютно жесткими стенками;

$D_{вн}$ – внутренний диаметр трубопровода;

$\delta_{ст}$ – толщина стенки трубопровода;

$E_{жс}$ – модуль упругости рабочей жидкости;

$E_{мп}$ – модуль упругости материала трубопровода.

Величина скорости звука в жидкости при условии абсолютно жестких стенок трубопровода принимается равной $c=1300$ м/с. Аналитический расчёт для случая податливых стенок по вышеприведенной зависимости показал следующее значение скорости звука $c=1214$ м/с. При численном моделировании скорость звука получилась равной $c=1202$ м/с. Расхождение последних двух величин связана с погрешностью численных методов и не влияет на физическую адекватность получаемых результатов.

Геометрическое моделирование трубопровода и жидкости имеет ряд особенностей. Сначала производится построение поперечного сечения стенки трубопровода и заключенной в нём рабочей жидкости. Затем выполняется вытягивание построенных поверхностей вдоль заранее заданного контура при помощи операции VDRAG. Далее, при помощи операции VGLUE, производится склеивание объёмов жидкости по наружным поверхностям с соответствующими объёмами стенок трубопровода. При этом полученные объёмы стенки и рабочей жидкости имеют единую общую граничную поверхность. Это необходимо для дальнейшего задания взаимодействия пристеночных элементов со стенкой трубопровода. После этого на геометрические объекты наносится сетка конечных элементов. Следует отметить, что нанесение сетки конечных элементов на этапе построения сечения с дальнейшим вытягиванием вдоль оси трубопровода нецелесообразно, так как полученные при этом объекты не будут иметь общей единой поверхности, и моделирование взаимодействия стенки и жидкости станет невозможным.

Расчёты для случая акустически закрытого конца на частоте колебаний 150 Гц по-

казали следующее распределение пульсаций по длине трубопровода (рис.3). Результаты представлены в виде областей равных значений для относительных амплитуд пульсаций давления

$$\bar{A} = \frac{A}{A_{вх}}$$

Распределение пульсаций давления по длине (рис.3) является характерным для стоячей волны: на акустически закрытом конце реализуются максимальные амплитуды. Моделируемая частота колебаний на первом этапе была специально выбрана достаточно низкой – ниже первой резонансной частоты как по гидравлической, так и по механической подсистеме. В этом случае амплитуды пульсаций давления монотонно уменьшаются по длине от выходного к входному сечению. Для оценки адекватности результатов численного моделирования пульсационного состояния были проведены аналитические расчёты по известным моделям [7, 8]. В соответствии с [8] отношение амплитуды пульсаций на акустически закрытом конце к амплитуде в текущем сечении определяется по соотношению:

$$A_p = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos(2 \cdot \varepsilon \cdot l)}}$$

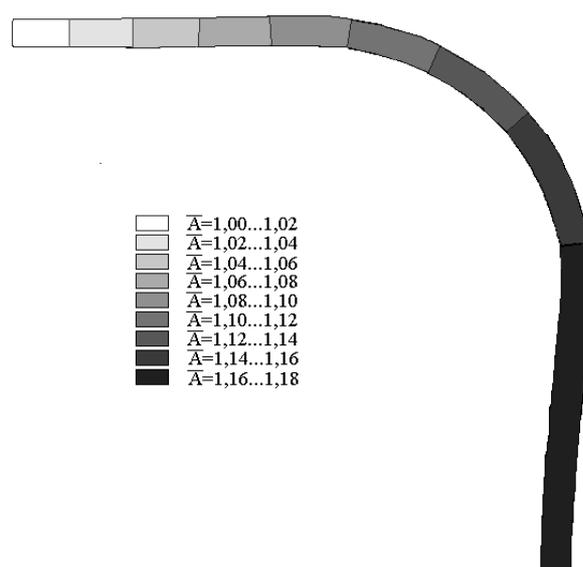


Рис.3. Распределение пульсаций по длине трубопровода для случая акустически закрытого конца при частоте 150Гц

где l – расстояние от анализируемого сечения до акустически закрытого конца трубопровода;

ε – коэффициент фазы; $\varepsilon = \frac{\omega}{c}$;

ω – круговая частота колебаний.

Различие в результатах численного и аналитического моделирования не превышало 0,4% и объясняется погрешностями численных методов. Следует также отметить, что расчёт с использованием программного комплекса ANSYS показал софазный характер колебаний давления в трубопроводе с акустически закрытым концом на дорезонансных частотах, что также согласуется с известными аналитическими моделями [7, 8].

Расчёты для случая нагрузки трубопровода на неотражающее (волновое) сопротивление, как и следовало ожидать, показали равные амплитуды пульсаций давления по длине и сдвиг фаз колебаний в соответствии с зависимостью:

$$|\Delta\phi(x)| = \frac{2\pi \cdot f \cdot x}{c},$$

где x – расстояние от рассматриваемого сечения до выхода исследуемого трубопровода.

В ходе моделирования также было получено распределение вибропараметров по длине трубопровода для обоих исследованных случаев (рис.4, 5).

Результаты представлены в виде областей равных значений для относительных виброскоростей

$$\bar{v} = \frac{v}{A_{\text{вх}}}, \frac{m^2 \cdot c}{кг}$$

Из графиков распределения виброскорости видны как черты сходства, так и различия характера вибрации для обоих исследованных случаев. Минимальные значения виброскорости соответствуют жёстким заделкам на концах трубопровода; максимальные – в изогнутой области. Область максимума виброскорости для случая акустически закрытого конца смещена несколько вниз (по рисунку). Кроме того, виброн нагруженность трубопровода с акустически закрытым концом несколько выше. Максимальное значение от-

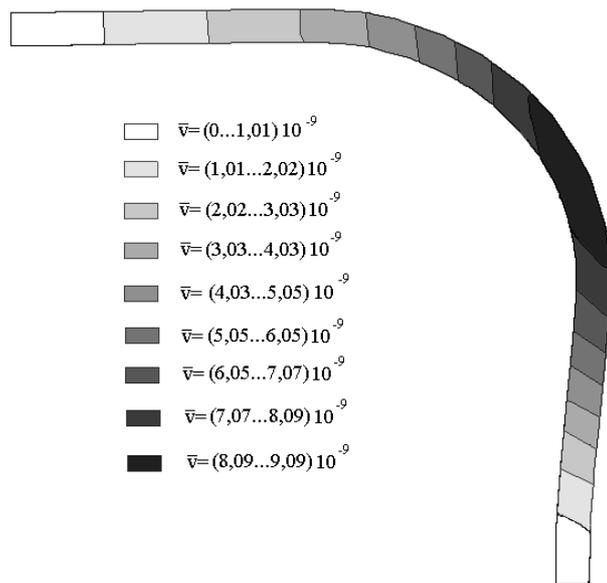


Рис.4. Распределение виброскорости по длине трубопровода для случая акустически закрытого конца при частоте 150 Гц

носительной виброскорости для случая реализации бегущей волны составляет $7,46 \cdot 10^{-9}$, в то время как для нагрузки на акустически закрытый конец – $9,09 \cdot 10^{-9}$.

Разработанная методика моделирования виброакустических характеристик трубопроводных систем позволяет прогнозировать уровни вибропараметров элементов уже на стадии проектирования, предлагать меропр-

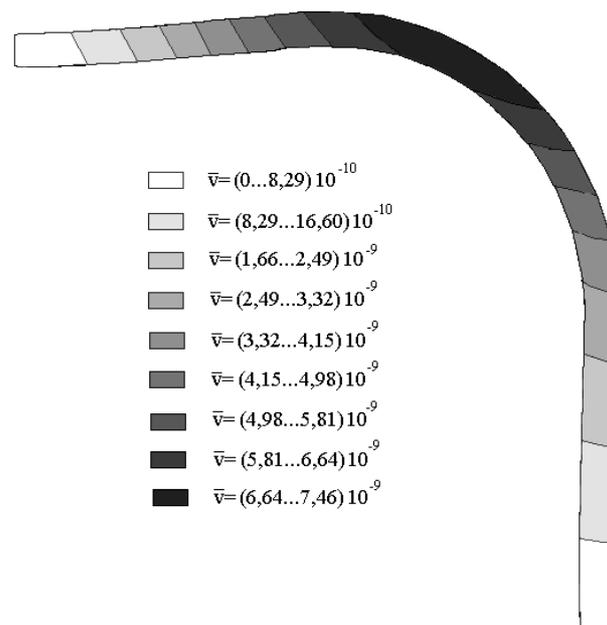


Рис.5. Распределение виброскорости по длине трубопровода для случая нагрузки на неотражающее сопротивление при частоте 150 Гц

ятия по снижению вибронпряжённости, оценивать эффективность корректирующих устройств по повышению работоспособности систем.

Дальнейшее развитие исследований заключается в моделировании упругих опор, анализе влияния вибропараметров на изменение пульсационного состояния гидравлической подсистемы, расчёте акустического излучения от вибрирующего трубопровода в окружающую среду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акимов М.Ю., Вельмисов П.А., Милушева С.Д.* О динамических и статических деформациях трубопровода // Proceedings of the XXII Summer School "Application of Mathematics in Engineering". Technical University of Sofia, Bulgaria, Sozopl.
2. *Гладких А.Г., Хачатурян С.А.* Вибрации в трубопроводах и методы их устранения. М.: Машгиз, 1959.
3. *Кондрашов Н.С.* О параметрических колебаниях трубопроводов // Вибрационная прочность и надёжность авиационных двигателей. Вып. XIX. Куйбышев, 1965.
4. *Леньшин В.В., Шахматов Е.В.* Виброакустическая модель трубопровода // Технопарки, инновации, конверсия. Самара: СГАУ, 1995.
5. *Прокофьев А.Б., Шахматов Е.В.* Виброакустическая модель прямолинейного неоднородного трубопровода при его силовом возбуждении пульсациями рабочей жидкости // Известия Самарского научного центра РАН. Самара, 2000. Т.2. №1.
6. *Сапожников В.М., Лагосюк Г.С.* Прочность и испытания трубопроводов гидросистем самолётов и вертолётов. М.: Машиностроение, 1973.
7. *Попов Д.Н.* Динамика и регулирование пневмо- и гидросистем. М.: Машиностроение, 1977.
8. *Прокофьев А.Б., Шестаков Г.В.* Исследование частотных характеристик отрезка трубопроводной линии при несогласованной нагрузке в виде акустически закрытого трубопровода // Ракетно-космическая техника. Расчет, проектирование, конструирование и испытания космических систем. Серия XII. Вып.1. Самара: ВКБ РКК Энергия, 1998.
9. *Шорин В.П.* Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. М.: Машиностроение, 1980.
10. *Лепендин Л.Ф.* Акустика. М.: Высш. школа, 1978.

MODELING OF PIPELINE VIBROACOUSTICAL CHARACTERISTICS BY THE FINITE ELEMENT METHOD

© 2002 G.M. Makaryants¹, A.B. Prokofjev¹, E.V. Shakhmatov²

¹ Samara State Aerospace University

² Institute of Machines Acoustics, Samara

Method of modeling of pipeline vibroacoustical characteristics with loads of working liquid pulse flow is proposed. Method uses modern CAE system ANSYS based on FEA. Calculations of elbow pipe vibration for different cases of connected hydraulic circuit dynamic loads are made.

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РОТОР-ОПОРА-КОРПУС ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ МНОГОМАССОВЫХ РЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

© 2002 А.И. Белоусов, В.Б. Балякин, А.И. Люлев

Самарский государственный аэрокосмический университет

В работе приведены исследования динамики системы ротор – опора - статор газотурбинного двигателя с помощью многомассовых реологических моделей. Получены амплитудно-частотные характеристики ротора, демпфера и корпуса, а также зависимости виброскорости и виброускорения в этих элементах двигателя.

Современные турбомашин, как правило, работают на рабочих оборотах, превышающих первую, а порой и вторую критические скорости. Динамическое состояние роторной машины, характеризуемое спектром собственных частот, уровнем вибрации статора, амплитудой колебаний ротора, а также усилиями и динамическими напряжениями, действующими на элементы машины, определяется жесткостью и демпфированием в опорах. Поэтому необходима оптимизация этих параметров с целью обеспечения тактико-технических требований, предъявляемых к изделию. Основная причина вибрации в газотурбинных двигателях (ГТД) – несбалансированность масс ротора. Вращающийся ротор 1 (рис.1) генерирует центробежную возбуждающую силу, которую можно представить в виде $F_g = \Delta \omega^2 \sin \omega t$, где t - время, Δ - дисбаланс, а ω - частота вращения ротора. Возбуждающая гармоническая нагрузка F_g через подшипники 2, 3 и 4 опор ротора, трансформируясь до величины F_k , передается на корпус 5 опоры, что вызывает вибрацию статора 6. Уровень вибрации статора, измеряемый на корпусе с помощью датчиков виброскорости 7, зависит от возбуждающих нагрузок, обусловленных величиной и распределением дисбаланса ротора.

Динамическая балансировка ротора на собственных опорах улучшает вибрационное состояние двигателя, но не снимает полностью проблему повышенной вибрации, так как в процессе работы возникают дисбалансы: температурный, вызываемый тепловыми де-

формациями ротора, и аэродинамический, обусловленный технологическим разбросом геометрических параметров лопаток.

В опорах роторов, у которых рабочие обороты близки или превышают собственную частоту, для ограничения амплитуды колебаний на окolorезонансных и резонансных режимах при использовании подшипников качения необходимо дополнительное демпфирование. В настоящее время для снижения уровня вибрации широкое применение в ГТД нашли упругодемпферные опоры роторов с гидродинамическими демпферами (ГДД) [1, 2].

На подшипник качения 2 передней опо-

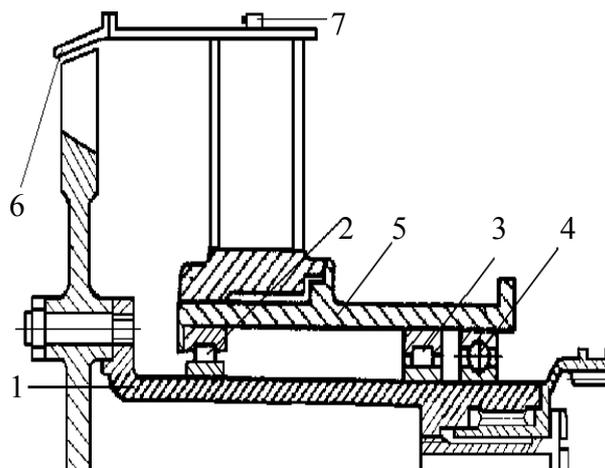


Рис.1. Схема свободной турбины изделия НК-12 СТ:

- 1 - ротор с диском турбины;
- 2 - роликовый подшипник передней опоры;
- 3 - роликовый подшипник задней опоры;
- 4 - шариковый подшипник задней опоры;
- 5 - корпус опоры; 6 - корпус статора;
- 7 - датчик замера вибрации на корпусе статора

ры изделия НК-12СТ (рис.1) смонтирована (рис.2) втулка-вибратор 1, установленная во втулку статора 3 с зазором 5 величиной $\delta = 0,13 \dots 0,15$ мм. Зазор заполняется маслом, поступающим затем через систему питающих каналов на смазку подшипника. От вращения втулка-вибратор 1 фиксируется штифтом 4, однако ей оставлена свобода прецессионного движения, т.е. зазор, заполненный жидкостью, выполняет роль ГДД. В этом случае динамическое поведение системы характеризуется еще одним параметром – амплитудой колебания в демпфере втулки-вибратора. При колебаниях втулки-вибратора 1 смазка выдавливается из демпферного зазора и за счет сил вязкого трения происходит демпфирование колебаний ротора. Величина демпфирования и, следовательно, уровень вибрации на корпусе зависят от амплитуды колебаний в демпфере относительно корпуса (которую можно записать в виде $x_\kappa - x_\delta$) и степени герметизации демпферного зазора. Герметизация демпферного зазора в рассматриваемой конструкции ГДД осуществляется с помощью упругих колец 6, которые с целью оптимизации упругих и уплотнительных свойств изготавливались из различных материалов: резины, материала МР и многожильного троса. Для оценки виброзащитных свойств упругодемпферной опоры, определяющих уровень вибрации корпуса, обычно используют коэффициент передачи амплитуды силы через опору на корпус $\mu_c = F_\kappa / F_\delta$, где F_κ – усилие, передаваемое на корпус [3]. Однако такой подход не позволяет идентифицировать результаты теоретического расчета с экспериментом на натурных изделиях, так как на корпусе двигателя в процессе эксплуатации замеряется уровень виброскорости [4], который зависит не только от виброзащитных свойств опоры, дисбаланса и массы ротора, но также от массы статорной части и жесткости ее подвески. В связи с этим при теоретическом исследовании динамики ГТД необходимо рассматривать как минимум двухмассовую модель системы ротор - корпус (рис.3а), где m_p - масса ротора, приходящаяся на опору, а m_k - масса корпуса, отнесенная к опоре.

Описание упругодемпферной опоры ро-

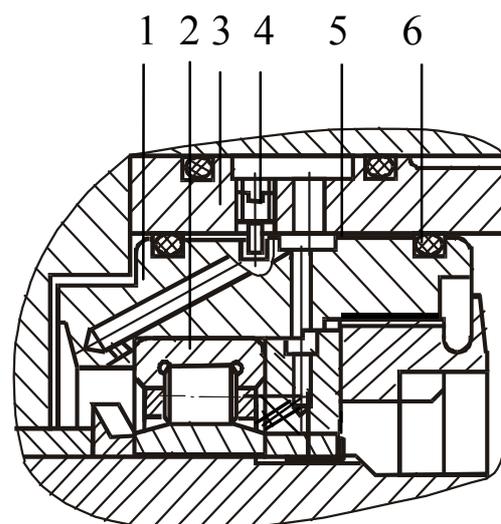


Рис.2. Конструкция передней опоры свободной турбины изделия НК-12СТ с гидродинамическим демпфером:

- 1 – втулка-вибратор;
- 2 – подшипник качения;
- 3 – втулка статора;
- 4 – штифт;
- 5 – радиальный зазор;
- 6 – упругие кольца - вторичные уплотнения

тора моделью Зенера позволяет учесть податливость подшипника качения. При этом принимаем жесткость радиального подшипника линейной, с коэффициентом жесткости c_2 , суммарную жесткость и диссипацию демпфера с упругим элементом будем характеризовать коэффициентами жесткости c_1 и демпфирования b_1 . Использование ГДД в качестве демпфирующего устройства вносит существенную нелинейность жесткостных и демпфирующих характеристик в опору ротора при больших амплитудах колебаний. Для решения задачи динамики в линейной постановке введем ограничения по амплитуде колебаний в демпфере в виде $(x_\delta - x_\kappa) / \delta < 0,4$, так как в этой области жесткостные и демпфирующие характеристики в ГДД практически линейны [1]. Упругую подвеску корпуса двигателя, пренебрегая демпфированием в ней, представим в виде элемента Гука с коэффициентом жесткости c_3 .

Жесткость радиально-упорных подшипников нелинейно растет с увеличением отношения осевой и радиальной нагрузки [5], поэтому при эксплуатации она значительно превышает жесткость демпферов в опорах

роторов ГТД. В этом случае упругий элемент c_2 стремится по своим свойствам к жесткой стойке, и модель Зенера имеет предельный переход к модели Кельвина.

В случае представления опоры в виде модели Зенера систему ротор-корпус представим в виде двухмассовой с релаксационным демпфированием (рис.3а). В данной модели можно получить АЧХ для ротора в опоре $x_p = f_p(\omega)$, втулки-вибратора демпфера $x_\delta = f_\delta(\omega)$ и корпуса $x_k = f_k(\omega)$. Для построения расчетных зависимостей необходимо составить уравнения колебаний системы релаксационного демпфирования (СРД) под воздействием возбуждающей силы $F_a = \Delta \omega^2 \sin \omega t$:

$$\begin{aligned}
 -m_p \ddot{x}_p + K(\omega)(x_p - x_k) &= \Delta \omega^2 \sin \omega t; \\
 -m_k \ddot{x}_k + c_3 x_k &= K(\omega)(x_p - x_k); \\
 (c_1 + ib_1 \omega)(x_\delta - x_k) &= c_2(x_p - x_\delta),
 \end{aligned}$$

где $K(\omega) = \frac{c_2(c_1 + ib_1 \omega)}{c_2 + c_1 + ib_1 \omega}$ – динамическая

жесткость модели, $i = \sqrt{-1}$.

Введем безразмерные параметры, обозначив $k_1 = c_1 / c_3$; $k_2 = c_2 / c_3$; $M_a = m_a / m_k$; $M_p = m_p / m_k$; $\eta = \omega / \omega_k$; $Q = (c_1 / b_1) / \omega_k$; $\omega_k = \sqrt{c_3 / m_k}$.

Применив метод комплексных амплитуд [6], получим уравнения колебаний СРД в следующем виде:

$$-m_p \eta^2 X_p + K(\eta)(X_p - X_k) = \Delta \eta^2, \quad (1)$$

$$-m_k \eta^2 X_k + c_3 X_k = K(\eta)(X_p - X_k), \quad (2)$$

$$(c_1 + ib_1 \eta)(X_\delta - \tilde{O}_k) = c_2(X_p - X_\delta), \quad (3)$$

где

$$K(\eta) = c_3 \omega_k^2 \frac{k_1(1 - k_2)(k_2 Q^2 + \eta^2) + ik_1 k_2^2 Q \eta}{Q^2(1 + k) + \eta^2}$$

динамическая жесткость – функция безразмерной частоты η ;

X_p, X_δ, X_k – комплексные амплитуды перемещений ротора, демпфера и корпуса, соответственно.

Согласно этому методу запись перемещения в комплексном виде $x = X \cdot e^{i\omega t}$, позво-

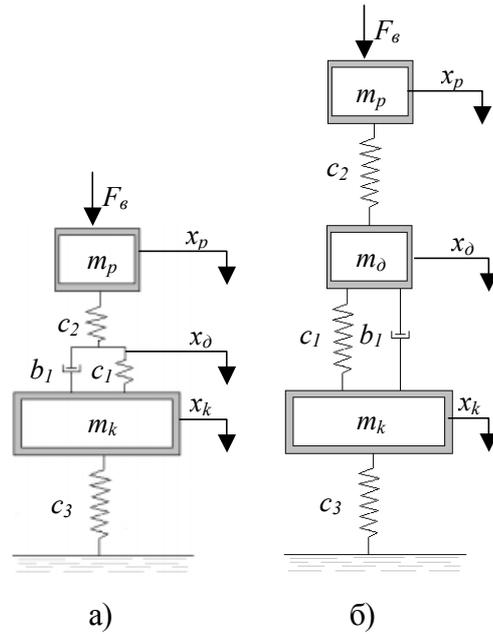


Рис.3. Схема УДО:
а – двухмассовая модель;
б – трехмассовая модель

ляет преобразовать исходные уравнения к системе линейных уравнений.

Решив уравнения (1) – (3), найдем амплитуды перемещений ротора, корпуса и демпфера как модули соответствующих комплексных амплитуд:

$$x_p = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} \sqrt{[(C(\eta) + 1 - \eta^2)^2 + D^2(\eta)] / B(\eta)};$$

$$x_k = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} \sqrt{[C^2(\eta) + D^2(\eta)] / B(\eta)};$$

$$x_\delta = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} \sqrt{\frac{Q^2 k_2^2 + (1 + k_1 - \eta^2)^2 + k_1^2 k_2^2 \eta^2}{B(\eta)[Q^2(1 + k_1)^2 + \eta^2]}};$$

$$x_{po} = |x_p - x_k| = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} |1 - \eta^2| / \sqrt{B(\eta)};$$

$$x_{\delta o} = |x_\delta - x_k| = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} |1 - \eta^2| \sqrt{\frac{Q^2 + \eta^2}{B(\eta)[Q^2(1 + k_1)^2 + \eta^2]}}$$

где

$$\begin{aligned}
 B(\eta) &= [C(\eta)(1 - \eta^2 - M_p \eta^2) + M_p \eta^2(1 - \eta^2)]^2 + \\
 &+ [D(\eta)(1 - \eta^2 - M_p \eta^2)]^2;
 \end{aligned}$$

$$C(\eta) = \frac{k_1(1 - k_2)(k_2 Q^2 + \eta^2)}{Q^2(1 + k_1) + \eta^2};$$

$$D(\eta) = \frac{k_1 k_2^2 Q \eta}{Q^2 (1 + k_1) + \eta^2}.$$

АЧХ перемещений корпуса представлены на рис.4а. Из графика рисунка видно, что абсолютные перемещения корпуса для рассматриваемой конструкции не превышают 12 мкм. Теоретические исследования желательны проводить с безразмерными параметрами, для чего представим перемещения корпуса, относительные перемещения ротора и демпфера в безразмерном виде (рис.4б, в, г, д, е). В реальных условиях сложно измерить амплитуду виброперемещения корпуса, поэтому используются лишь датчики виброскорости или виброускорения. Согласно техническим условиям виброскорость на корпусе изделия НК-12СТ при статочных испытаниях не должна превышать 20 мм/с. Эта величина принята за норму $V_{кн}$.

Однако, на практике ограничения накладываются на перемещения ротора относительно корпуса, что обусловлено малыми зазорами ($\delta_{л} = 0,2 \dots 0,4$ мм) в лабиринтных уплотнениях опор роторов. Кроме того, для расчета демпфирования в системе необходимо знать смещение демпфера относительно корпуса, что определяет величину параметра b_1 . На рис.4д и е показаны АЧХ перемещений ротора и втулки-вибратора демпфера относительно корпуса.

Из графиков рис.4 видно, что амплитуды колебаний ротора в опоре, демпфера и корпуса существенно отличаются при фиксированных частотах, что объясняется различием их амплитуд при собственных частотах элементов опоры.

Так как амплитуды виброускорения a , виброскорости V и виброперемещения x связаны между собой равенством $a = V \cdot \eta \cdot \omega_k = x \cdot \eta^2 \cdot \omega_k^2$, то при достижении максимума x по η в точке η_0 для производной по частоте выполняется равенство $x'(\eta_0) = 0$; в то же время

$$\begin{aligned} V'(\eta_0) &= (x(\eta_0) \cdot \eta_0 \cdot \omega_k)' = x'(\eta_0) \cdot \eta_0 \cdot \omega_k + \\ &+ x(\eta_0) \cdot \omega_k = x(\eta_0) \cdot \omega_k > 0, \quad a'(\eta_0) = \\ &= (x(\eta_0) \cdot \eta_0^2 \cdot \omega_k^2)' = x'(\eta_0) \cdot \eta_0^2 \cdot \omega_k^2 + \\ &+ 2x(\eta_0) \cdot \eta_0 \cdot \omega_k^2 = 2x(\eta_0) \cdot \eta_0 \cdot \omega_k^2 > 0. \end{aligned}$$

Следовательно, максимумы $x(\eta)$, $V(\eta)$ и

$a(\eta)$ должны быть сдвинуты вправо относительно друг друга. Однако, величина таких сдвигов, как показало компьютерное моделирование, не велика.

Теперь легко получить зависимости для амплитуд виброскоростей и виброускорений ротора, корпуса и демпфера соответственно:

$$\begin{aligned} V_p &= x_p \eta \omega_k, \quad V_k = x_k \eta \omega_k, \quad V_{\bar{a}} = x_{\bar{a}} \eta \omega_k, \\ a_p &= V_p \eta \omega_k, \quad a_k = V_k \eta \omega_k, \quad a_{\bar{a}} = V_{\bar{a}} \eta \omega_k. \end{aligned}$$

Графики АЧХ относительных перемещений, виброскорости и виброускорения ротора, демпфера и корпуса показаны на рис. 4, 5.

Из анализа динамики двухмассовой системы можно сделать следующие выводы:

1) на АЧХ элементов конструкции модели имеются 2 резонанса (рис.4, 5), положение и величина которых определяется массово-инерционными и упругодемпфирующими характеристиками системы;

2) увеличение жесткости демпфера c_1 и (или) подшипника c_2 способствует смещению резонансных частот вправо;

3) увеличение удельной массы ротора M_p уменьшает частотный диапазон между резонансами;

4) увеличение демпфирования системы (уменьшение параметра Q) в 10 раз для выбранных параметров снижает резонансную частоту на 15 ... 20 % (рис.4, 5);

5) на АЧХ элементов конструкции модели имеются 3 инвариантные точки (рис.4), т.к. такая система является СРД (рис.3а);

6) существует оптимальное значение параметра Q_{opt} , обеспечивающее минимальное значение амплитуд перемещений, скоростей и ускорений на резонансах;

7) оптимальное значение параметра Q_{opt} не обеспечивает минимума амплитуд перемещений, скоростей и ускорений между резонансами;

8) минимального уровня амплитуд динамических характеристик во всем частотном диапазоне можно добиться лишь путем регулирования демпфирования в системе, что позволяет настраивать систему на режим оптимального демпфирования.

Иногда масса подвижных элементов демпфера m_d (см. поз.2 на рис.2) достаточно

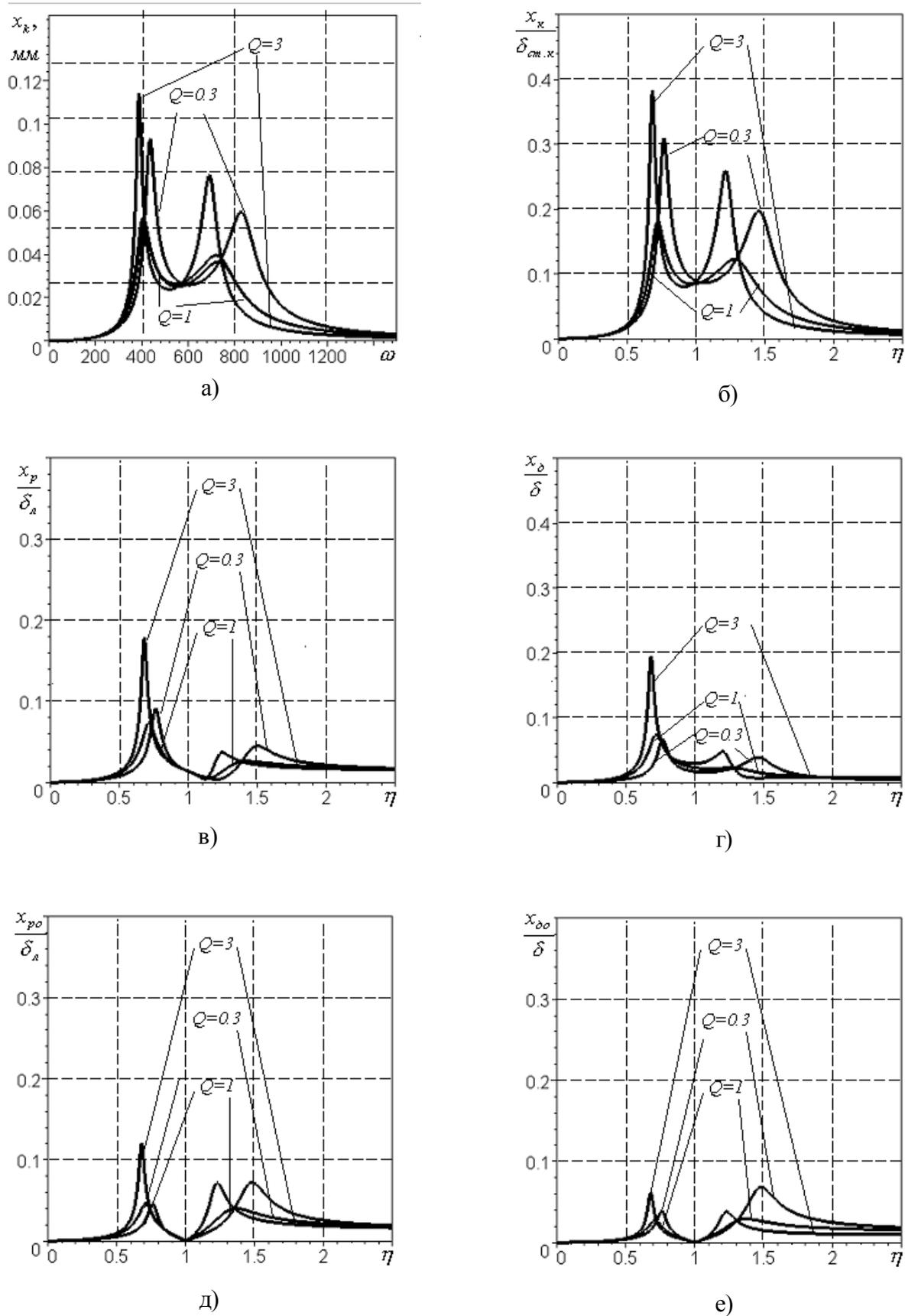


Рис.4. АЧХ перемещений при параметрах $m_k=400$ кг; $m_p=150$ кг; $\omega_k=570$ с⁻¹; $k_1=k_2=0,5$; $\Delta=40$ г·см; $\delta = 0,15$ мм; $\delta_a = 0,2$ мм; $\delta_{ст.к} = 30$ мкм: а,б – корпуса, в – ротора, г – демпфера, д – ротора относительно корпуса, е – демпфера относительно корпуса

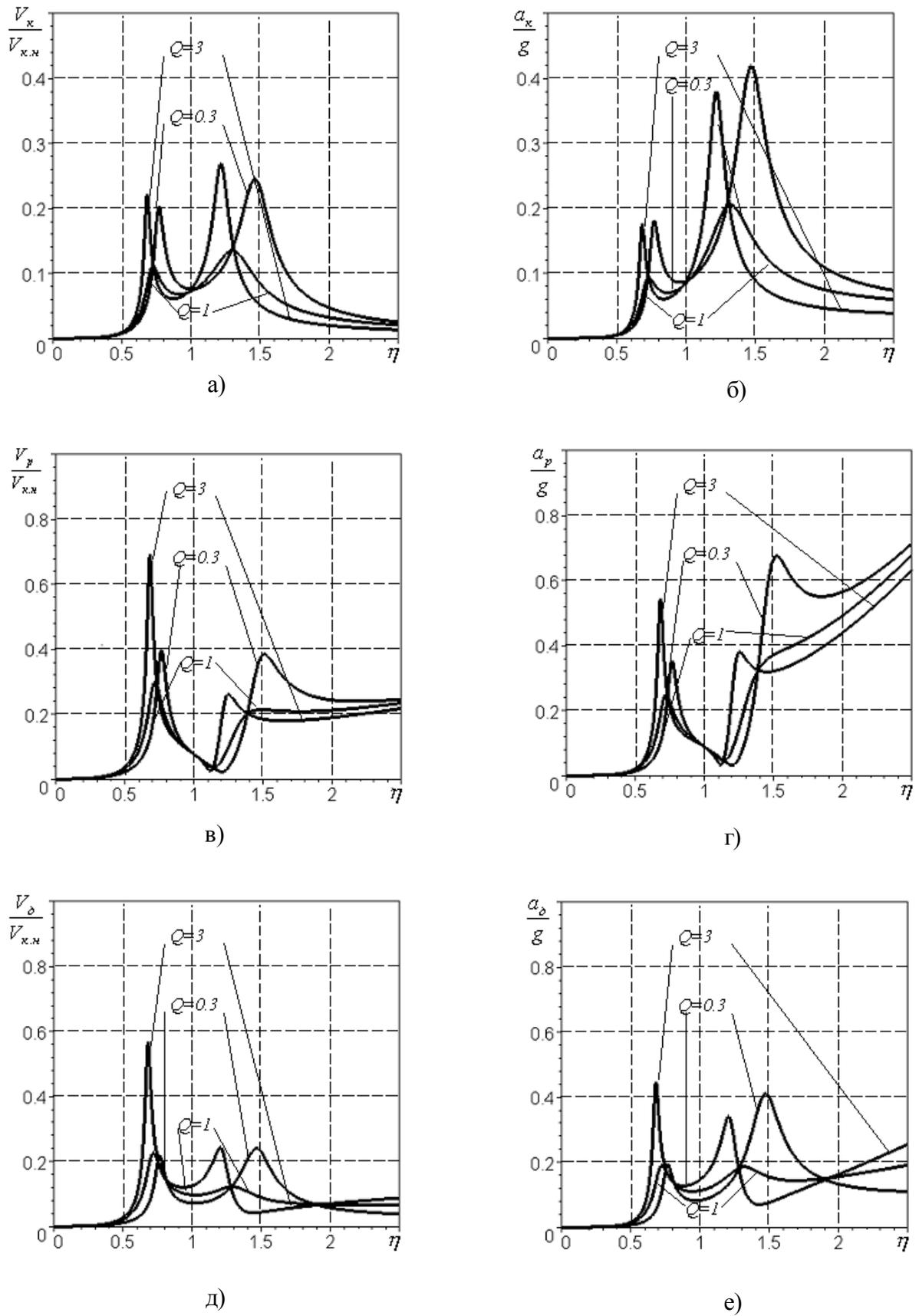


Рис.5. АЧХ при параметрах $m_k=400$ кг; $m_p=150$ кг; $\omega_k=570$ с⁻¹; $k_1=k_2=0,5$; $\Delta=40$ г·см; $V_{к.н}=20$ мм/с:
 а – виброскорости корпуса, б – виброскорости ротора, в – виброскорости демпфера,
 г – виброускорения корпуса, д – виброускорения ротора, е – виброускорения демпфера

большая. Например, в рассматриваемой конструкции передней опоры свободной турбины $m_o = 17$ кг. В этом случае модель системы следует преобразовать в трехмассовую (рис.3б). Такая модель состоит из масс ротора m_p , демпфера m_o и корпуса m_k , упругих элементов с жесткостями подшипника c_2 , слоя смазки рабочего тела демпфера c_1 с коэффициентом сопротивления b_1 и корпуса c_3 . Уравнения движения трехмассовой системы можно представить в виде

$$-M_p \eta^2 X_p + k_2 (X_p - X_a) = (\Delta / m_k) \eta^2; \quad (4)$$

$$-M_o \eta^2 X_o + k_1 (1 + i\eta / Q) (X_o - X_k) + k_2 (X_o - X_k) = 0; \quad (5)$$

$$-\eta^2 X_k + k_1 (1 + i\eta / Q) (X_k - X_a) + X_k = 0. \quad (6)$$

Из уравнений (4) - (6) получим амплитудно-частотные характеристики перемещений аналогично тому, как это было сделано для решения уравнений (1) - (3):

$$x_p = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} \sqrt{\frac{[Q^2 (k_2 - M_o \eta^2) (1 + k_2 - \eta^2) + k_1 (1 - \eta^2)]^2 + k_1^2 \eta^2 (k_2 - M_o \eta^2 + 1 - \eta^2)^2}{G(\eta)}};$$

$$x_a = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} \sqrt{\frac{[Q^2 k_2^2 (1 + k_1 - \eta^2)^2 + k_1^2 k_2^2 \eta^2]}{G(\eta)}};$$

$$x_k = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} \sqrt{\frac{[k_1^2 k_2^2 (Q^2 + \eta^2)]}{G(\eta)}};$$

$$x_{ao} = |x_a - x_k| = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} k_2^2 Q^2 |1 - \eta^2| / \sqrt{G(\eta)};$$

$$x_{po} = |x_p - x_k| = \frac{\Delta \eta^2}{m_k} Q^2 |1 - \eta^2| \sqrt{\frac{\{[k_1 + k_2 - M_o \eta^2 (1 + k_1 / (1 - \eta^2))]\}^2 + [k_1 \eta / [Q(1 - \eta^2)] (1 - M_o \eta^2)]^2}{G(\eta)}}$$

где

$$G(\eta) = \left(k_1 (k_2 - M_p \eta^2) (1 - \eta^2) + (1 + k_1 - \eta^2) \times \right. \\ \left. \times (M_o M_p \eta^4 - k_2 M_o \eta^2 - k_2 M_p \eta^2) \right)^2 + \\ + k_1^2 \eta^2 \left((k_2 - M_p \eta^2) (1 - \eta^2) + \right. \\ \left. + M_o M_p \eta^4 - k_2 M_o \eta^2 - k_2 M_p \eta^2 \right).$$

На основании этих зависимостей построены графики (рис.6), характеризующие динамику трехмассовой СРД.

Из анализа динамики трехмассовой системы можно сделать следующие выводы:

1) на АЧХ виброперемещений ротора, демпфера и корпуса существуют три резонанса (рис.6а, б, в);

2) наличие, величина и положение третьего резонанса зависят от массы демпфера, причем, с уменьшением массы демпфера третья собственная частота увеличивается, а резонансная амплитуда уменьшается;

3) для рассматриваемых параметров модели при удельной массе демпфера $M_o < 0,05$ ее влияние на систему становится достаточно малым, и трехмассовую модель можно рассматривать как двухмассовую;

4) при увеличении демпфирования (уменьшении параметра Q) третий пик сглаживается и исчезает (рис.6г), что обусловлено тем, что демпфирующий элемент не связан с корпусом через релаксационную пружину, ослабляющую его действие, и демпфер превращается в жесткую стойку, т.е. при больших значениях демпфирования ($Q < 1$) даже при большой удельной массе демпфера $M_o > 0,1$ систему можно моделировать двухмассовой СРД;

5) на АЧХ элементов конструкции трехмассовой модели инвариантных точек нет, т.к. при представлении системы в таком виде она утрачивает релаксационную связь.

Предложенная методика расчета сложной динамической системы ротор-опора-корпус с помощью многомассовых реологических моделей позволяет определять динамические характеристики системы и оптимизировать ее параметры на ранних этапах проектирования.

Для оценки достоверности разработанной методики расчета динамики опорного узла ротора проведем сравнение теоретических АЧХ (рис.7) с замеренными значениями виброскорости на корпусе передней опоры свободной турбины при специальных испытаниях с дисбалансом ротора $\Delta = 220$ г·см изделия НК-12 СТ с гидродинамическим демпфером [7].

Жесткости c_1 - упругого элемента в виде двух колец, изготовленных из стального многожильного троса, c_2 - опоры ротора и c_3 - под-

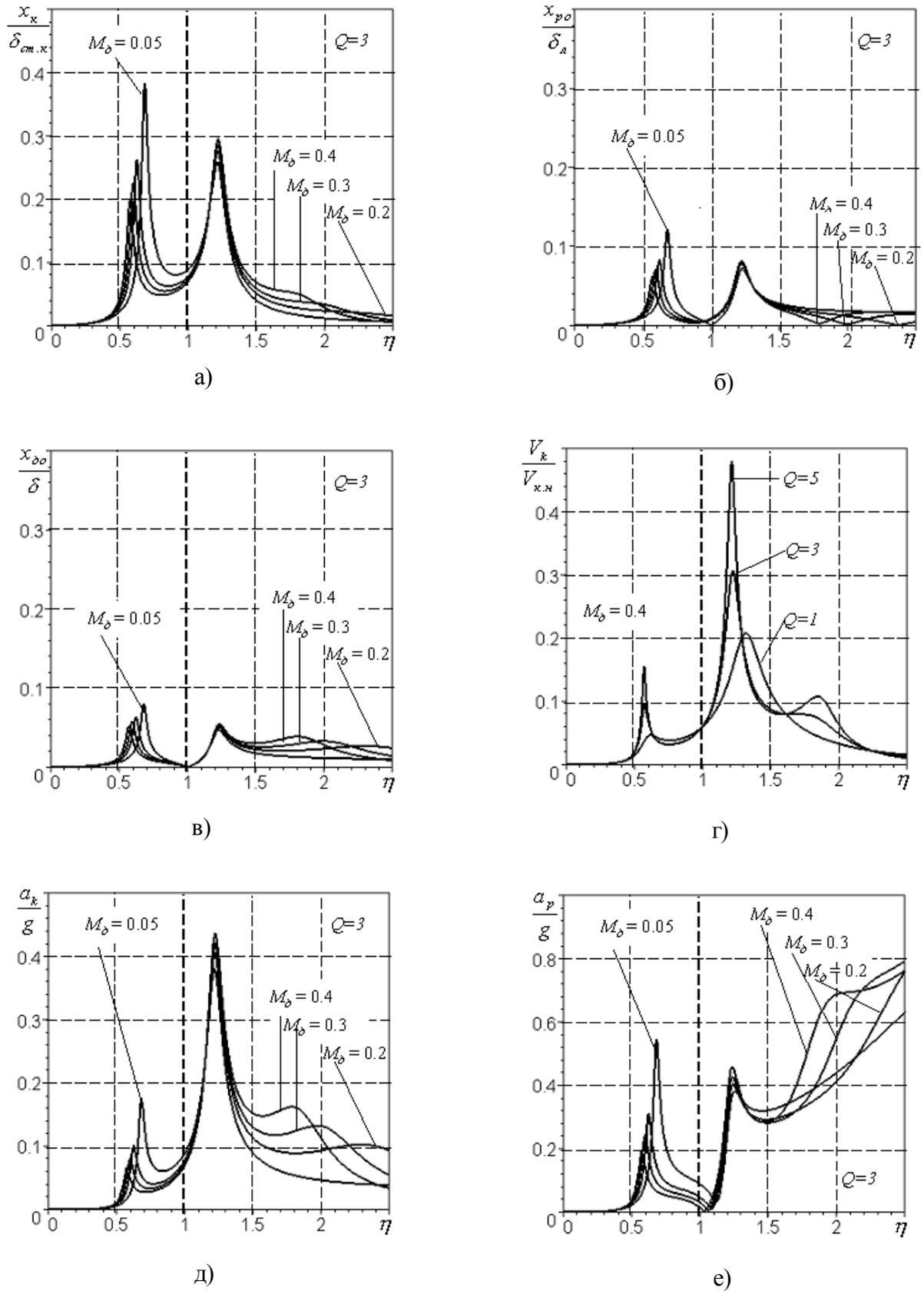


Рис.6. АЧХ при параметрах $m_k = 400$ кг; $m_p = 150$ кг; $\omega_k = 570$ с⁻¹; $k_1 = k_2 = 0,5$; $\Delta = 40$ г·см; $\delta = 0,15$ мм; $\delta_n = 0,2$ мм; $\delta_{cm.k} = 30$ мкм; $V_{к.н} = 20$ мм/с:
 а – перемещения корпуса, б – перемещения ротора относительно корпуса,
 в – перемещения демфера относительно корпуса, г – виброскорости корпуса,
 д – виброперегрузка корпуса, е – виброперегрузка ротора

вески свободной турбины в районе передней опоры определялись опытным путем перед проведением испытаний. В процессе расчета значения жесткостей принимались равными соответственно $c_1 = 39$ МН/м; $c_2 = 51$ МН/м; $c_3 = 110$ МН/м.

Анализ режима работы ГДД в передней опоре свободной турбины изделия НК-12СТ [8] показал, что течение смазки в демпферном зазоре ламинарное, силы инерции пренебрежительно малы по сравнению с силами, обусловленными вязкостью смазки, но на резонансных режимах работы возникает разрыв пленки смазки. Коэффициент демпфирования в этом случае для ГДД при выбранных геометрических параметрах может принимать значения в интервале $b_j = 55 \dots 110$ кНс/м.

Масса корпуса $m_k = 386$ кг и ротора $m_p = 152$ кг, приходящиеся на переднюю опору, определялись методом приведения из условия, что вся масса свободной турбины, согласно паспортным данным на изделие, 865 кг, а ротора 170 кг. Масса подвижной части демпфера $m_o = 17$ кг, что обеспечивает значение параметра $M_o < 0,05$ и возможность использования двухмассовой модели системы. Для выбранных значений, характеризующих динамическую систему, диапазон изменения параметра $Q = 0,7 \dots 1,3$. Проведенные исследования динамики опорной системы с данными, подобными приведенным выше, показали (рис.5), что для нее оптимальное значение параметра $Q = 1,0$. Это подтверждается экспериментальными данными (рис.7), так как АЧХ для значения параметра $Q = 1,0$ наилучшим образом согласуется с экспериментальными точками, полученными на основании статистической обработки замеренных значений виброскорости.

Следовательно, разработанные методики расчета АЧХ двух- и трехмассовых систем являются вполне адекватными реальным динамическим процессам, происходящим в опорных узлах турбомашин, и могут быть рекомендованы для использования при их проектировании.

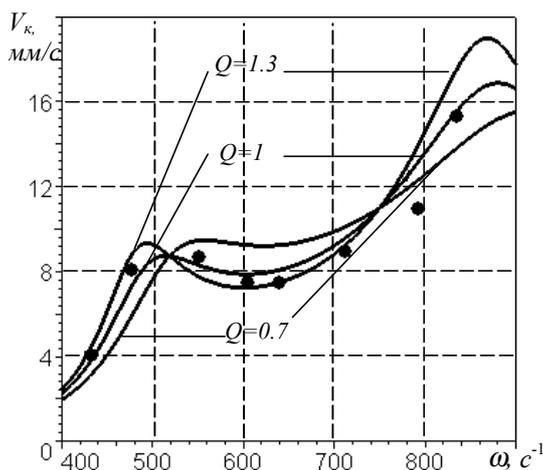


Рис.7. АЧХ виброскорости на корпусе свободной турбины изделия НК-12СТ:

— теоретические кривые;
● – экспериментальные значения

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов А.И., Новиков Д.К., Балякин В.Б. Гидродинамические демпферы опор роторов турбомашин. Куйбышев: КуАИ, 1987.
2. Новиков Д.К., Балякин В.Б., Клячин Ю.А., Кулагин С.Н., Медведев С.Д. Снижение вибрации двигателя НК-12СТ при эксплуатации // Газовая промышленность. 1998. №12.
3. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука. 1976.
4. Балякин В.Б., Новиков Д.К., Россеев Н.И., Медведев С.Д. Оценка эффективности эксплуатации НК-12СТ // Газовая промышленность. 2001. №5.
5. Жильников Е.П., Балякин В.Б. Влияние осевой силы на жесткость и долговечность радиально-упорного подшипника // Ракетно-космическая техника. 2000. Серия XII. Вып.1.
6. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.: Наука, 1964.
7. Анализ работы гидродинамического демпфера свободной турбины изделия НК-12СТ в условиях эксплуатации: Отчёт о НИР (промежуточный) / Куйбышев. авиац.

- ин-т. Рук. Белоусов А.И. Тема 188-1; инв. №9013. Куйбышев, 1990.
8. *Балякин В.Б., Новиков Д.К. Зырянов А.А.* Выбор оптимального демпфирования для многоопорного составного ротора изделия НК-12СТ-ГПА-6,3Ц / Самарск. аэрокосм.ун-т. Самара, 1992. Деп. в ВИНТИ 19.11.92, №3291-В92.

**INVESTIGATION OF COMPLEX DYNAMIC
ROTOR-BEARING-HOUSING SYSTEM OF GAS TURBINE ENGINE
USING MULTIMASS RHEOLOGICAL MODELS**

© 2002 A.I. Belousov, V.B. Balyakin, A.I. Lulev

Samara State Aerospace University

In this paper the investigations of dynamics of rotor-bearing-housing system of gas turbine engine using multimass rheological models are shown. The amplitude-frequency characteristics of rotor, damper and housing and also dependencies of vibrovelocity and vibroacceleration in such elements are obtained.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РЕЛАКСАЦИОННОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ОПОРЫ РОТОРА ЧАСТЬ 2. НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ

© 2002 Ф.М. Шакиров, В.Б. Балякин

Самарский государственный аэрокосмический университет

В работе приведены исследования опор роторов двигателей летательных аппаратов (ДЛА) с помощью реологических моделей релаксационного демпфирования. Получены амплитудно-частотные и резонансные характеристики относительного эксцентриситета в демпфере и коэффициента передачи динамического усилия через опору при различных условиях ее функционирования.

Квадратичное трение

Рассмотрим динамику опоры ротора газотурбинного двигателя (ГТД) при турбулентном течении смазки (квадратичное трение) в демпферном зазоре гидродинамического демпфера (ГДД) (описание опоры, ее расчетной схемы и приведение к упруго-демпферным моделям рис.1 смотри в 1-ой части статьи [1]).

Динамика массы M на упруго-демпферной подвеске в виде реологической модели Пойнтинга–Томсона (рис.1в) с жесткостями опоры – C_o и слоя смазки ГДД – C_1 при квадратичном (нелинейном относительно скорости) трении описывается системой уравнений [2]:

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}(t) + C_o x(t) + C_1 [x(t) - x_1(t)] &= F_B(t) \\ C_1 [x(t) - x_1(t)] &= d [\dot{x}_1(t)]^2 \cdot \text{sgn}[\dot{x}_1(t)] \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

которая сводится к дифференциальному уравнению третьей степени:

$$-\eta^2 X_k + k_1(1+i\eta/Q)(X_k - X_a) + X_k = 0, \quad (2)$$

где

$$A = \frac{1}{B} \dot{x}(t) + \frac{1}{C_1} [M\ddot{x}(t) - \dot{F}_B(t)], \quad B = \frac{N}{N+1}.$$

Динамика колебательной системы, изображенной на рис.1б, соответствует иной системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}(t) + C_{II} [x(t) - x_1(t)] &= F_B(t) \\ C_{II} [x(t) - x_1(t)] &= d \dot{x}_1(t) + C_V x_1(t) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

приводимой к дифференциальному уравнению вида

$$M\ddot{x}(t) + B^3 D^2 d \text{sgn} D + BC_V x(t) = F_B(t), \quad (4)$$

где $D = \frac{1}{B} \dot{x}(t) + \frac{1}{BC_{II}} [M\ddot{x}(t) - \dot{F}_B(t)].$

В уравнениях (1)-(4) $x(t)$ – функция от времени смещения массы ротора из равновесного положения под действием возбуждающей силы $F_B(t)$, а $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$, $\ddot{\ddot{x}}(t)$ – первая, вторая и третья производные по времени функции $x(t)$, соответственно; $\dot{F}_B(t)$ – производная по времени от функции $F_B(t)$; $x_1(t)$, $\dot{x}_1(t)$ – смещение и скорость точки сочленения упругого и диссипативного элементов в функции от времени; C_{II} и C_V – жесткости подшипника и упругого элемента, соответственно (рис.1).

Сравнение уравнений движения (2) и (4) позволяет сделать вывод о динамической эквивалентности колебательных систем, представленных на рис.1б и рис.1в. При сопоставлении коэффициентов однородных членов указанных выражений видно, что при квадратичном демпфировании в ГДД

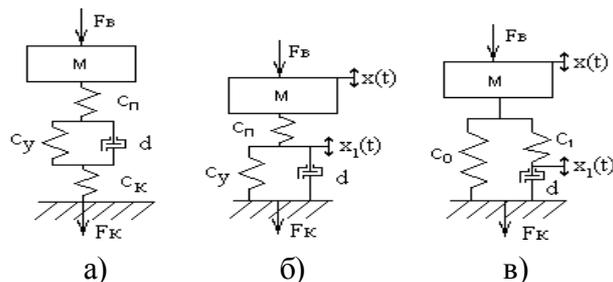


Рис.1. Реологические модели опоры ротора

$$C_o/C_y = N/(N+1); d/d' = [N/(N+1)]^3, \quad (5)$$

где d, d' – коэффициенты квадратичного демпфирования в моделях рис.1.в и рис.1.б, соответственно; $N = C_{II}/C_y = C_I/C_o$ – безразмерная жесткость. Соотношения (5) позволяют результаты, полученные для одной из колебательных систем на рис.1б или рис.1в, интерпретировать для другой. Поэтому ниже будем рассматривать только колебательную систему по рис.1в.

Для оценки виброзащитных свойств опоры ротора, определяющих уровень вибрации корпуса ДЛА и величины амплитуд резонансных колебаний ротора, вновь используем функции коэффициента передачи динамической силы μ_c (далее – коэффициент передачи силы) и относительного эксцентриситета $\varepsilon = x_I/\delta_o$ от относительной частоты возбуждения $\eta = \omega/\omega_o - \mu_c(\eta)$ и $\varepsilon(\eta)$. Здесь δ_o – величина демпферного зазора ГДД в концентричном положении втулки-вибратора; ω – частота вращения ротора; $\omega_o = (C_{CT}/M)^{0.5}$ – собственная частота недемпфированной колебательной системы, где $C_{CT} = C_o$ для упруго-демпферной модели на рис.1в и

$$C_{CT} = C_{II} C_y / (C_{II} + C_y)$$

для модели на рис.1б.

Для определения выражений функций $\mu_c(\eta)$ и $\varepsilon(\eta)$ воспользуемся процедурой эквивалентного вязкого демпфирования [2], предполагающей аппроксимацию нелинейной диссипативной силы эквивалентной ей линейной силой вязкого демпфирования по равенству энергий, рассеиваемых за цикл колебаний нелинейным и вязким демпферами, возбуждаемых одним и тем же гармоническим относительным смещением [3]. Данное допущение сравнимо с аппроксимацией функции нелинейной силы от времени первым членом ее разложения в ряд Фурье. Большое число членов разложения в ряд Фурье может быть учтено для повышения точности и для оценки искажения формы возмущающего сигнала, но это связано с усложнением анализа. Отметим, что устойчивые решения, получаемые в предположении эквивалентного вязкого демпфирования, идентичны получаемым с использованием метода усреднения

Ритца [4].

С учетом аппроксимации квадратичного демпфера система уравнений (1) запишется в виде

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}(t) + C_o x(t) + C_1[x(t) - x_1(t)] &= F_B(t) \\ C_1[x(t) - x_1(t)] &= d_{\text{эKB}} \dot{x}_1(t) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где $d_{\text{эKB}} = 8d\omega x_{10}/3\pi$ – коэффициент эквивалентного вязкого демпфирования для квадратичного демпфера; x_{10} – амплитудное значение функции $x_1(t)$. После ряда преобразований на основании системы уравнений (6) получаются приближенные выражения искоемых функций [2]:

$$\mu_c(\eta) = \sqrt{\frac{1 + H[(N+1)/(N+1-\eta^2)]^2}{(1-\eta^2)^2 + H}}; \quad (7)$$

$$\varepsilon(\eta) = \sqrt{\frac{u^2 \{\eta^4 + E[\eta^2/(N+1-\eta^2)]^2\}}{(1-\eta^2)^2 + E}}, \quad (8)$$

где параметр

$$E = \{\sqrt{(1-\eta^2)^4 + [16\eta^2 \beta_{2c}(N+1-\eta^2)/3\pi N]^2} - (1-\eta^2)^2\} / 2;$$

$\beta_{2c} = d\omega_o^2 F_o / C_{CT}^2$ – безразмерный параметр квадратичного демпфирования при силовом нагружении; $F_o = \Delta\omega^2$ – амплитуда возбуждающей нагрузки на частоте вращения ротора; $u = \Delta / M\delta_o$ – относительный дисбаланс ротора; Δ – рабочий дисбаланс ротора.

Зависимости (7) и (8) для значений параметров $N = 3$ и $u = 0,3$ в графическом виде представлены на рис.2.

Из анализа функции $\mu_c(\eta)$ следует, что при нулевом и бесконечно большом значениях демпфирования (параметра β_{2c}) линия АЧХ занимает предельные положения по частоте (рис.2а). При $\beta_{2c} = 0$ (то есть релаксационная связь разорвана и масса M поддерживается только пружиной с жесткостью C_o – рис.1в) система превращается в консервативную, коэффициент передачи силы у которой:

$$\mu_{c0} = |1/(1-\eta^2)|.$$

Бесконечная реакция реализуется при $\eta = 1$, что соответствует условию равенства частоты возбуждения ω собственной частоте ω_o недемпфированной системы. При $\beta_{2c} = \infty$

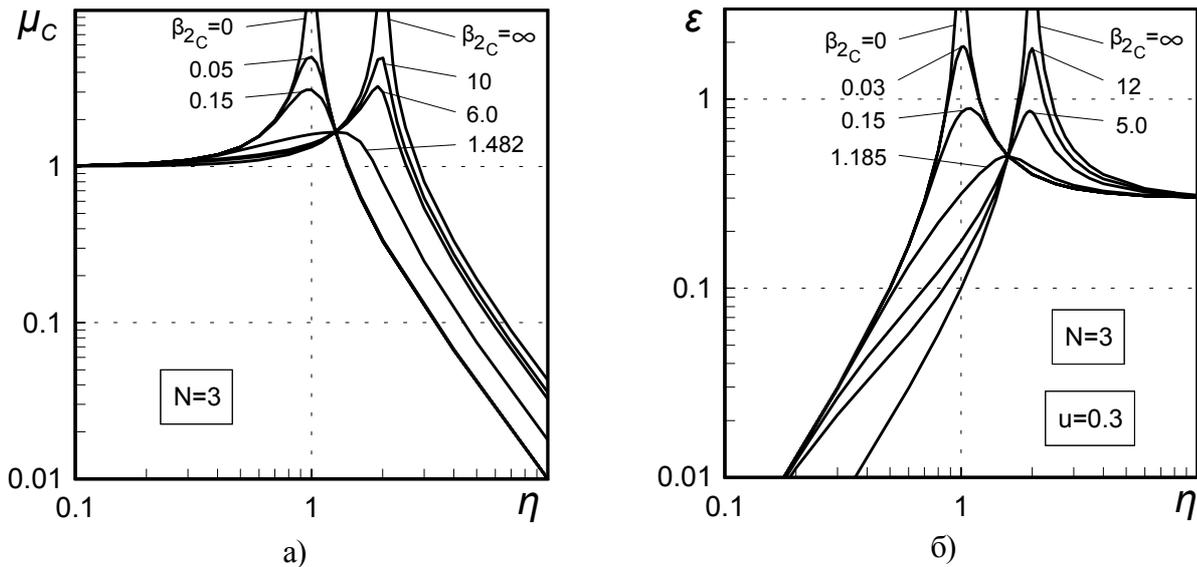


Рис.2. Амплитудно-частотные характеристики коэффициента передачи силы (а) и относительного эксцентриситета (б) при $N = 3$ и $u = 0,3$

(масса M поддерживается обеими пружинами суммарной жесткостью $C_0(1+N)$ – рис. 1в) система ведет себя как консервативная; коэффициент передачи силы при этом имеет вид

$$\mu_{C\infty} = |(N + 1)/(N + 1 - \eta^2)|,$$

а бесконечная реакция реализуется на относительной частоте $\eta = (1+N)^{0.5}$, что соответствует равенству частоты возмущения ω собственной частоте ω_∞ передемпфированной системы:

$$\omega_\infty = \sqrt{C_0(1+N)/M} = \omega_0 \sqrt{1+N}.$$

Через точку пересечения предельных линий АЧХ (инвариантную точку) проходят кривые при всех промежуточных уровнях демпфирования ($0 < \beta_{2C} < \infty$). С ростом параметра β_{2C} от 0 до ∞ резонансные значения функции $\mu_C(\eta)$ вначале снижаются, затем проходят через минимум, совпадающий с инвариантной точкой и определяющий оптимальный уровень демпфирования в системе, а затем возрастают. Рост безразмерной жесткости N сопровождается снижением величины минимакса АЧХ, то есть благоприятно сказывается на возможности ограничения вибрации на резонансе.

Высокочастотная виброизоляция осуществляется в области, верхний предел которой отсутствует, а нижняя граница соответствует

частоте $\eta = \sqrt{2}$ при $\beta_{2C} = 0$, смещаясь с ростом демпфирования до частоты $\eta = \sqrt{2(N+1)}$ при $\beta_{2C} = \infty$. Рост параметров β_{2C} и N уменьшает область высокочастотной виброизоляции и ухудшает ее качество.

Низкочастотный коэффициент передачи силы равен единице, а высокочастотный зависит от демпфирования, безразмерной жесткости, частоты и амплитуды вибровозбуждения:

$$\mu_C(\infty) = \frac{1}{\eta^2} \sqrt{\frac{1+(N+1)^2 H}{1+H}}, \quad (9)$$

где $H = 0,5[\sqrt{1+(16\beta_{2C}/3\pi N)^2} - 1]$.

Из равенства (9) видно, что темп затухания высокочастотных колебаний равен 40 дБ/дек, как у консервативной колебательной системы, то есть в 2 раза выше аналогичного показателя системы с упруго-демпферной подвеской в виде модели Кельвина.

Из выражения (8) следует, что резонансная амплитуда колебаний ротора прямо пропорционально зависит от величины его дисбаланса (параметра u), в то время как демпфирование на тот же параметр влияет неоднозначно. Из рис.2б видно, что рост уровня демпфирования (параметра β_{2C}) сопровождается первоначальным снижением резонанс-

ных величин АЧХ, прохождением их через точку минимума (соответствующую оптимальному демпфированию в системе), а в дальнейшем – увеличением. При $\beta_{2c} = 0$ и $\beta_{2c} = \infty$ резонансные кривые функции $\epsilon(\eta)$ занимают предельные положения по частоте и описываются выражениями $\epsilon_0 = |u\eta^2/(1-\eta^2)|$ – при нулевом и $\epsilon_\infty = |u\eta^2/(N+1-\eta^2)|$ – при бесконечном демпфировании. Через точку пересечения (инвариантную точку) предельных резонансов проходят все линии АЧХ при промежуточных уровнях демпфирования ($0 < \beta_{2c} < \infty$). Расположение пика резонансной кривой в инвариантной точке означает достижение минимакса АЧХ и является условием его определения. Снижение уровня минимакса можно осуществлять путем увеличения значения безразмерной жесткости N .

Относительный эксцентриситет при $\eta \rightarrow \infty$ принимает значение $\epsilon = u$, а при $\eta \rightarrow 0 - \epsilon = u\eta^2$. Таким образом, на рабочих оборотах величина безразмерной амплитуды колебаний ротора стремится к значению безразмерного дисбаланса, а темп снижения низкочастотных колебаний равен 40 дБ/дек (как у консервативной колебательной системы).

Следовательно, при заданном относительном дисбалансе u выбор величин параметра β_{2c} и безразмерной жесткости N обусловлен достижением компромисса между двумя требованиями: с одной стороны – по ограничению амплитуд передаваемой на кор-

пус силы и смещения ротора на резонансе, а с другой – на диапазон и качество виброизоляции.

На основании численного анализа выражений (7) и (8) получены зависимости резонансных значений коэффициента передачи силы μ_{cp} и относительного эксцентриситета ϵ_p в функции от безразмерного параметра квадратичного демпфирования β_{2c} для ряда значений безразмерной жесткости N (рис.3 и рис.4).

Линии графика функции $\mu_{cp}(\beta_{2c})$ имеют вид, близкий к квадратичным параболам с минимумами по ординате, которые соответствуют оптимальным величинам параметра β_{2c} (рис.3а). В окрестности минимаксов функция имеет наименьшую чувствительность к изменению уровня демпфирования. При $N > 0,5$ и величинах параметра $\beta_{2c} < 0,03$ функция существенно независима от значения безразмерной жесткости.

Безразмерные резонансные частоты η_p (рис.3б) приблизительно равны единице для всех значений безразмерной жесткости при величинах параметра $\beta_{2c} < 0,05$. При $N \leq 1,0$ линии графика функции $\eta_p(\beta_{2c})$ только возрастают, стремясь к величине $(N+1)^{0,5}$ при $\beta_{2c} \rightarrow \infty$.

Для значений $N > 1,0$ они вначале снижаются (тем больше, чем выше значение безразмерной жесткости), а затем возрастают, стремясь в пределе к величине $(N+1)^{0,5}$. В

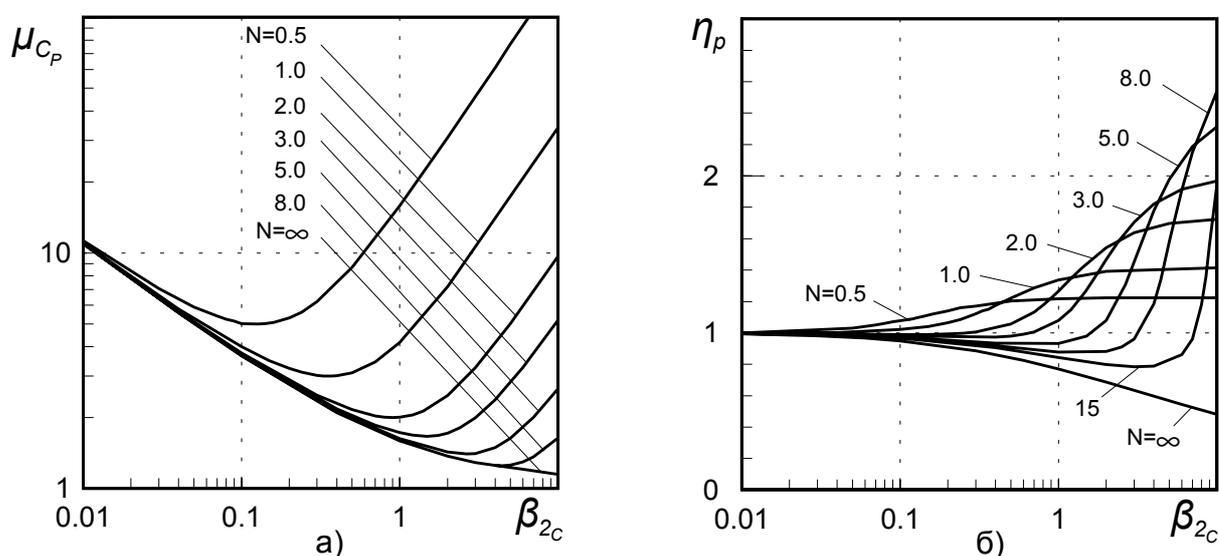


Рис.3. Резонансные характеристики по коэффициенту передачи силы

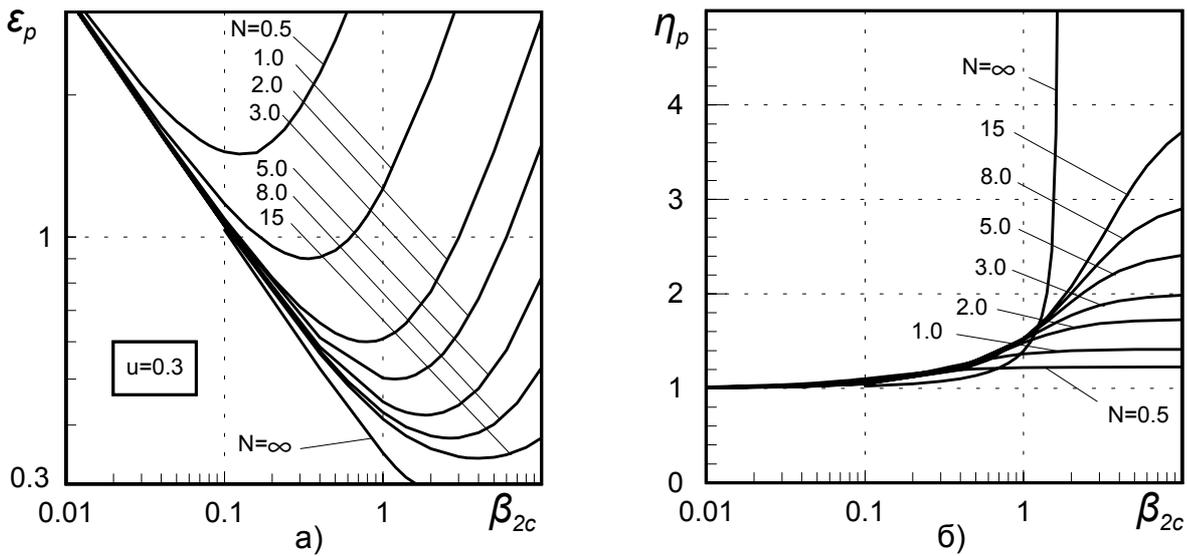


Рис.4. Резонансные характеристики по относительному эксцентриситету

случае $N = \infty$ для любых уровней демпфирования справедливо неравенство $\eta_p < 1$, что соответствует резонансной характеристике колебательной системы с упруго-демпферной подвеской в виде модели Кельвина.

Сопоставление рис.3а и рис.3б показывает, что оптимальные значения параметра β_{2c} соответствуют участкам с наибольшим темпом изменения функции резонансной частоты $\eta_p(\beta_{2c})$ как и в случае с вязким демпфированием. То есть, малое отклонение параметра β_{2c} от оптимума по причине, например, изменения режима силового нагружения опоры или температурных колебаний, может вызвать значительное смещение резонансной частоты системы. Таким образом, для минимизации резонансного коэффициента передачи силы оптимальная величина параметра квадратичного демпфирования желательна, однако высокая чувствительность резонансной частоты к величине параметра β_{2c} может быть неприемлемой при условии необходимости поддержания ее относительной стабильности. В таких случаях предпочтительным является (как видно из рис.3) более низкий уровень параметра β_{2c} в сравнении с оптимальным, что позволяет сгладить данный негативный эффект.

Из рис.3а и рис.4а видно, что характеры функций $\epsilon_p(\beta_{2c})$ и $\mu_{cp}(\beta_{2c})$ аналогичны. Поэтому выводы, сделанные выше в отношении влияния вариации безразмерных параметров

β_{2c} и N на резонансный коэффициент передачи силы, правомочны и для относительного эксцентриситета на резонансе. Рис.4а свидетельствует также о том, что для $u = 0,3$ и $N < 1$ при любых уровнях параметра β_{2c} эксцентриситет на резонансе имеет величину, недопустимую с точки зрения обеспечения работоспособности нерегулируемого ГДД. Данное обстоятельство накладывает дополнительные ограничения на область допустимых значений параметров опоры при ее проектировании.

Относительные резонансные частоты для всех значений безразмерной жесткости и небольших величин квадратичного демпфирования ($\beta_{2c} < 0,1$) приблизительно равны недемпфированной собственной относительной частоте ($\eta_p \approx 1$) – смотри рис.4б. Линия графика при $N = \infty$ соответствует резонансной характеристике колебательной системы с упруго-демпферной подвеской в виде модели Кельвина. С ростом параметра β_{2c} линии графика функции $\eta_p(\beta_{2c})$ плавно растут, асимптотически приближаясь к величине $(N+1)^{0,5}$ при $\beta_{2c} \rightarrow \infty$, причем темп роста увеличивается при $N \rightarrow \infty$. Наибольшая скорость изменения резонансной частоты при фиксированном параметре N соответствует окрестности значений параметра $\beta_{2c} \approx (\beta_{2c})_{opt}$, что имеет негативные последствия, подобные описанным выше для резонансной частоты по коэффициенту передачи силы.

Уровень квадратичного демпфирования в рассматриваемой колебательной системе может быть оптимизирован посредством определения оптимальной величины безразмерного параметра $\beta_{2c} = (\beta_{2c})_{opt}$ при заданных значениях безразмерной жесткости и амплитуды вибровозбуждения. Способ определения оптимальной значения параметра β_{2c} связан с феноменом минимакса реакции на вибровозбуждение, о котором выше уже упоминалось. При данной величине безразмерной жесткости N значение $\beta_{2c} = (\beta_{2c})_{opt}$ определяется по совпадению резонансного пика АЧХ с инвариантной точкой. Определенные численным методом для рассматриваемых АЧХ значения $(\beta_{2c})_{opt}$ в функции параметра N представлены на рис.5а. На рис.5б приведена кривая минимаксных значений рассматриваемых АЧХ при относительном дисбалансе ротора $u = 0,3$, которые через безразмерную жесткость можно привести в соответствие со значениями $(\beta_{2c})_{opt}$ на рис.5а.

Из рис.5 видно, что при оптимальных величинах параметра β_{2c} с ростом безразмерной жесткости резонансные значения коэффициента передачи силы асимптотически стремятся к единице, а относительного эксцентриситета – к величине относительного дисбаланса. В общем случае оптимальное демпфирование (как и при линейном трении) имеет разные величины для коэффициента передачи силы и относительного эксцентри-

ситета, которые однако практически совпадают при значениях параметра $N < 1$.

Таким образом, невозможно обеспечить одновременно оптимальный уровень демпфирования для коэффициента передачи силы и относительного эксцентриситета при $N > 1$. Данное обстоятельство наряду с необходимостью соблюдения требований по диапазону и качеству виброизоляции является причиной принятия компромиссного решения на этапе выбора уровня квадратичного демпфирования в рассматриваемой колебательной системе с релаксационным механизмом демпфирования. На принятие решения в каждом конкретном случае оказывают влияние конструктивные и функциональные ограничения на опорный узел ротора в совокупности с выявленными в настоящей работе закономерностями и особенностями динамики подобных конструкций.

Все рассмотренные выше реологические модели упругодемпферных опор (рис.1) теоретически обоснованы для линейных областей зависимостей параметров жесткости и демпфирования от амплитуды колебаний. В реальных конструкциях опор роторов используются в основном демпферы, имеющие в области больших амплитуд прецессии нелинейные демпфирующие характеристики. Например, нерегулируемые гидродинамические демпферы опор роторов имеют линейные участки демпфирующих характеристик лишь

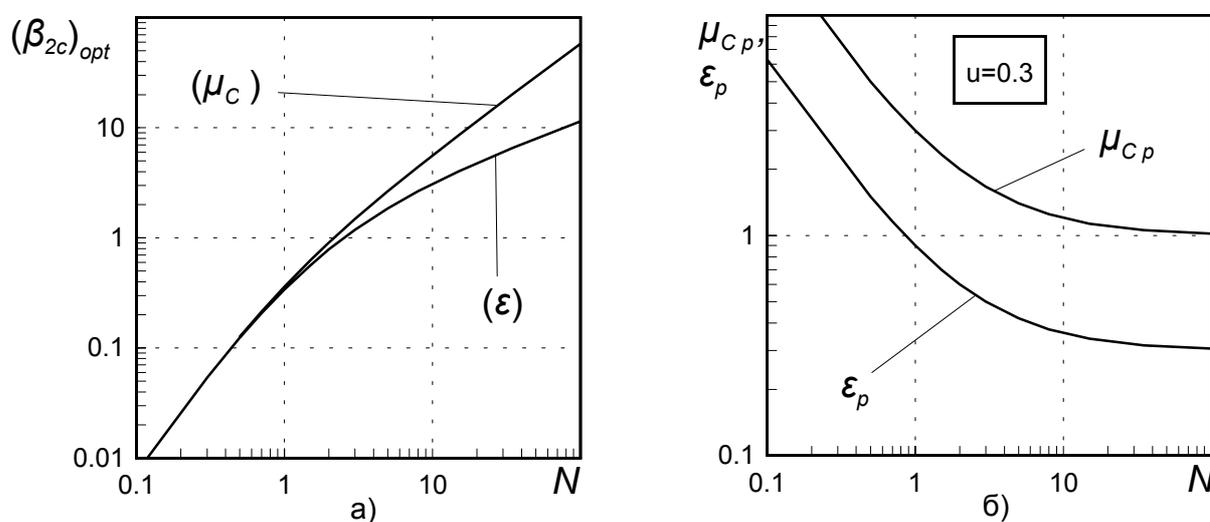


Рис.5. Оптимальные величины параметра квадратичного демпфирования (а) и минимаксы АЧХ (б)

в области значений относительного эксцентриситета $\varepsilon < 0,4$, тогда как в таких конструкциях по физическим соображениям колебания ограничены значением $\varepsilon = 1$; это сужает границы использования предлагаемых моделей.

Из графиков рис.5б видно, что при относительном дисбалансе $u = 0,3$ область применения рассматриваемых теоретических моделей для опор с нерегулируемыми ГДД ($\varepsilon < 0,4$) ограничена снизу значением параметра $N \approx 6$. В связи с этим для оптимизации опорного узла с нерегулируемым ГДД на рис.6 приведены АЧХ для случая значений параметра $N = 8$.

Увеличение значения параметра N для модели, изображенной на рис.1б, возможно за счет повышения жесткости подшипника C_{II} (например, осевым поджатием радиально-упорного подшипника или уменьшением радиального монтажного зазора в роликовом подшипнике), а также снижением жесткости упругого элемента C_y . Однако, предложенные в работах [5, 6] конструкции регулируемых ГДД позволяют расширить линейную область демпфирующих и жесткостных характеристик до значений параметра $\varepsilon = 0,7 \dots 0,8$. Причем, реальные значения относительного эксцентриситета в этих конструкциях могут принимать значения $\varepsilon > 1$, что объясняется дефор-

мациями рабочих поверхностей демпферного зазора под действием гидродинамического давления. В связи с этим, приведенные в статье АЧХ относительного эксцентриситета ограничены значением $\varepsilon > 1$, что позволяет использовать их для анализа работы опор роторов с любыми типами ГДД.

Для выбора типоразмера гидродинамического демпфера необходимо знать ограничения, предъявляемые к конструкции опоры. В частности, максимально возможное смещение x ротора относительно статора, которое обычно ограничивается радиальными зазорами по лопаткам, либо в лабиринтных уплотнениях. В современных ГТД радиальные зазоры по лопаткам компрессора позволяют использовать в опорах роторов ГДД с $\delta_0 \leq 0,2$ мм. Это необходимо учитывать при выборе и оптимизации величин параметров демпфера.

Алгоритм выбора типа ГДД, его параметров и оптимизации их величин

Для реализации алгоритма выбора параметров нерегулируемого ГДД (рис.1б) необходимо знать массу ротора M , приходящуюся на опору, а также рабочий дисбаланс ротора Δ , жесткости подшипника C_{II} и упругого элемента C_y .

Алгоритм выбора типа ГДД и его параметров можно представить в следую-

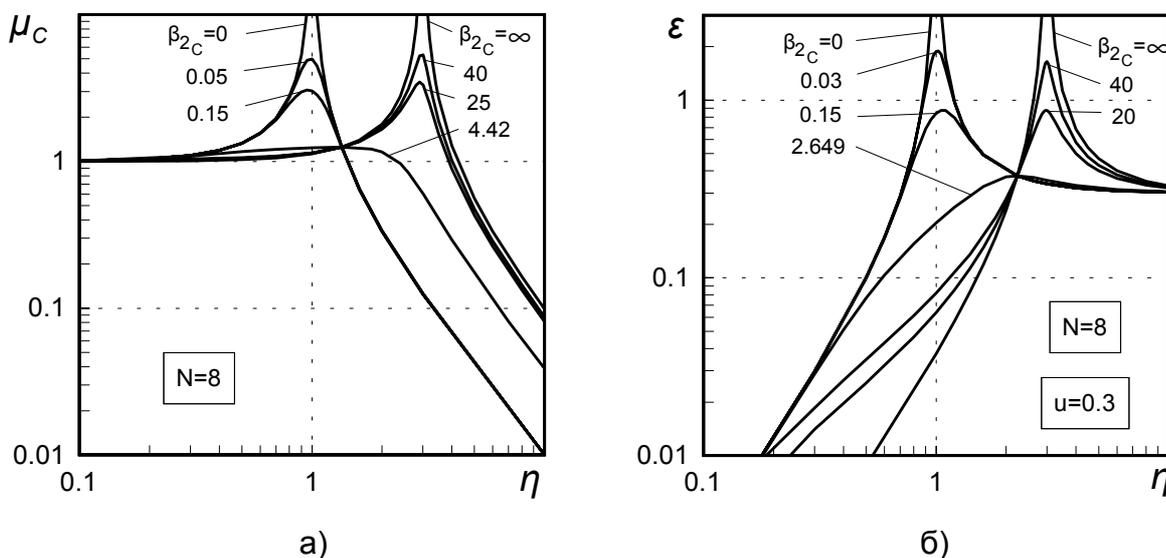


Рис.6. Амплитудно-частотные характеристики коэффициента передачи силы (а) и относительного эксцентриситета (б) при $N = 8$ и $u = 0,3$

щем виде:

1. Определение безразмерного параметра N и относительного дисбаланса u , для чего задаются величиной демпферного зазора $\delta_0 \leq 0,2$ мм.

2. Выбор для полученных величин параметров N и u оптимального демпфирования в системе с линейным трением на основании оптимизации параметра [1]

$$\xi = 0,5d / \sqrt{MC_0},$$

с последующим вычислением коэффициента демпфирования $d = d_{\text{opt}}$.

3. Выбор типа демпфера – "короткий" или "длинный".

4. Оптимизация геометрических параметров (радиуса R и длины L) сначала "короткого" ГДД в предположении полного охвата смазкой с целью обеспечения коэффициента демпфирования

$$d_{\kappa} = \pi \mu R (L / \delta_0)^3 = d_{\text{opt}},$$

где μ - вязкость смазки [7].

В случае, если полученные геометрические параметры демпфера превышают размеры, отведенные для ГДД в опоре ротора, необходимо уменьшить демпферный зазор и повторить оптимизацию. Но при выбранной потребной величине $\delta_0 < 0,1$ для авиационных ГДД по технологическим соображениям рекомендуется перейти к схеме "длинного" ГДД и провести оптимизацию геометрических параметров с целью обеспечения коэффициента демпфирования по зависимости [7]

$$d_0 = 24 \pi \mu L (R / \delta_0)^3 = d_{\text{opt}}.$$

5. Оценка наличия кавитации смазки в демпферном зазоре ГДД при выбранных параметрах по методике, изложенной в работе [7].

6. При наличии кавитации смазки уточняются геометрические параметры ГДД по зависимости для коэффициента демпфирования при половинном охвате смазкой

$$d_{\kappa} = 0,5 \pi \mu R (L / \delta_0)^3$$

для "короткого" или

$$d_0 = 12 \pi \mu L (R / \delta_0)^3$$

для "длинного" демпфера.

7. Оценка режима течения смазки в демпферном зазоре – ламинарный или турбулентный – по методике, изложенной в работе [7].

8. При турбулентном режиме течения смазки выбор оптимального демпфирования производится для системы с квадратичным трением посредством оптимизации параметра β_{2c} . В этом случае для определения d_{opt} необходимо знать амплитуду возбуждающей нагрузки $F_0 = \Delta \omega^2$, где ω – частота вращения ротора на рассматриваемом режиме.

9. Определение оптимальной тангенциальной составляющей для рассматриваемого режима по зависимости $(F\tau)_{\text{opt}} = d_{\text{opt}} \chi \omega$.

10. Оптимизация геометрических параметров ГДД производится по зависимостям из работы [7] для тангенциальной составляющей гидродинамической силы "короткого" или "длинного" демпфера с учетом турбулизации смазки.

Приведенный алгоритм позволяет на ранней стадии проектирования обоснованно выбрать тип и геометрические параметры ГДД для опоры ротора турбомшины. На этапе доводки изделия, когда уже сформирована роторная система, выбранные величины коэффициентов демпфирования могут быть уточнены с помощью более сложных методик расчета, например, основанных на методе начальных параметров [8] или конечных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакиров Ф.М., Балякин В.Б. Использование реологических моделей релаксационного демпфирования для исследования динамики опоры ротора. Часть 1. Линейное демпфирование // Известия Самарского научного центра РАН. 2001. Т.3. №2.
2. Шакиров Ф.М. К развитию методологии исследования динамики и узлов ДЛА как систем нелинейного релаксационного демпфирования // Труды Междун. науч.-техн. конф. по проблемам двигателестроения. Ч.3. Самара, 2001.
3. Вибрации в технике: Справочник: Защи-

- та от вибрации и ударов. М.: Машиностроение, 1981.
4. *Klotter K.* Non-linear vibration problems treated by the averaging method of W. Ritz // Proc. First US nat. cong. appl. mech., ASME. New York, 1952.
 5. А.с. 1567815 СССР, МКИ³ F16F 7/00. Гидродинамический демпфер / *В.Б. Балякин, А.И. Белоусов, С.В. Фалалеев* (СССР). – Оpubл. 30.05.90; Бюл. № 20.
 6. *Балякин В.Б.* Методика расчета эластогидродинамического демпфера // Вестник СГАУ. Серия "Проблемы и перспективы развития двигателестроения". Ч.2. Самара, 2000. Вып.4.
 7. *Белоусов А.И., Новиков Д.К., Балякин В.Б.* Гидродинамические демпферы опор роторов турбомашин. Куйбышев: КуАИ, 1991.
 8. *Новиков Д.К., Балякин В.Б.* Динамика ротора газотурбинного двигателя с гидродинамическими демпферами в опорах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1999. № 2.

**RELAXATION DAMPING RHEOLOGICAL MODELES USE
FOR ROTOR SUPPORT OPERATIONAL ANALYSIS
PART 2. NONLINEAR DAMPING**

© 2002 F.M. Shakirov, V.B. Balyakin

Samara State Aerospace University

Engine rotor support study using relaxation damping rheological models is given in this article. Amplitude-frequency and resonant responses of a relative eccentricity in damper and dynamic force transmissibility across the support under different conditions of its operations are described.

ЦИФРОВОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ПОЛЕЙ ВИБРОСМЕЩЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

© 2002 Д.С. Еленевский, Ю.Н. Шапошников

Самарский научно-инженерный центр автоматизированных
прочностных испытаний и диагностики машин

Рассмотрены проблемы, связанные с исследованием колебаний деталей и узлов энергетических машин методами цифровой спекл-интерферометрии. Описана конструкция цифрового спекл-интерферометра, позволяющего одновременно регистрировать три компонента вектора вибросмещения всей поверхности исследуемого объекта.

Для эффективной доводки деталей и узлов энергетических машин по прочности и надежности необходимо иметь информацию о распределении напряжений при ее колебаниях на собственных формах. Основным инструментом для получения такой информации, несмотря на его трудоемкость, повсеместно является метод тензометрии. В то же время в начале 90-х годов была предложена расчетно-экспериментальная методика оценки вибронпряженного состояния, не требующая тензометрирования деталей [1]. Получение полей напряжений в соответствие с этой методикой было многоступенчатым процессом. На первом этапе методом голографической интерферометрии регистрировались три интерференционные картины. Далее эти картины с помощью специального модуля вводились в компьютер, осуществлялась их геометрическая привязка к системе координат, графическое редактирование и, наконец, по ним рассчитывались поля вибросмещений поверхности в узлах конечно-элементной модели исследуемого объекта. Эти результаты на последнем этапе использовались в качестве исходных данных для проведения расчетов полей напряжений. Тем не менее метод не получил распространения именно в силу многоступенчатости процесса. В этой связи совершенно уникальные возможности для совершенствования разработанной методики представляет цифровая голография.

Цифровая голография является дальнейшим развитием электронной спекл-интерфе-

рометрии [2]. Она использует преимущества современной компьютерной техники в части обработки информации, позволяя полностью автоматизировать как процесс регистрации колебаний, так и представление результатов в виде распределения интенсивности света, привязанного к амплитудам колебаний точек поверхности исследуемого объекта. В цифровом интерферометре интерференционная картина формируется непосредственно в памяти компьютера. Таким образом, процесс расчета полей напряжений может быть существенно упрощен.

Три проблемы должны быть решены при создании такого интерферометра. Во-первых, интерферометр должен позволять одновременно регистрировать все три проекции вектора вибросмещения. Во-вторых, интерференционные картины, регистрируемые интерферометром, должны удовлетворять определенным требованиям по качеству. И, наконец, алгоритм обработки интерферограмм должен с минимальными погрешностями связать распределение интенсивности света в интерференционной картине с амплитудами колебаний точек поверхности. Рассмотрим эти проблемы последовательно и более подробно.

В голографической интерферометрии вектор чувствительности интерферометра определяется как разность векторов освещения и наблюдения исследуемой точки поверхности [3]. Интерферометр регистрирует проекцию вектора смещения точки поверхности

на вектор чувствительности интерферометра в данной точке. Для регистрации трех компонент вектора смещения необходимо иметь интерферометр, позволяющий регистрировать картины с тремя различающимися векторами чувствительности, причем чтобы минимизировать погрешность измерения вектора смещения, пространственные углы между векторами чувствительности должны быть близки к 120° . Это достигается применением оптических весьма сложных оптических схем, в которых объект освещается и/или наблюдается по различным направлениям.

В спекл-интерферометрии оптические схемы интерферометров, предназначенных для регистрации компонент вектора смещения, лежащих в плоскости исследуемой поверхности, и компоненты, близкой к нормали поверхности, могут существенно различаться [4]. Оптическая схема интерферометра, чувствительного к нормальной компоненте вектора смещения, практически ничем не отличается от оптических схем голографических интерферометров. При этом, как и в голографической интерферометрии, вектор чувствительности совпадает с биссектрисой угла между векторами освещения и наблюдения точки поверхности, т.е. может быть в пространстве направлен по любому направлению. Если же интерес представляет компонента вектора смещения, лежащая в плоскости поверхности, то тогда исследуемая поверхность освещается двумя параллельными пучками света, направленными на поверхность с разных сторон под углом 45° к нормали, опорный пучок при этом отсутствует вовсе. В этом случае регистрируется компонента смещения, лежащая в плоскости поверхности, направление которой совпадает с плоскостью, в которой развернуты освещающие пучки.

Большинство оптических схем спекл-интерферометров построено так, что они регистрируют только компоненту вектора смещения, близкую к нормали, либо только компоненту, лежащую в плоскости объекта. Известен интерферометр, разработанный Педрини, который совмещает в себе эти две схе-

мы и позволяет регистрировать три компоненты вектора вибросмещения [5]. Конструкция интерферометра достаточно сложна. Излучение рубинового лазера делится на шесть пучков, которые попарно используются для последовательного получения трех интерференционных картин, по которым могут быть рассчитаны три компоненты вектора вибросмещения. Основным недостатком этого интерферометра, кроме того, что интерференционные картины, привязанные к каждой из компонент вектора вибросмещения, регистрируются не одновременно, связан с тем, что он, в силу специфики оптической схемы, может быть использован для исследования колебаний объектов, поверхность которых близка к плоской. Исследование полей смещений объектов сложной формы, таких как, например, лопатки турбины, с помощью этого интерферометра представляется проблематичной задачей.

В основе другого интерферометра, позволяющего регистрировать три компоненты вектора вибросмещения, лежит достаточно простая оптическая схема с тремя разнесенными в пространстве телевизионными камерами наблюдения, тремя опорными и только одним освещающим исследуемый объект лазерными пучками [6]. Основные недостатки интерферометра связаны с необходимостью синхронизации работы всех трех камер и организацией одновременного ввода трех изображений в компьютер. Некоторые сложности могут возникнуть и с вибрационной стабильностью интерферометра, поскольку камеры достаточно разнесены в пространстве, а время регистрации между двумя последовательными кадрами велико.

Эти недостатки в некоторой степени преодолены в интерферометре, в котором используется одна телевизионная камера и три разнесенных в пространстве освещающих пучка [7]. Однако, оптическая схема этого интерферометра также достаточно сложна, поскольку из-за ограниченной когерентности лазера требуется три различающихся опорных пучка. Кроме того, в этом интерферометре регистрация трех интерференционных картин производится последовательно. Наконец,

такой интерферометр, также как и предыдущий, не в состоянии обеспечить оптимальный пространственный угол в 120° между направлениями векторов чувствительности, обеспечивающий минимальную погрешность при определении вектора смещения точки поверхности.

Поэтому разработка оптической схемы интерферометра, способного одновременно регистрировать три компоненты вектора смещения объекта сколь угодно сложной формы, представляется актуальной задачей.

Если интерференционные картины в последующем будут подвергаться обработке с целью извлечения из них количественной информации, то к их качеству предъявляются повышенные требования. Условия регистрации, при которых качество электронных спекл-интерферограмм будет наилучшим, подробно рассмотрены в монографии [4]. Эти условия справедливы и при получении цифровых интерферограмм. Кроме того, при исследованиях вибросмещений возникают дополнительные проблемы. Прежде всего, очевидно, что для извлечения количественной информации не подходят интерферограммы, регистрируемые методом усреднения во времени. Зависимость распределения интенсивности света от амплитуды колебания точек поверхности в интерферограмме, зарегистрированной усреднением во времени, описывается функцией Бесселя первого рода нулевого порядка. Контраст интерференционных полос таких интерферограмм весьма низок и падает почти линейно с ростом номера интерференционной полосы. Поэтому для получения высококонтрастных полос вибрирующая поверхность должна освещаться двумя короткими лазерными импульсами, генерируемыми в моменты разных фаз колебаний исследуемой поверхности. Обычно в качестве источника излучения в цифровых интерферометрах используются двухимпульсные рубиновые лазеры [5-7]. За время накачки такой лазер генерирует пару импульсов, привязанных к выбранным фазам колебания объекта. Однако известно, что лазерные импульсы, генерируемые, в частности, рубиновыми лазерами с модулированной добротностью,

могут существенно отличаться по частоте [8]. Смещение частоты генерации между импульсами приводит к образованию "ложных" интерференционных полос, связанных с рельефом поверхности исследуемого объекта. Такие полосы искажают результирующую интерференционную картину [9].

Другим недостатком двухэкспозиционной регистрации колебаний с использованием коротких лазерных импульсов является то, что интерференционные полосы нулевого порядка неотличимы от полос других порядков. Поэтому при расшифровке интерферограмм возникают естественные трудности, связанные с определением порядкового номера полос.

Поскольку в основе цифровой голографии лежит спекл-эффект, зернистость является неотъемлемым свойством интерференционной картины, полученной цифровым интерферометром. Восстановление фазовой функции поверхности непосредственно по таким интерференционным полосам и последующая ее привязка к амплитудам колебаний не могут быть проведены без существенных ошибок. С целью минимизации погрешности при восстановлении фазовой поверхности используют контролируемый фазовый сдвиг [10]. Фаза опорного светового пучка интерферометра последовательно сдвигается на известную величину и после каждого сдвига регистрируется спекл-изображение. Осуществить серию таких сдвигов в интерферометре с импульсным рубиновым лазером при исследовании колебаний достаточно сложно. Во-первых, лазер должен за время одной накачки генерировать серию (шесть-восемь) импульсов, привязанных к одной из двух выбранных фаз колебаний объекта. Во-вторых, одна цифровая камера не может зарегистрировать и ввести в компьютер шесть различающихся спекл-картин поскольку время генерации лазера меньше времени регистрации одного кадра изображения. Можно было бы для этих целей использовать интерферометр, в котором с помощью трех цифровых камер с дополнительной памятью осуществлена регистрация нормальной компоненты вектора вибросмещения в шести раз-

личных фазах колебания объекта, но его оптическая схема и система синхронизации чрезвычайно сложны [11].

В настоящей работе описан интерферометр, позволяющий получать одновременно три высококонтрастные интерференционные картины колеблющегося объекта с различающимися векторами чувствительности. В интерферометре используется гелий-неоновый лазер непрерывного действия, на выходе которого установлен электрооптический затвор, управляющий излучением лазера. Такой интерферометр свободен от недостатков интерферометров с импульсными рубиновыми лазерами. Он позволяет производить регистрацию спекл-интерферограмм как методом усреднения во времени, так и стробоскопическим. Интерферограммы, зарегистрированные методом усреднения, используются только для определения положения нулевых полос, а расчет амплитуд колебаний проводится по двухэкспозиционной картине.

Оптическая схема спекл-интерферометра представлена на рис.1. Излучение гелий-неонового лазера 1 непрерывного действия, проходит через электрооптический затвор 2 и попадает на светоделитель 3, после которого формируются предметный и опорный пучки. Опорный пучок пропускается через

фазовращатель 4 и зеркалами 5 и 7 направляется в систему формирования, которая состоит из микрообъектива 8 с фильтрующей микродиафрагмой 9 и линзы 10. Оптический клин 15 направляет опорный пучок в цифровую телекамеру 13. Система, состоящая из микрообъектива 8 и линзы 10, формирует опорный пучок таким, чтобы он фокусировался точно в плоскости диафрагмы объектива 14 телекамеры 13 и полностью освещал светочувствительную матрицу телекамеры. Объектный пучок расширяется линзой 11 и освещает исследуемый объект 17 и установленные вблизи объекта зеркала 12 и 16. Переменный светофильтр 6 позволяет регулировать отношение интенсивностей опорного и объектного пучков в плоскости светочувствительной матрицы. Изображение объекта и его зеркальные отражения, наблюдаемые телекамерой, вводятся в персональный компьютер 18.

Источником излучения в разработанном интерферометре служит гелий-неоновый лазер ЛГН-222, генерирующий линейно поляризованное одномодовое излучение мощностью 60 мВт. В качестве затвора используется электрооптический модулятор МЛ-103. Фазовращателем служит электрооптический кристалл DKDP. Изменяя напряжение, пода-

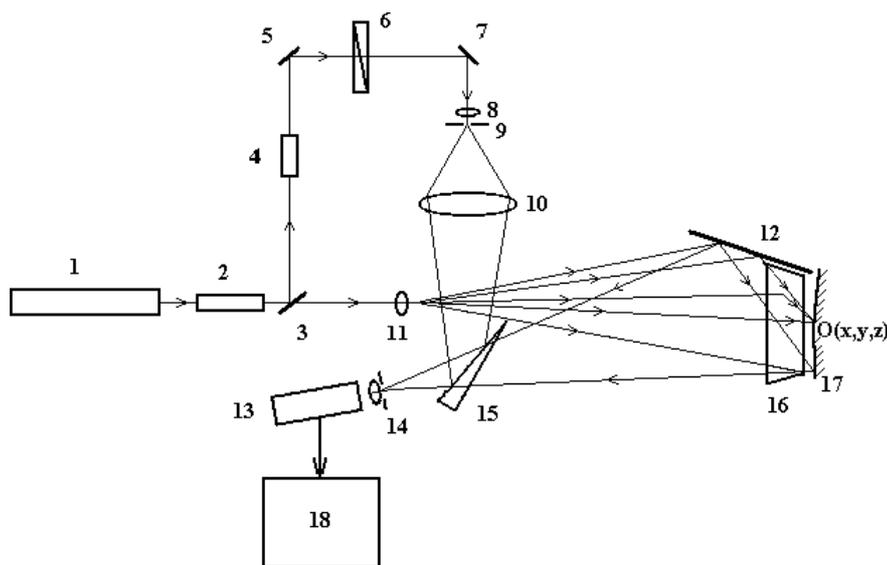


Рис.1. Оптическая схема цифрового интерферометра:

- 1 - лазер; 2 – электрооптический затвор; 3,5,7,12,16 – зеркало; 4 – фазовращатель; 6 – светофильтр; 8 – микрообъектив; 9 – микродиафрагма; 10,11 – линза; 13 – телекамера; 14 – объектив телекамеры; 15 - клин; 17 – исследуемая поверхность; 18 – персональный компьютер

ваемое на кристалл, можно с высокой точностью управлять фазой опорного пучка. Светофильтр, размещенный в опорном плече интерферометра, позволяет установить оптимальное соотношение пучков в плоскости интерференции. Цифровая телекамера WAT-902H формирует в персональном компьютере изображение исследуемого объекта, с разбиением на 752×582 точек. Диафрагма объектива телекамеры устанавливается такой, чтобы средний размер спекла (определяемый как $1,22\lambda(NA)$, где $\lambda=0,633 \text{ мкм}$ – длина волны лазерного излучения, (NA) – числовая апертура объектива) в плоскости изображения, был близок к размерам ячейки приемной матрицы телекамеры ($8,6 \times 8,3 \text{ мкм}$). Зеркала 12 и 16 устанавливаются вблизи исследуемого объекта и освещаются совместно с объектом одним пучком. Зеркала ориентируются таким образом, чтобы расширенный объектный пучок, отраженный от них, освещал всю поверхность объекта, и в телекамере наблюдались зеркальные отражения объекта. Таким образом, каждая точка на поверхности объекта (например, $O(x,y,z)$) освещается и наблюдается одновременно по трем различающимся направлениям. Телекамера регистрирует одновременно три интерференционные картины с тремя различающимися векторами чувствительности. При этом, поскольку оптическая ось телекамеры близка к оптической оси освещающего пучка, направления векторов чувствительности будет почти совпадать с направлениями наблюдения изображений объекта. Зеркала установлены так, что пространственный угол между направлениями наблюдения объекта близок к 120° . Таким образом, погрешность определения вектора вибро смещения будет близка к минимальной.

Принципы работы интерферометра иллюстрирует схема, приведенная на рис.2.

Интерферометр работает следующим образом. Сигнал возбуждения от звукового генератора 1 поступает одновременно на усилитель 3, блок управления 6 и осциллограф 17. Частота сигнала регистрируется частотомером 2. Усиленный сигнал возбуждает на заданной генератором частоте колебания объекта 5 с помощью вибратора 4. Микрофон

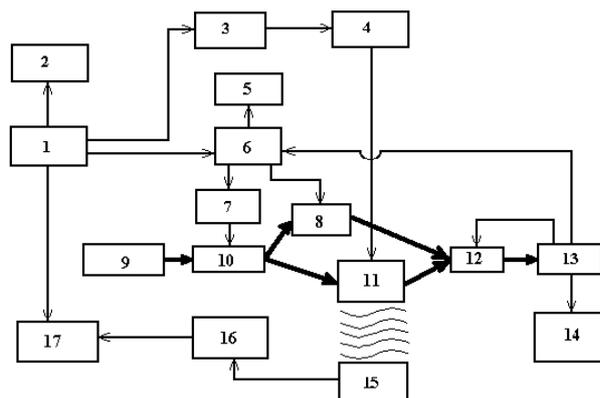


Рис.2. Блок-схема цифрового интерферометра: 1 – звуковой генератор; 2 – частотомер; 3 – усилитель; 4 – возбудитель колебаний; 5 – осциллограф; 6 – блок формирования импульсов; 7 – высоковольтный блок питания; 8 – фазовращатель; 9 – лазер; 10 – электрооптический затвор; 11 – объект; 12 – электронный объектив; 13 – телекамера; 14 – персональный компьютер; 15 – микрофон; 16 – шумомер; 17 – осциллограф

15 улавливает акустический сигнал отклика объекта на возбуждающее усилие и подает его на шумомер 16. Шумомер регистрирует уровень сигнала отклика. После шумомера этот сигнал направляется на осциллограф 17, на который также поступает сигнал от генератора, возбуждающего колебания.

При сканировании частоты возбуждения в момент резонанса резко возрастает акустический сигнал отклика; таким образом, по фигуре Лиссажу на экране осциллографа можно точно настроиться на резонансную частоту колебаний исследуемого объекта. Электрооптический затвор 10 при этом постоянно работает в режиме пропускания, лазер 9 освещает исследуемый объект 11. Электронный объектив 12 постоянно открыт, и изображение объекта вводится телекамерой 13 в персональный компьютер 14. На экране монитора персонального компьютера наблюдается "живая" спекл-картина. Процесс настройки на резонанс может контролироваться по этой спекл-картине.

После завершения настройки колебаний на резонансную частоту, методом усреднения во времени может быть получена цифровая интерферограмма. Для этого в память персонального компьютера записывается спекл-картина, затем фаза опорного пучка с помо-

щью фазовращателя 8 смещается на 180^0 и регистрируется другая спекл-картина. Разность этих спекл-картин представляет собой цифровую усредненную во времени интерферограмму. По интерферограмме легко можно определить форму колебаний исследуемого объекта. Однако она, в силу низкого контраста интерференционных полос, не позволяет рассчитать распределение амплитуд колебаний.

На рис.3а приведены три одновременно зарегистрированные подобным образом интерференционные картины колеблющейся лопатки компрессора.

Для того чтобы получить высококонтрастную картину, распределение интенсивности в которой связано с амплитудами колебаний точек поверхности косинусоидальной функцией, исследуемую поверхность необходимо освещать двумя короткими лазерными импульсами в разных фазах колебаний. Это осуществляется с помощью электрооптического затвора 10. Электрооптический затвор закрыт, когда на него с высоковольтного блока питания 7 подается постоянное напряжение, равное полуволновому. Для регистрации спекл-картины на резонансной частоте по команде оператора синхроимпульс с телекамеры открывает объектив телекамеры, одновременно этот сигнал подается на блок фор-

мирования импульсов 6. Блок формирования вырабатывает импульс, привязанный к заранее выбранной оператором фазе синусоидальных колебаний звукового генератора, возбуждающего объекта. Для контроля положения вырабатываемых импульсов относительно фазы колебаний используется двухлучевой осциллограф 5. Этот импульс поступает на блок питания 7 электрооптического затвора и снимает полуволновое напряжения с электрооптического модулятора, затвор открывается и освещает объект. Длительность высоковольтного импульса устанавливается на уровне $1/30$ периода колебаний. Как показано в [12] такая длительность является максимально допустимой, с тем, чтобы смещением вибрирующего объекта за время лазерного импульса можно было пренебречь. Поскольку объектив открыт, формируется кадр изображения и спекл-картина заносится в память персонального компьютера. При регистрации следующего кадра импульс, открывающий лазерный затвор, привязывается к другой выбранной фазе колебаний и блок формирования импульсов посылает на фазовращатель 8 сигнал, смещающий фазу опорного пучка на π . Изображения вычитаются друг из друга, результат вычитания представляет интерференционную картину, распределение интенсивности в которой привязано к соот-

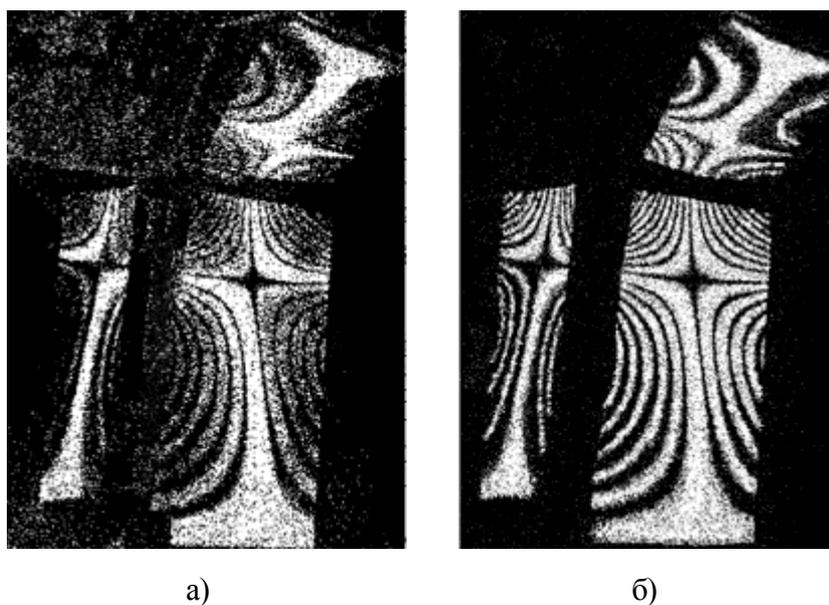


Рис.3. Интерференционные картины колеблющейся лопатки компрессора, зарегистрированные одновременно по трем направлениям наблюдения: а) методом усреднения, б) методом стробирования

ветствующим проекциям амплитуды колебаний на вектора чувствительности интерферометра косинусоидальной функцией. На рис.3б приведена полученная подобным образом интерференционная картина. Эта картина полностью идентична картине, зарегистрированной методом вычитания двух усредненных спекл-картин, но контраст интерференционных полос существенно выше.

Разработанный интерферометр позволяет использовать контролируемый фазовый сдвиг для определения центров интерференционных полос с высокой точностью. Методика определения центров полос с точностью до одной двадцатой длины волны света лазера, используемого в интерферометре, разработана в [13] для определения статических смещений объектов. Эта методика позволяет устранить спекл-структуру в интерференционной картине.

При регистрации колебаний методом контролируемого фазового сдвига в компьютер последовательно вводятся и запоминаются шесть спекл-картин. Фазовый сдвиг при регистрации спекл-картин осуществляется следующим образом. После регистрации первого кадра в выбранной фазе колебаний объекта, фазовращатель смещает фазу опорного пучка на $\pi/4$, и спекл-картина вновь запоминается. Следующий кадр регистрируется со сдвигом фазы опорного пучка $3\pi/2$. Таким образом, в память компьютера заносятся три последовательных спекл-картины объекта в одной и той же фазе колебаний, сложенные с опорным пучком, фаза которого последовательно изменялась. Затем управляющий импульс в блоке формирования смещается, привязываясь к другой выбранной фазе колебаний объекта. Этот процесс контролируется по осциллографу 5. Вновь регистрируются три спекл-изображения: первое при сдвиге фазы опорного пучка на $\pi/2$ относительно исходной фазы; второе, при сдвиге фазы опорного пучка относительно исходной на $3\pi/4$; и третье, когда фаза опорного пучка сдвинута на π .

Методика извлечения количественной информации из серии цифровых спекл-картин вибрирующего объекта, полученных при

контролируемом фазовом сдвиге опорного пучка, чрезвычайно проста. Она во многом не отличается от методики, развитой для определения статических смещений [13]. Разработана соответствующая программа, позволяющая по шести изображениям с высокой точностью установить положение центров интерференционных полос. Привязка центров полос к амплитудам вибраций осуществляется в диалоговом режиме отдельно для каждой интерференционной картины. Нумерация полос проводится с использованием интерференционной картины, зарегистрированной методом усреднения во времени. Подробно эта методика будет описана в следующей статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Давыдов А.Н., Шапошников Ю.Н.* Расчетно-экспериментальная оценка вибронпряженного состояния лопаток компрессора // Аэроупругость турбомашин. Труды ЦИАМ №1294. 1991.
2. *Pedrini G., Tiziani H.J.* Digital holographic interferometry // Digital speckle pattern interferometry and related techniques. Chichester: Wiley. 2001.
3. *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982.
4. *Джоунс Р., Уайкс К.* Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986.
5. http://www.sensorsmag.com/articles/0699/0699_p16/main.shtml.
6. *Krupka R., Walz T., Ettemeyer A.* New techniques and applications for 3D-brake vibration analysis // SAE Brake Colloquium, San Diego, Oct. 1-4, 2000.
7. *Pedrini G., Schedin S., Tiziani H.J.* Pulsed digital holography combined with laser vibrometry for 3D measurements of vibrating objects // Opt. and Lasers in Eng. Article in press. 2002.
8. *Flamholz A., Wolga G.J.* Transient Interference Studies of Passively Q-switched Ruby Laser Emission // J. Appl. Phys. 1968. V.39.
9. *Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В.* Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977.

10. Nakadate S., Saito H. Fringe scanning speckle-pattern interferometry // Applied Opt. 1985. V.24. №14. ференционно-голографические методы анализа вибраций // ЖТФ. Т.44.
11. http://www.uni-stuttgart.de/ito/institut/Research_Fields/digholo.htm
12. Листовец В.С., Островский Ю.И. Интер- 13. Гужов В.И., Козачок А.Г., Нечаев В.Г. Измерение деформаций диффузных поверхностей методом цифровой спекл-интерферометрии // Оптический журнал. 1996. №10.

DIGITAL INTERFEROMETER FOR MECHANICAL STRUCTURE FIELD VIBRODISPLACEMENTS RECORDING

© 2002 D.S. Yelenevsky, Yu.N. Shaposhnikov

Samara Scientific-Engineering Centre of Automated Strength Test and Diagnostics of Machines

The article deals with problems relating to power generation machinery parts and elements vibration study with the use of digital speckle-interferometry methods. Design structure of speckle-interferometer providing at one and the same time of three components of vibrodisplacement vector of test object whole surface is also described.

РАЗРАБОТКА МЕРОПРИЯТИЙ ПО УЛУЧШЕНИЮ ХАРАКТЕРИСТИК СТЕНДОВ ДЛЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

© 2002 С.П. Прохоров

Самарский государственный аэрокосмический университет

На базе анализа мирового опыта разработана конструкция стенда для виброакустических исследований двигателей внутреннего сгорания. Большое внимание при проектировании уделено задаче снижения "паразитных" шумов приводных элементов стенда. Приведены результаты экспериментального определения уровня "паразитных" шумов. Предложены мероприятия по улучшению акустического качества стенда. Представлены экспериментальные результаты, показывающие эффект снижения уровня "паразитного" шума от внедрения разработанных мероприятий на 25...30 дБА.

Процесс развития и совершенствования автомобильного транспорта сопровождается непрерывным ужесточением требований национальных и международных стандартов, предъявляемых к шумовым характеристикам наземных транспортных средств и их силовым энергетическим установкам, как доминирующим источникам шума транспортных средств в целом. Одновременно с этим возрастают потребительские требования к виброакустическому качеству (комфарту) этих объектов. Таким образом, все более актуальным становится вопрос увеличения объема экспериментальных исследовательских работ при проектировании и доводке автомобилей.

Качество исследовательских работ во многом определяется техническими характеристиками и возможностями стендового оборудования, применяемой высокотехнологичной испытательной техникой. В последнее время все большее значение приобретает комплекс мероприятий, включающий специальные инженерно-конструкторские, технологические решения, применение специальных материалов, конструкций, обеспечивающих объективные измерения.

Важное значение имеет разработка методов и мероприятий по улучшению характеристик стендов для виброакустических исследований двигателей внутреннего сгорания (ДВС). Особенностью экспериментальных исследований виброакустических характери-

стик является необходимость борьбы с источниками паразитного виброакустического излучения самого стендового оборудования, непосредственно не связанными с реальными рабочими процессами, протекающими в узлах и системах объектов исследований, так как именно они в наибольшей степени влияют на адекватность результатов экспериментов натурным условиям. В стендах для исследования виброакустических характеристик ДВС такими источниками являются приводные агрегаты и несущие конструкции стенда, инженерное оборудование и т.п.

В качестве базового оборудования стенд для виброакустических испытаний ДВС, как правило, содержит:

- автономный (виброизолированный) фундамент для поглощения вибрации, возникающей из-за действия в ДВС неуравновешенных сил и моментов, и ослабления передачи корпусного звука на строительные структуры помещения бокса;
- фундаментную плиту для установки исследуемого ДВС и тормоза;
- стойки для установки и крепления ДВС на фундаментной плите;
- нагрузочный тормоз (гидравлический, электрический) для поглощения развиваемой ДВС мощности с устройством измерения крутящего момента на валу двигателя (тормоза);
- вал и специальные муфты для соединения коленвала ДВС с валом тормоза;

- устройства и коммуникации для подачи в ДВС охлаждаемого смазочного масла, охлаждающей жидкости системы охлаждения ДВС, отвода в атмосферу отработавших и картерных газов ДВС;

- устройства и коммуникации для питания ДВС топливом и воздухом с соответствующими датчиками и приборами для измерения расхода, температуры, давлений воздуха и топлива;

- специальные устройства для регулирования и определения отдельных параметров, влияющих на рабочий процесс и показатели ДВС (угол опережения зажигания, состав смеси, угол опережения начала впрыска);

- системы, обеспечивающие регулирование и управление работой ДВС в процессе испытаний;

- пульт с размещенными на нем органами пуска и управления ДВС;

- приборы для контроля работы двигателя и приборы для регистрации замеряемых величин;

- дополнительные устройства и приборы, предназначенные для специальных исследований с целью определения отдельных параметров ДВС (токсичности, дымности, тепловой напряженности, деформаций отдельных деталей и т.п.).

Для проведения качественных стендовых исследовательских и доводочных работ, направленных на определение виброакустических характеристик ДВС, нашли широкое применение специализированные низкошумные нагрузочные стенды, устанавливаемые в специальных акустических (полузаглушенных или безэховых) камерах [1-4]. Более прогрессивным и объективным методом исследования и регистрации виброакустических характеристик ДВС в стендовых условиях, является использование концепций акустических моторных стендов, применяемых в исследовательских центрах фирм "Porsche" и "BMW" [3, 4]. В моторном стенде фирмы "Porsche" [3] предусматривается применение тормозного (нагрузочного) стенда, установленного по центру камеры, внизу под поверхностью пола полностью заглушенной безэ-

ховой акустической камеры. Передача тормозного (крутящего – на режимах прокрутки двигателя внутреннего сгорания без реализации в нем рабочего процесса) момента осуществляется гладкоременной передачей. Использование гладкоременной передачи вместо приводных валов [1, 2] позволяет исключить проблемы их балансировки и центровки, изгибных колебаний валов, сопровождающихся интенсивным шумо- и виброизлучением на гармониках частоты вращения. Пол акустической камеры выполнен полностью виброизолированным от автономного фундамента, виброизолированного, в свою очередь, от пола здания, на котором установлен приводной (тормозной) стенд. Внутренняя поверхность камеры покрыта эффективным шумопоглощающим материалом (специальными шумопоглощающими клиньями). В моторном стенде фирмы "BMW" [4] тормозная (приводная) установка стенда находится на уровне объекта испытаний (оси валов коленвала и вала тормозной установки совмещены) вне помещения акустической камеры и располагается за стенами камеры в отдельном помещении машинного зала. Исследуемый ДВС с тормозной балансирной машиной соединяется с помощью специальных приводных валов (валов отбора мощности). И в том, и другом случае, корпус ДВС, как объект исследования, располагается вблизи геометрического центра воздушного пространства камеры, т.е. в зоне наиболее удаленной от частично отражающих звук поверхностей стен, потолка и пола камеры (с "наилучшей акустикой"). Нижняя зона исследуемого ДВС, которая является наиболее шумо- и виброактивной и представляет наибольший практический интерес при доводочных испытаниях, в этом случае является свободной и открытой для качественных, объективных измерений параметров акустического поля ДВС.

Однако, и анализируемые конструкции акустических моторных стендов, выполненных по концептуальным схемам фирм "Porsche" и "BMW", как показал опыт их эксплуатации, обладают рядом весьма существенных недостатков с точки зрения их виброа-

кустических качеств.

Автором предложена концепция и разработана конструкция стенда для виброакустических исследований двигателей внутреннего сгорания, внедренная в комплексе специальных испытаний АО "АВТОВАЗ". На рис.1 представлена конструктивная схема разработанного стенда.

Стенд смонтирован в безэховой акустической камере 1. Под поверхностью пола акустической камеры установлена приводная (тормозная) балансирная машина 2 на виброизолированном специальными пружинами автономном фундаменте. Внутренняя бетонная оболочка камеры 1 установлена по периметру пола 3 на специальных пружинах и полностью изолирована от внешней бетонной оболочки (принцип строительства "камера в камере"). Пол акустической камеры 1 виброшумоизолирован от фундамента, на котором установлена балансирная машина 2, резиновыми уплотнениями 4. Поверхность пола, стен и потолка камеры 1 покрыта специальными шумопоглощающими клиньями (кулисами). Балансирная машина 2 передает крутящий (тормозной) момент через нижний вал, установленный в корпусе 5 нижнего

опорного подшипникового узла, приводной ремень 6, верхний вал 7, закрытый защитным кожухом 8. Область вращения приводного ремня 6 закрыта защитным кожухом приводного ремня 9. Объект испытаний – ДВС 10 монтируется через специальные упругие резинометаллические опоры и усиленные кронштейны на вертикальных стойках, имеющих возможность перемещаться по поперечным направляющим и фиксироваться в необходимом положении. Поперечные направляющие, в свою очередь, могут свободно перемещаться при выполнении монтажных работ, и фиксироваться вдоль продольных направляющих. Продольные направляющие балки устройства крепления ДВС на стенде, стойки защитного кожуха 8, корпус 11 верхнего опорного подшипникового узла смонтированы на несущем силовом каркасе. Пол испытательной камеры 1 представляет собой звукопрозрачные решетки, изолированные от рамы несущего силового каркаса. Воздушная полость камеры 1 вентилируется высокопроизводительной приточной и вытяжной вентиляцией.

Основные технические характеристики разработанного стенда для исследований

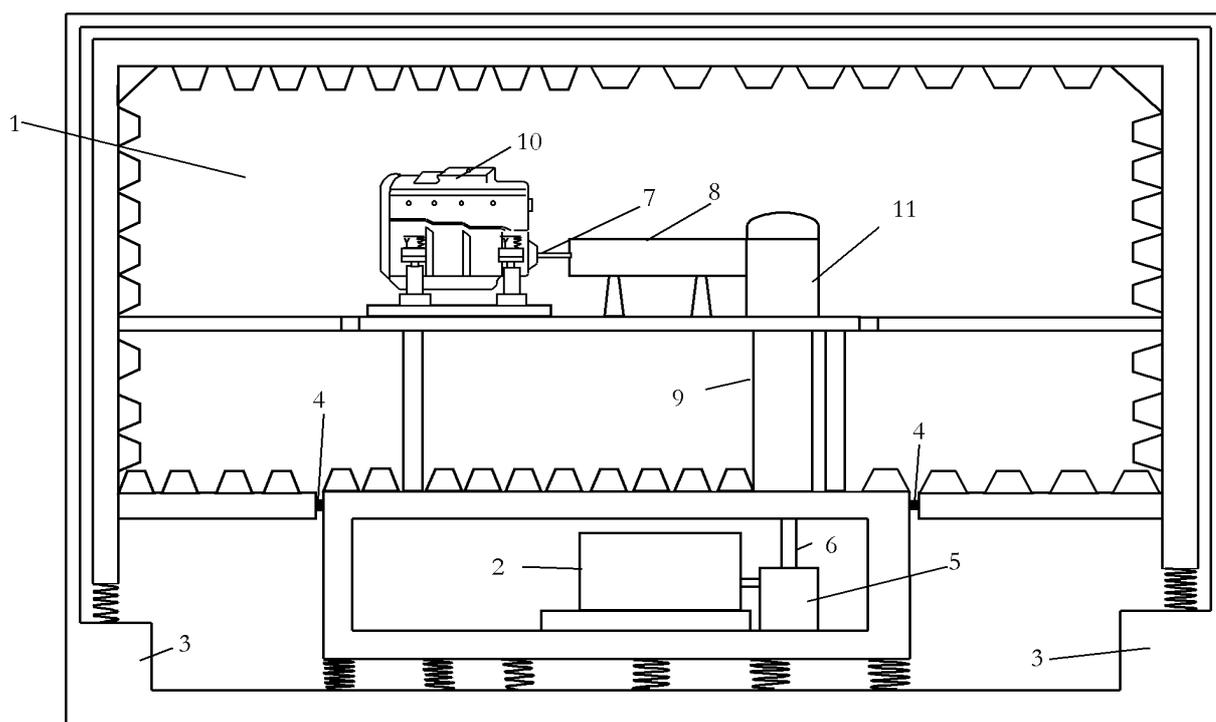


Рис.1. Схема стенда для исследования виброакустических характеристик ДВС

Таблица 1. Технические характеристики стенда для исследований виброакустических свойств ДВС

Параметр	Величина (свойства)
Максимальная частота вращения	7500 мин ⁻¹
Максимальный тормозной момент	318 Н*м
Максимальный двигательный момент	292 Н*м
Максимальная тормозная мощность	150 кВт
Максимальная двигательная мощность	137 кВт
Момент инерции балансирующей асинхронной машины	0.74 кг/м ²
Принцип строительства камеры	«камера в камере»
Объем воздушной полости камеры	491 м ³
Низшая резонансная частота колебаний воздушного объема камеры	60 Гц
Собственная частота колебаний бетонной оболочки камеры на пружинах	3 Гц
Собственная частота колебаний виброизолированного автономного фундамента балансирующей машины	6 Гц
Производительность приточно-вытяжной вентиляции помещения камеры	10000 м ³ /час

виброакустических свойств ДВС приведены в таблице 1.

Для оценки акустического качества стенда необходимо проведение экспериментальных исследований "паразитного" шумоизлучения от работы приводных агрегатов стенда, инженерного оборудования, несущих конструкций стенда и его сравнение с уровнем акустического излучения от работающего ДВС. На рис.2 представлены результаты замеров уровня шума на расстоянии 1 м от корпуса исследуемого двигателя по шкале А для 3 типов ДВС в зависимости от частоты вращения коленвала n , об/мин. Анализ графиков позволяет отметить монотонный характер увеличения уровня шума, излучаемого ДВС, с ростом частоты вращения - от 69...76 дБА на 1000 об/мин до 98...101 дБА на 6000 об/мин. Также на рис.2 представлена кривая уровня шумоизлучения приводных элементов стенда при прокрутке от приводной машины (ДВС не работает) в зависимости от частоты вращения. Характер шумоизлучения при этом с ростом частоты вращения носит нестабильный характер при общей тенденции к увеличению уровня шума - от 45 дБА при 1000 об/мин до 56 дБА при 6000 об/мин. При этом имеются локальные максимумы шумо-

излучения (например, при $n = 4500$ об/мин - 58 дБА, при $n = 5600$ об/мин - 58 дБА). Анализ графических зависимостей рис.2 показывает, что уровень шумоизлучения от приводных элементов стенда на всех режимах рабо-

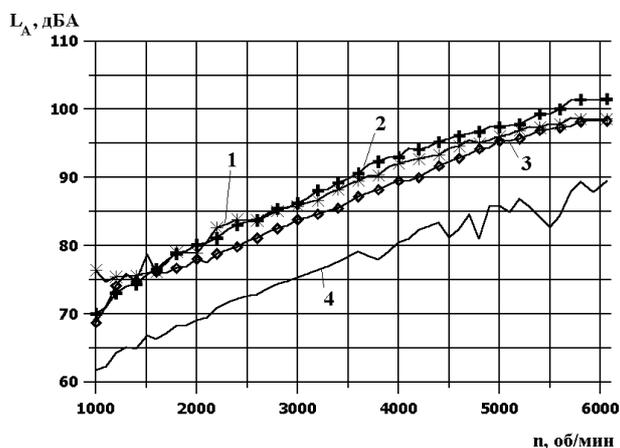


Рис.2. Результаты замеров уровня шума от работающих ДВС и "паразитного" шума приводных элементов стенда в зависимости от частоты вращения коленвала двигателя:

- 1 – * – двигатель ВА3 21214-36;
- 2 – + – двигатель ВА3 21233;
- 3 – ◊ – двигатель ВА3 2111;
- 4 – ——— – приводные элементы стенда при прокрутке от приводной машины

ты как минимум на 20...30 дБА ниже, чем от работающего ДВС. Это позволяет говорить о соответствии разработанного стенда для исследования виброакустических характеристик ДВС требованиям [5]. Однако для проведения более качественных измерений виброакустических характеристик ДВС с учетом тенденции к снижению излучаемого ими шума необходима доработка стендового оборудования с целью дополнительного уменьшения "паразитного" шумоизлучения от работы приводных агрегатов, инженерного оборудования, несущих конструкций и т.п.

Проведенный анализ конструкции стенда позволил выделить следующие возможные источники повышенных "паразитных" виброакустических нагрузок при прокрутке двигателя от приводной машины:

- корпус приводной (тормозной) машины;
- корпус нижнего опорного подшипникового узла;
- корпус верхнего опорного подшипникового узла;
- верхний вал;
- рама несущего каркаса;
- продольные и поперечные направляющие балки;
- вертикальные стойки;
- приводной ремень;
- электробензонасос.

Выделение источников "паразитного" шумо- и виброизлучения позволяет наметить и реализовать ряд технических мероприятий, среди которых можно выделить нижеследующие.

1. Несущая рама, вертикальные стойки и диагональные растяжки несущего силового каркаса выполняются из полых профилей. Полости профилей заполняются эффективным сыпучим или пенистым вибродемпфирующим веществом. Наружные поверхности футеруются звукопоглощающим материалом.

2. Несущая рама силового каркаса выполняется в виде перевернутого П-образного профиля, полость которого заполняется бетоном, играющим роль шумовибропоглощающей опоры. На верхней поверхности рамы закрепляются металлические плиты с образованием зазора между плитой и бето-

ном. Указанный зазор заполняется вибродемпфирующим веществом.

3. Привод стенда, использующий гладкоремennую передачу, закрывается звукоизолирующим кожухом, стенки которого выполнены из виброшумодемпфирующей структуры. Внутренние стенки защитного кожуха футерованы звукопоглощающим материалом. На наружные стенки нанесен вибродемпфирующий материал.

4. Пространство между бетонным полом испытательной камеры и монтажной плитой тормозной машины в районе технологического проема со всех сторон закрывается звукоизолирующими кожухами.

5. Металлическое основание корпуса верхнего опорного подшипникового узла закрывается сверху съемным звукоизолирующим кожухом. Несущий металлический корпус кожуха с внутренней и внешней сторон покрыт слоем вибродемпфирующего материала.

6. Корпус верхнего опорного подшипникового узла с зазором охватывается акустической капсулой, установленной на несущей раме на упругой резиновой подложке. Капсула выполнена в виде тонкостенного металлического каркаса. Стенки капсулы футерованы эффективными звукопоглощающими панелями.

7. Поперечные и продольные направляющие балки устройства крепления ДВС на стенде выполняются в виде металлического прямоугольного профиля с пустотелым сечением. Внутреннее пространство профиля направляющих балок заполнено сыпучим вибродемпфирующим веществом.

8. Внешние поверхности продольных, поперечных направляющих и вертикальных стоек крепления ДВС на стенде по всему их периметру футерованы звукопоглощающим пористым, волокнистым или открытоячеистым пенистым материалом, который облицован защитным звукопрозрачным слоем.

9. Защитный кожух ограждения привода, кинематически связывающего приводной вал ДВС с приводным валом тормозной машины, выполняется в виде многослойной шумовибродемпфирующей структуры, включающей несущую металлическую оболочку

кожуха, внутренний и внешний звукопоглощающий слой и внешний защитный звукопрозрачный материал.

10. Верхняя горизонтальная поверхность несущей рамы по всему ее периметру содержит объемные поглотители, выполненные из пористого, волокнистого или пенистого звукопоглощающего материала. Высота поглотителей составляет не менее $\frac{1}{4}$ длины волны излучаемого ДВС звука самой низкой доминирующей частоты звукового спектра.

11. В зазор между верхней плитой фундамента тормозной машины и полом камеры по периметру устанавливается виброшумоизолирующий уплотнитель. Он образует разделительную полость между пространствами безэховой камеры и машинного отделения.

12. Конструкция защитного звукоизолирующего кожуха ограждения привода, связывающего приводной вал ДВС с приводным валом тормозной машины, содержит $\frac{1}{4}$ -волновый резонатор.

В предлагаемых технических решениях по уменьшению шумовиброактивности конструктивных составных элементов стенда для исследования виброакустических характеристик ДВС использованы следующие основные принципы виброшумодемпфирования структур, такие как: виброизоляция, звукоизоляция, увеличение жесткости несущих элементов, снижение вибровозбудимости и вибропроводности структур за счет применения пустотелых профилей, заполненных сыпучим вибродемпфирующим веществом, "капсулирование" основных источников "паразитного" шумоизлучения, использование вибродемпфирования битумными ламинатами тонкостенных металлических конструкций, внутренняя звукопоглощающая футеровка, внешние звукопоглощающие элементы, ослабляющие звукоотражающие процессы, применение акустических экранов, глушителей воздушного шума. Следует отметить, что приведенные выше технические решения по улучшению акустических свойств стенда, не связаны с принципиальным изменением конструкции и принципа работы стенда, что, таким образом, обуславливает относительно небольшие материальные затраты по модер-

низации стенда.

Оценка виброакустической эффективности разработанных средств снижения "паразитного" шумоизлучения приводных элементов стенда может быть проведена на базе анализа результатов экспериментальных исследований.

Для оценки эффективности разработанных средств улучшения акустических характеристик проводились замеры шума работающего стенда при отсоединенном (неработающем) ДВС. Большое значение при проведении экспериментов имеет правильный выбор схемы испытаний и мест установки первичных преобразователей – микрофонов. Схема, иллюстрирующая точки установки измерительных микрофонов, представлена на рис.3. Уровень шума определяется как осредненное значение показателей по 5 использу-

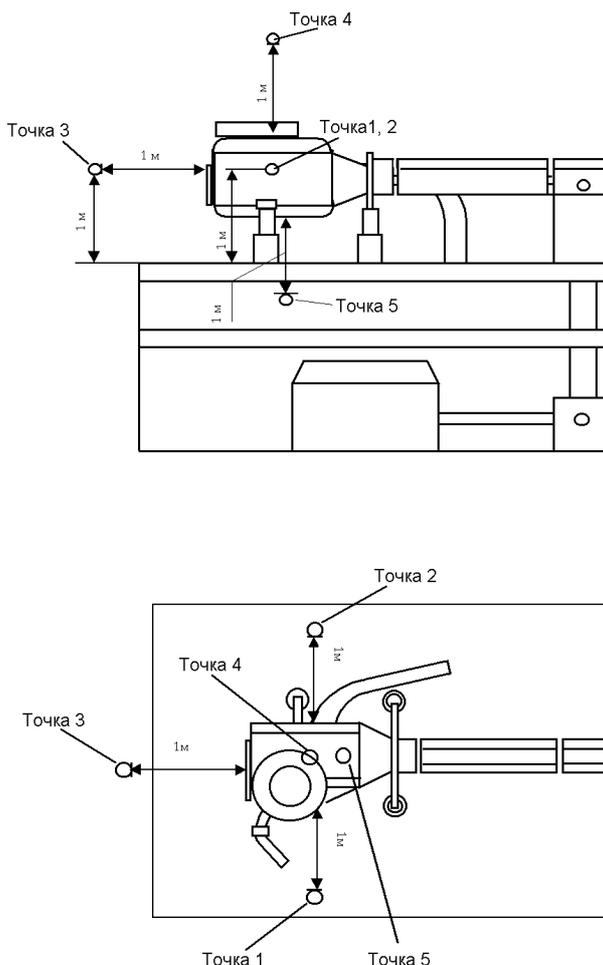


Рис.3. Схема установки измерительных микрофонов при проведении экспериментальных исследований

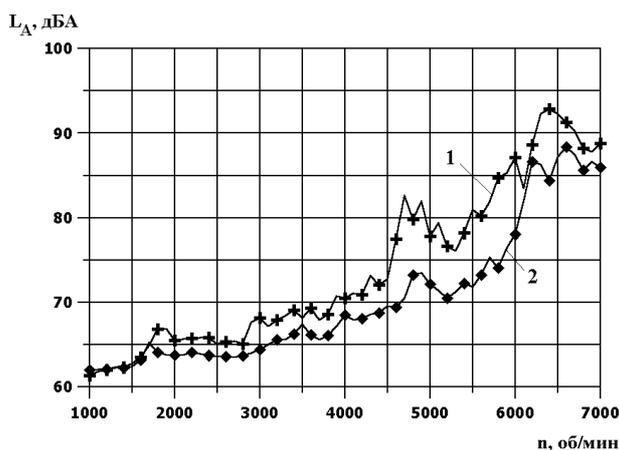


Рис.4. Зависимость уровня шума по шкале А от частоты вращения верхнего вала станка при отсоединенном ДВС:
 1 - - в исходном состоянии;
 2 - - после выполнения мероприятий по п. 1

емым микрофонам [5].

Ниже представлены некоторые результаты экспериментальных исследований по оценке эффективности разработанных средств снижения "паразитных" акустических нагрузок в рассматриваемом станковом оборудовании. На рис.4 изображена в графическом виде зависимость уровня шума, скорректированного по шкале А, от частоты вращения верхнего вала станка в исходном состоянии и после выполнения мероприятий по пункту 1 представленного выше списка разработанных мероприятий. Анализ графика рис.4 позволяет сделать следующие выводы:

- на низких частотах вращения привода ($n < 1500$ об/мин) выполнение несущей рамы, вертикальных стоек и диагональных растяжек несущего силового каркаса из полых профилей, заполнение их сыпучим материалом и футеровка наружных поверхностей звукопоглощающим материалом не приводит к снижению уровня "паразитного" шума от приводных элементов станка;

- наибольшая эффективность предлагаемого мероприятия зафиксирована при частотах вращения привода 4500...6000 об/мин и составляет 6...9 дБА;

- при прочих режимах работы станка эффективность мероприятия – 2...5 дБА.

Следует отметить, что неэффективность рассматриваемого мероприятия на малых режимах работы станка определяется в первую очередь наличием на этих частотах вращения более мощных источников шума, таких как гладкоременная передача, опорные подшипниковые узлы, поперечные и продольные направляющие балки и т.п. В том случае, когда эти источники создают уровень шума на 5...10 дБА больше, чем несущая рама и вертикальные стойки, основное внимание следует уделять снижению шумоизлучения именно этих элементов.

На рис.5 представлена в графическом виде зависимость изменения уровня шума, скорректированного по шкале А, от частоты вращения верхнего вала станка в исходном состоянии и после выполнения мероприятий по п.2. На основании анализа графической зависимости рис.5 можно судить о высокой акустической эффективности выполнения несущей рамы силового каркаса в виде перевернутого П-образного профиля с заполнением полости бетоном, ее закрытии металлическим перфорированным листом и наполнении зазора между листом и бетоном вибродемпфирующим веществом. Указанная группа мероприятий позволяет существенно уменьшить виброакустическую активность

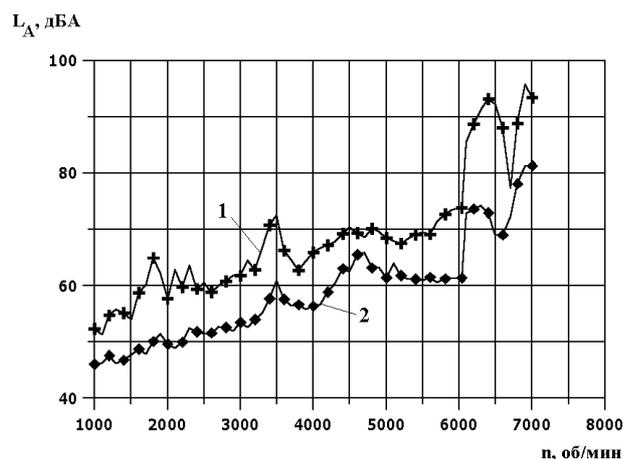


Рис.5. Зависимость уровня шума по шкале А от частоты вращения верхнего вала станка при отсоединенном ДВС:
 1 - - в исходном состоянии;
 2 - - после выполнения мероприятий по 2

Таблица 2. Сводные результаты экспериментальной оценки акустической эффективности разработанных мероприятий

№ п/п	Условия проведения эксперимента	Акустический эффект от мероприятия при частоте вращения привода, об/мин																	
		1000	1400	1800	2200	2600	3000	3400	3800	4200	4600	4900	5200	5500	5800	6100	6400	6700	7000
1	Подобрано оптимальное усилие натяжения приводного ремня	-2	+2	+2	+3	+1	+3	+4	-8	+3	+3	+6	+4	+1	+5	+3	+6	+2	+14
2	Строка 1 + выполнены мероприятия по п. 4, 5, 12	+5	+10	+5	+11	+10	+10	+13	+9	+13	+5	+4	+10	+2	+8	+6	+5	+3	+15
3	Строка 2 + произведена замена роликовых подшипников на шарик.	+7	+12	+11	+14	+11	+10	+12	+5	+6	+10	+8	+10	+7	+9	+7	+4	+6	+18
4	Строка 3 + выполнены мероприятия по п. 7, 8	+4	+10	+8	+12	+12	+14	+16	+12	+16	+13	+13	+17	+11	+18	+8	+8	+5	+18
5	Строка 4 + выполнены мероприятия по п. 1, 3	+9	+14	+11	+15	+15	+17	+18	+15	+19	+15	+15	+16	+15	+23	+17	+11	+10	+20
6	Строка 5 + выполнены мероприятия по п. 2, 6, 9, 11	+22	+26	+20	+28	+28	+28	+30	+28	+35	+25	+31	+33	+25	+36	+30	+25	+26	+34
7	Выполнены мероприятия по п. 1	-1	0	+3	+2	+2	+4	+3	+2	+3	+8	+8	+6	+9	+11	+2	+8	+3	+3
8	Выполнены мероприятия по п. 2	+6	+8	+15	+10	+7	+8	+13	+6	+8	+4	+6	+6	+9	+11	+13	+20	+5	+12
9	Выполнены мероприятия по п. 3	+4	+6	+5	+5	+5	+5	+4	+5	+5	+4	+4	+1	+6	+7	+11	+5	+6	+4
10	Выполнены мероприятия по п. 7	+7	+7	+5	+5	+6	+5	+4	+3	+3	+6	+6	+8	+10	+11	+3	+6	+2	+3

несущей рамы, обладающей весьма существенной площадью поверхности звукоизлучения. Акустическая эффективность при этом на всех режимах работы стендового оборудования составляет не менее 5 дБА, что позволяет рекомендовать указанное средство улучшения виброакустических характеристик на всех конструкциях аналогичных стендов. На ряде режимов эффект снижения шума превышал 10 дБА ($n = 1500 \dots 2300$ об/мин и $n > 5700$ об/мин) и доходил до 15...17 дБА.

Сводные результаты экспериментальной оценки эффективности разработанных мероприятий представлены в таблице 2 в зависимости от частоты вращения приводного вала.

На рис.6 представлены графики зависимости от частоты вращения приводного вала уровней шума в акустической камере разработанного стенда в первоначальном (исходном) состоянии и после выполнения всего комплекса предложенных мероприятий. Видно, что реализация всего комплекса предложенных средств весьма существенно улучшила акустическое качество разработанного стенда для испытаний ДВС во всем диапазоне рабочих режимов. Большая эффективность характерна для режимов $n > 2500$ об/мин и составляет 25...35 дБА. Несколько меньшая эффективность – 20...25 дБА – на частотах вращения приводного вала $n < 2500$ об/мин объясняется в первую очередь тем, что на малых режимах работы в спектре шумоизлучения приводных элементов присутствует больше низкочастотных составляющих, борьба с которыми существенно сложнее. Кроме того, на малых режимах работы уровень шумоизлучения приводных элементов стендового оборудования ниже, а как известно, снизить шум, например, источника в 90 дБ гораздо легче, чем источника в 70 дБ.

Проделанная работа позволяет предложить последовательность выполнения мероприятий по акустической доводке стендов для исследования виброакустических характеристик ДВС. В первую очередь необходима оценка текущего уровня "паразитных" шу-

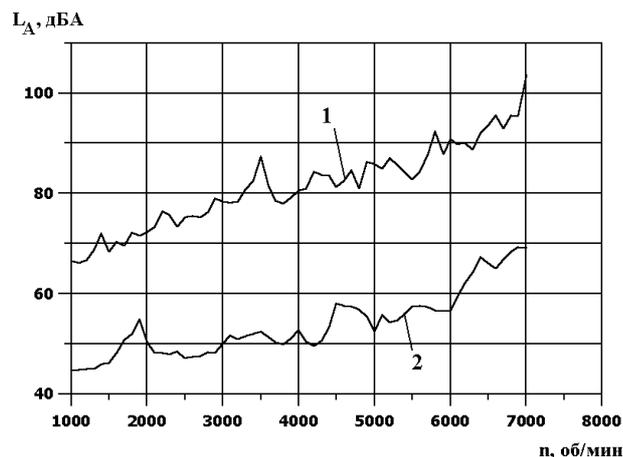


Рис.6. Зависимость уровня шума приводных элементов стенда для исследования виброакустических характеристик ДВС от частоты вращения приводного вала: 1 – первоначальное (исходное) состояние стенда; 2 – состояние стенда после проведения всего комплекса разработанных мероприятий

мов приводных элементов стендового оборудования при отсоединенном ДВС и его сравнение с уровнем шума работающего двигателя на всех нормируемых режимах эксплуатации. Это позволяет определить количественные показатели необходимой акустической доводки стенда. Далее для каждого режима работы идентифицируются все наиболее шумо- и виброактивные источники и разрабатывается комплекс мероприятий, аналогичных описанным выше, в первую очередь именно для выделенных шумоизлучающих элементов. После проведения экспериментальных исследований эффективности внедренных мероприятий рассматривается и решается вопрос о достаточности достигнутого акустического качества стенда или о повторении комплекса работ по совершенствованию виброакустических характеристик стенда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gavine A.* The American Way // Testing Technology International. November 2000.
2. Акустический центр выполнит // Автомобильная промышленность. 2000. №11.
3. *Gutzmer P., Pilgrim R.* Motorakustische Versuchs und Meßtechnik bei Porsche, MTZ,

- Motortechnische Zeitschrift. 1987. №48(2). Apr 2002. №50(2).
4. Brandstatt P., Fuchs H.V., Roller M. Novel silencers and absorbers for wind tunnels and acoustic test cells, Noise Control Eng. J. Mar- 5. ОСТ 37.001.266-83. Шум автомобильных двигателей. Допустимые уровни и методы измерения. М., 1983.

DEVELOPMENT OF MEASURES TO IMPROVING OF THE EXPERIMENTAL EQUIPMENT PERFORMANCE FOR VIBROACOUSTICAL RESEARCHES OF INTERNAL-COMBUSTION ENGINES

© 2002 S.P. Prokhorov

Samara State Aerospace University

On the basis of the analysis of world experience the design of a experimental equipment for vibroacoustical research of internal-combustion engines is designed. Keen attention at the designing is given to problem of "spurious" noise decrease for drive elements of an experimental equipment. Results of the experimental investigations of "spurious" noise level are presented. The measures on improvement of acoustic quality of an experimental equipment are offered. Experimental results demonstrate noise reduction effect in 25...30 dBA due to application of the proposed measures.

АНАЛИТИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МОДУЛЕЙ

© 2002 Б.П. Семёнов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Аналитические решения задачи о функциях и производных первого и второго порядков функций векторных модулей могут быть использованы в системах управления, в частности, робототехнических систем.

Модуль векторной модели - векторный замкнутый контур или минимальная по составу система взаимосвязанных векторных замкнутых контуров с определенностью между функциями и аргументами.

Под определенностью между функцией и аргументом будем понимать возможность вычисления значений функций контура по заданным значениям его аргументов и констант.

Все многообразие векторных модулей можно разделить на одноконтурные (простые) и многоконтурные (с обратными связями).

Элементарный векторный модуль - одноконтурный модуль с числом функций, равным числу измерений контура.

Элементарные плоские и пространственные векторные модули, приведены в табл.1. Практический интерес для определения частных производных представляют приведенные в этой таблице основные аргументы одно- и двухаргументных модулей.

Функции элементарных плоских модулей

Аналитические решения для функций элементарных m -векторных плоских модулей табл.1 получим из условия замкнутости:

$$\sum_{i=1}^m p_i \cdot \cos \varphi_i = 0, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m p_i \cdot \sin \varphi_i = 0. \quad (2)$$

Используем вариант индексации векторов: $i = 1, j = 2$ и $k = 3$.

Модуль Пл1 (функции p_1 и φ_1). Преобразуем (1) и (2)

$$p_1 \cdot \cos \varphi_1 = -X,$$

$$p_1 \cdot \sin \varphi_1 = -Y,$$

где

$$X = \sum_{i=2}^m p_i \cdot \cos \varphi_i, \quad Y = \sum_{i=2}^m p_i \cdot \sin \varphi_i,$$

тогда

$$p_1 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3)$$

и

$$\varphi_1 = \text{sign}(-Y) \arccos(-X/p_1). \quad (4)$$

Модуль Пл2 (функции p_1 и p_2). Преобразуем (1) и (2)

$$p_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + p_2 + X = 0, \quad (5)$$

$$p_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + Y = 0, \quad (6)$$

где

$$X = \sum_{i=3}^m p_i \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_2),$$

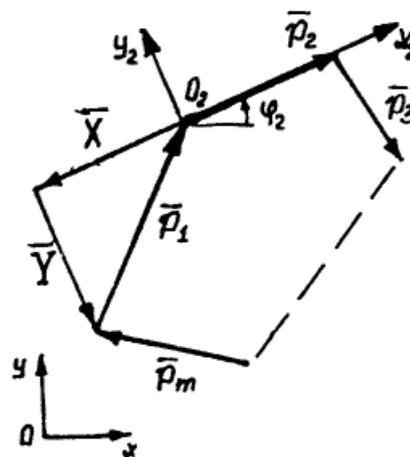


Рис.1. Геометрия модуля Пл2

Таблица 1. Элементарные векторные модули

Вид	Группа	Модуль	Обобщённый список функций			Макс. число решен.	Основные аргументы														
							двухаргументных модулей									одноаргументных модулей					
			u_1	u_2	u_3		ri	αi	βi	rj	αj	βj	rk	αk	βk	r_{i1}	α_{i1}	β_{i1}	r_{i2}	α_{i2}	β_{i2}
Пространственные																					
I	I	Пр1	ri	αi	βi	1										x	x	x	x	x	x
II	2	Пр2	ri	αi	rj	1			x		x	x				x	x	x	x	x	x
		Пр3	ri	αi	αj	2			x	x		x				x	x	x	x	x	x
		Пр4	ri	αi	βj	2			x	x	x					x	x	x	x	x	x
		Пр5	ri	βi	rj	2		x			x	x				x	x	x	x	x	x
	3	Пр6	ri	βi	αj	4		x		x		x				x	x	x	x	x	x
		Пр7	ri	βi	βj	2		x		x	x					x	x	x	x	x	x
		Пр8	αi	βi	rj	2	x				x	x				x	x	x	x	x	x
	4	Пр9	αi	βi	αj	2	x			x		x				x	x	x	x	x	x
		Пр10	αi	βi	βj	2	x			x	x					x	x	x	x	x	x
	III	5	Пр11	ri	rj	rk	1		x	x		x	x		x	x	x	x	x	x	x
Пр12			ri	rj	αk	2		x	x		x	x	x		x	x	x	x	x	x	x
Пр13			ri	rj	βk	2		x	x		x	x	x	x		x	x	x	x	x	x
6		Пр14	ri	αj	αk	4		x	x	x		x	x		x	x	x	x	x	x	x
		Пр15	ri	αj	βk	4		x	x	x		x	x	x		x	x	x	x	x	x
7		Пр16	αi	αj	αk	8	x		x	x		x	x		x	x	x	x	x	x	x
		Пр17	αi	αj	βk	8	x		x	x		x	x	x		x	x	x	x	x	x
8		Пр18	βi	βj	rk	2	x	x		x	x			x	x	x	x	x	x	x	x
		Пр19	βi	βj	αk	4	x	x		x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x
		Пр20	βi	βj	βk	∞	x	x		x	x			x	x		x	x	x	x	x
Плоские																					
			u_1	u_2		pi	ϕi	pj	ϕj	p_{i1}	ϕ_{i1}	p_{i2}	ϕ_{i2}								
I	1	Пл1	pi	ϕi	1					x	x	x	x								
II	2	Пл2			1		x			x		x	x								
		Пл3			2		x	x			x	x	x	x							
	3	Пл4			2	x			x		x	x	x	x							

Примечание: i_1 и i_2 – индексы векторов, не имеющих параметров-функций.

$$Y = \sum_{i=3}^m p_i \cdot \sin(\varphi_i - \varphi_2), \quad p_1 = -Y / \sin \varphi_1(-\varphi_2) \quad (7)$$

затем из уравнения (5)

т.е. перейдем к системе координат $X_2O_2Y_2$ (рис.1), тогда из уравнения (6) получим

$$p_2 = -X - p_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (8)$$

Модуль Пл3 (функции p_1 и φ_2). В системе координат $X_1O_1Y_1$ (рис.2),

$$X = \sum_{i=3}^m p_i \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_1),$$

$$Y = \sum_{i=3}^m p_i \cdot \sin(\varphi_i - \varphi_1).$$

Первый вариант решения ($V=1$) принимаем при $|\varphi_{21}| > \pi/2$.

Пусть $k = 1$ при $V = 1$ и $k = -1$ при $V = 2$.

В треугольнике ABO_1 $\Delta p = \sqrt{p_2^2 - Y^2}$, тогда

$$p_1 = -X + k \cdot \Delta p, \tag{9}$$

$$\varphi_2 = \text{sign}(-Y) \arccos(\Delta p / p_2) + \varphi_1. \tag{10}$$

Модуль Пл4 (функции φ_1 и φ_2). Предварительно определим параметры суммарного вектора $p_{1-2} = p_1 + p_2$.

$$p_{1-2} = \sqrt{X^2 + Y^2},$$

$$\varphi_{1-2} = \text{sign}(-Y) \arccos(-X/p_{1-2}),$$

где

$$X = \sum_{i=3}^m p_i \cdot \cos \varphi_i, \quad Y = \sum_{i=3}^m p_i \cdot \sin \varphi_i.$$

Перейдем к системе координат $X_1O_1Y_1$ (рис.3).

В треугольнике со сторонами a, b, c , и противоположащими соответственно углами A, B, C :

$$A = 2 \cdot \arccos \sqrt{p \cdot (p-a)/bc}$$

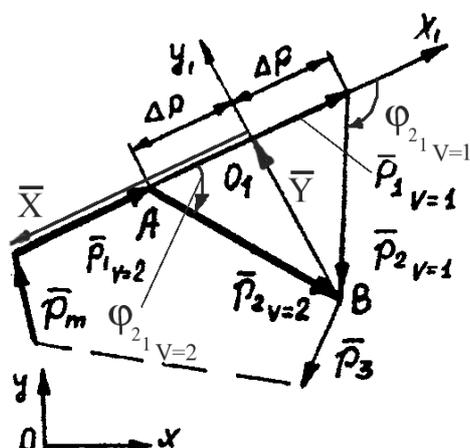


Рис.2. Геометрия модуля Пл3

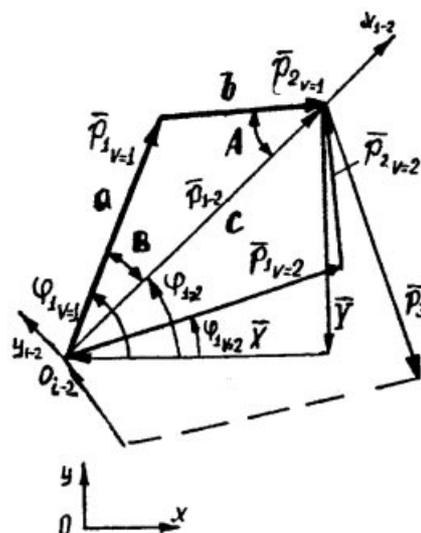


Рис.3. Геометрия модуля Пл4

и $B = 2 \cdot \arccos \sqrt{p \cdot (p-b)/ac}$,

где

$$p = 0,5(a+b+c)$$

или при $a = p_1, b = p_2$ и $c = p_{1-2}$ (рис.3)

$$A = 2 \cdot \arccos \sqrt{(p-p_1)/p_2},$$

$$B = 2 \cdot \arccos \sqrt{(p-p_2)/p},$$

где

$$p = 0,5(p_1 + p_2 + p_{1-2}), \quad s = p/p_{1-2}.$$

Принимаем первый вариант решения

$V=1$ при $\varphi_{1-2} \geq 0$.

Пусть $k = 1$ при $V = 1$ и $k = -1$ при $V = 2$, тогда

$$\varphi_i = \varphi_{1-2} + \Delta \varphi_i, \tag{11}$$

где

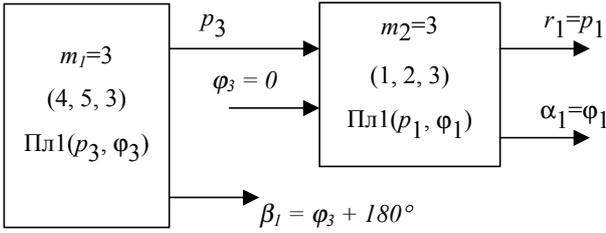
$$i = 1 \text{ или } 2, \quad \Delta \varphi_1 = k \cdot B, \quad \Delta \varphi_2 = -k \cdot A.$$

Используя отображения пространственного векторного контура на вспомогательной плоскости, представим решение задачи о функциях большинства элементарных пространственных модулей табл.1 в виде следующих параметрических формул.

Модуль Пр1 (функции r, α, β).

$$p_4 = \sum_{i=2}^m r_i \cos \alpha_i \cos \beta_i, \quad j_4 = 0,$$

$$p_5 = \sum_{i=2}^m r_i \cos \alpha_i \sin \beta_i, \quad j_5 = 90^\circ,$$

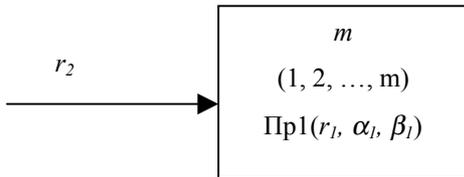


$$p_2 = \sum_{i=2}^m r_i \sin \alpha_i, j_2 = 90^\circ.$$

Решение единственное.

Модуль Пр2 (функции r_p, α_p, r_2).

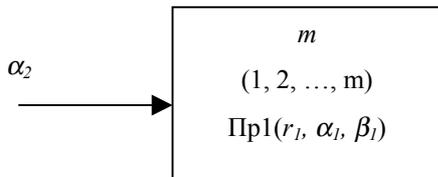
$$r_2 = - \frac{\sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \sin(\beta_i - \beta_1)}{\cos \alpha_2 \cdot \sin(\beta_2 - \beta_1)}$$



Решение единственное.

Модуль Пр3 (функции r_p, α_p, α_2).

$$\alpha_2 = \pm \arccos \frac{\sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \sin(\beta_i - \beta_1)}{r_2 \cdot \sin(\beta_2 - \beta_1)}$$



Принимаем: первый вариант решения

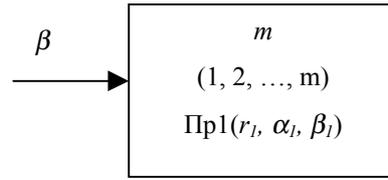
(V=1) - при $\alpha_2 \geq 0$.

Максимальное число решений – 2.

Модуль Пр4 (функции r_p, α_p, β_2).

$$\beta = \arcsin \frac{- \sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \sin(\beta_i - \beta_1)}{r_2 \cdot \cos \alpha_2} +$$

$$+ \beta_1 \left| \begin{array}{l} \beta_2 = \beta \\ \text{или} \\ \beta_2 = 180^\circ - \beta \end{array} \right|$$



Принимаем: первый вариант решения

(V=1) - при $\beta_{2-2} \geq \left| \frac{\pi}{2} \right|$.

Максимальное число решений – 2.

Модуль Пр7 (функции r_p, β_p, β_2).

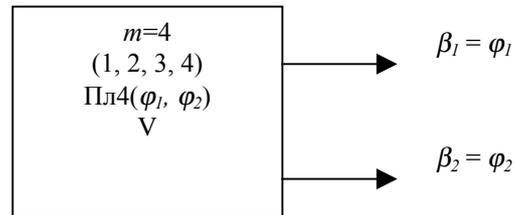
$$r_1 = \frac{\sum_{i=2}^m r_i \sin \alpha_i}{\sin \alpha_1},$$

$$p_1 = r_1 \cos \alpha_1$$

$$p_2 = r_2 \cos \alpha_2$$

$$p_3 = \sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \cos \beta_i, j_3 = 0,$$

$$p_4 = \sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \sin \beta_i, j_4 = 90^\circ.$$



Принимаем: первый вариант решения

(V=1) - при $\beta_{1_2} \geq 0$

Максимальное число решений – 2.

Модуль Пр8 (функции α_p, β_p, r_2).

$$\phi_2 = \alpha_2$$

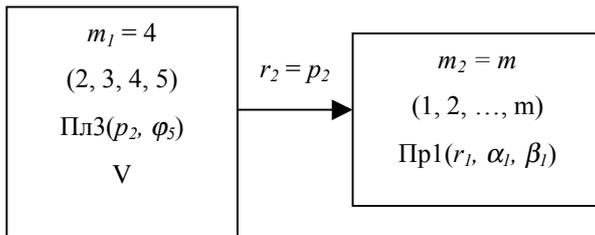
$$p_3 = \sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \cos(\beta_i - \beta_2), \phi_3 = 0,$$

$$p_4 = \sum_{i=3}^m r_i \sin \alpha_i, \phi_4 = 0,$$

$$p_5 = \sqrt{r_1^2 - p_4^2}$$

Принимаем: первый вариант решения

(V=1) - при $\phi_5 \geq \left| \frac{\pi}{2} \right|$.



Максимальное число решений – 2.

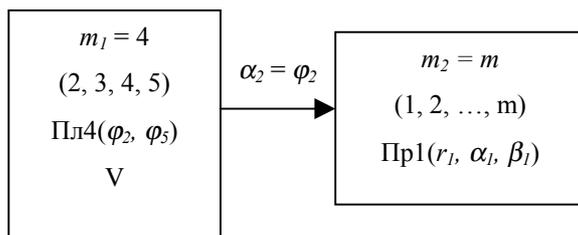
Модуль Пр9 (функции α, β, α_2).

$$p_2 = r_2,$$

$$p_3 = \sum_{i=3}^m r_i \cos \alpha_i \cos(\beta_i - \beta_2), j_3 = 0,$$

$$p_4 = \sum_{i=3}^m r_i \sin \alpha_i, j_4 = 0,$$

$$p_5 = \sqrt{r_1^2 - p_4^2}$$

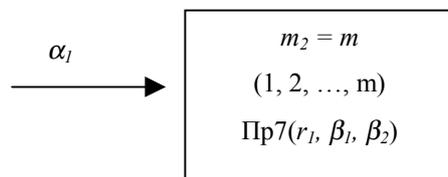


Принимаем: первый вариант решения ($V=1$) - при $\alpha_2 \geq 0$.

Максимальное число решений – 2.

Модуль Пр10 (функции α, β, β_2).

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{-\sum_{i=2}^m r_i \sin \alpha_i}{r_1}$$

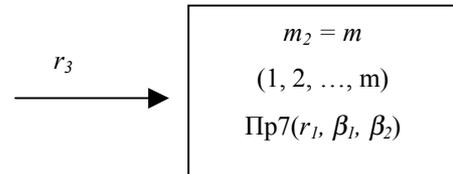


Принимаем: первый вариант решения ($V=1$) - при $\beta_{1-2} \geq 0$.

Максимальное число решений – 2.

Модуль Пр18 (функции β, β_2, r_3).

$$r_3 = -\frac{r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2 + \sum_{i=4}^m r_i \sin \alpha_i}{\sin \alpha_3}$$

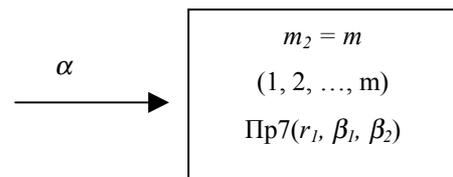


Принимаем: первый вариант решения ($V=1$) – при $\beta_{1-2} \geq 0$.

Максимальное число решений – 2.

Модуль Пр19 (функции β, β_2, α_3).

$$\alpha = \arcsin \frac{-(r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2 + \sum_{i=4}^m r_i \sin \alpha_i)}{r_3} \left| \begin{array}{l} \alpha_3 = \alpha \\ \text{или} \\ \alpha_3 = 180^\circ - \alpha \end{array} \right.$$



Принимаем: первый вариант решения ($V=1$) – при $\beta_{1-2} \geq 0$ и $\alpha_3 \geq \frac{\pi}{2}$.

Максимальное число решений – 4.

Прямые аналитические решения для функций модулей Пр12 и Пр13 получены ранее методом Гаусса [1-3], для модулей Пр6, Пр11, Пр14-Пр17, применим метод обращения, при котором одну из функций исходного модуля используем в качестве аргумента обращенного.

Производные первого порядка функций элементарных модулей

Для одноаргументной функции

$$\frac{dU(x)}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt}, \quad (12)$$

для многоаргументной функции

$$\frac{dU(x_1, \dots, x_k)}{dt} = \sum_{j=1}^k \frac{\partial U}{\partial x_j} \frac{dx_j}{dt}, \quad (13)$$

т.е. для определения полной производной функции необходимо определить все её частные производные первого порядка.

Дифференцируем уравнения (1) и (2)

$$\alpha_{1_1} \frac{\partial U_1}{\partial x_j} + \alpha_{2_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_j} + b_{1_1} = 0, \quad (14)$$

$$\alpha_{1_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_j} + \alpha_{2_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_j} + b_{1_2} = 0, \quad (15)$$

тогда при $i = 1, 2; s = 1, 2$ и $j = 1, \dots, k$, используя данные табл.2,

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad (16)$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & \alpha_{2_1} \\ \alpha_{1_2} & \alpha_{2_2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -b_{1_1} & \alpha_{2_1} \\ -b_{1_2} & \alpha_{2_2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & -b_{1_1} \\ \alpha_{1_2} & -b_{1_2} \end{vmatrix}.$$

Для пространственного модуля ($i = 1, 2, 3$ и $s = 1, 2, 3$) используем формулу (16) и данные табл.3, при этом

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & \alpha_{2_1} & \alpha_{3_1} \\ \alpha_{1_2} & \alpha_{2_2} & \alpha_{3_2} \\ \alpha_{1_3} & \alpha_{2_3} & \alpha_{3_3} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -b_{1_1} & \alpha_{2_1} & \alpha_{3_1} \\ -b_{1_2} & \alpha_{2_2} & \alpha_{3_2} \\ -b_{1_3} & \alpha_{2_3} & \alpha_{3_3} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & -b_{1_1} & \alpha_{3_1} \\ \alpha_{1_2} & -b_{1_2} & \alpha_{3_2} \\ \alpha_{1_3} & -b_{1_3} & \alpha_{3_3} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & \alpha_{2_1} & -b_{1_1} \\ \alpha_{1_2} & \alpha_{2_2} & -b_{1_2} \\ \alpha_{1_3} & \alpha_{2_3} & -b_{1_3} \end{vmatrix}.$$

Производные второго порядка функций элементарных модулей

Дифференцируем выражения (12) и (13)

Таблица 2. Коэффициенты α_{i_s} и свободные члены b_{1_s} матриц формулы (16) для плоских модулей

U_i α_{i_s}	p_k	φ_k	x b_{1_s}
α_{i_1}	$\cos \varphi_k$	$-p_k \sin \varphi_k$	b_{1_1}
α_{i_2}	$\sin \varphi_k$	$p_k \cos \varphi_k$	b_{1_2}

$$\frac{d^2 U(x)}{dt^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{d^2 x}{dt^2},$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U(x_1, \dots, x_k)}{dt^2} &= \\ &= \sum_{j=1}^k \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x_j^2} \left(\frac{dx_j}{dt} \right)^2 + \frac{\partial U}{\partial x_j} \frac{d^2 x_j}{dt^2} \right] + \\ &+ 2 \sum_{j_1=1}^{k-1} \sum_{j_2=j_1+1}^k \frac{\partial^2 U}{\partial x_{j_1} \partial x_{j_2}} \frac{dx_{j_1}}{dt} \frac{dx_{j_2}}{dt} \end{aligned}$$

т.е. для определения полной производной второго порядка функции необходимо определить все частные производные первого и второго порядков этой функции, как чистые так и смешанные.

Дифференцируем систему уравнений (14) и (15)

$$\alpha_{1_1} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_{j_1} \cdot \partial x_{j_2}} + \alpha_{2_1} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_{j_1} \cdot \partial x_{j_2}} + b_{2_1} = 0, \quad (19)$$

$$\alpha_{1_2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_{j_1} \cdot \partial x_{j_2}} + \alpha_{2_2} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_{j_1} \cdot \partial x_{j_2}} + b_{2_2} = 0, \quad (20)$$

Таблица 3. Коэффициенты α_{i_s} и свободные члены b_{1_s} матриц формулы (16) для пространственных модулей

U_i α_{i_s}	r_k	α_k	β_k	x_k b_{1_s}
α_{i_1}	$\cos \alpha_k \sin \beta_k$	$-r_k \sin \alpha_k \cos \beta_k$	$-r_k \cos \alpha_k \sin \beta_k$	b_{1_1}
α_{i_2}	$\sin \alpha_k$	$r_k \sin \alpha_k$	0	b_{1_2}
α_{i_3}	$\cos \alpha_k \sin \beta_k$	$-r_k \sin \alpha_k \sin \beta_k$	$-r_k \cos \alpha_k \cos \beta_k$	b_{1_3}

Таблица 4. Частные производные $\frac{\partial \alpha_{i_s}}{\partial x_{j_2}}$ и $\frac{\partial b_{i_s}}{\partial x_{j_2}}$ матриц формулы (17) для плоских модулей

x_{j_1}	p_k				φ_k				x_{j_1}
x_{j_2}	p_k	φ_k	p_l	φ_l	p_k	φ_k	p_l	φ_l	x_{j_2}
$\frac{\partial \alpha_{i_s}}{\partial x_{j_2}}$	p_k	φ_k	p_l	φ_l	p_k	φ_k	p_l	φ_l	$\frac{\partial b_{i_s}}{\partial x_{j_2}}$
$\frac{\partial \alpha_{i_1}}{\partial x_{j_2}}$	0	$-\sin \varphi_k$	0	0	$-\sin \varphi_k$	$-p_k \cos \varphi_k$	0	0	$\frac{\partial b_{1_1}}{\partial x_{j_2}}$
$\frac{\partial \alpha_{i_2}}{\partial x_{j_2}}$	0	$\cos \varphi_k$	0	0	$\cos \varphi_k$	$-p_k \sin \varphi_k$	0	0	$\frac{\partial b_{1_2}}{\partial x_{j_2}}$

тогда при $i = 1, 2; s = 1, 2; j_1 = 1, \dots, k; j_2 = 1, \dots, k$, где k , используя данные табл.4,

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_{j_1} \partial x_{j_2}} = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad (21)$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & \alpha_{2_1} \\ \alpha_{1_2} & \alpha_{2_2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -b_{2_1} & \alpha_{2_1} \\ -b_{2_2} & \alpha_{2_2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & -b_{2_1} \\ \alpha_{1_2} & -b_{2_2} \end{vmatrix},$$

при

$$b_{2_1} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i_1}}{\partial x_{j_2}} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_{j_1}} + \frac{\partial b_{1_1}}{\partial x_{j_2}},$$

$$b_{2_2} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i_2}}{\partial x_{j_2}} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_{j_1}} + \frac{\partial b_{1_2}}{\partial x_{j_2}}.$$

Для пространственного модуля ($i = 1, 2, 3$ и $s = 1, 2, 3$) используем данные табл.5 и формулу (17), при этом

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & \alpha_{2_1} & \alpha_{3_1} \\ \alpha_{1_2} & \alpha_{2_2} & \alpha_{3_2} \\ \alpha_{1_3} & \alpha_{2_3} & \alpha_{3_3} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -b_{2_1} & \alpha_{2_1} & \alpha_{3_1} \\ -b_{2_2} & \alpha_{2_2} & \alpha_{3_2} \\ -b_{2_3} & \alpha_{2_3} & \alpha_{3_3} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & -b_{2_1} & \alpha_{3_1} \\ \alpha_{1_2} & -b_{2_2} & \alpha_{3_2} \\ \alpha_{1_3} & -b_{2_3} & \alpha_{3_3} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_{1_1} & \alpha_{2_1} & -b_{2_1} \\ \alpha_{1_2} & \alpha_{2_2} & -b_{2_2} \\ \alpha_{1_3} & \alpha_{2_3} & -b_{2_3} \end{vmatrix}.$$

$$b_{2_1} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \alpha_{i_1}}{\partial x_{j_2}} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_{j_1}} + \frac{\partial b_{1_1}}{\partial x_{j_2}},$$

$$b_{2_2} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \alpha_{i_2}}{\partial x_{j_2}} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_{j_1}} + \frac{\partial b_{1_2}}{\partial x_{j_2}},$$

$$b_{2_3} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \alpha_{i_3}}{\partial x_{j_2}} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_{j_1}} + \frac{\partial b_{1_3}}{\partial x_{j_2}}.$$

Для каждого одно- и двухаргументного модуля табл.1 на основе приведённых выше общих матричных решений могут быть получены аналитические выражения, минимизированные по числу вычислительных операций.

Аналитическое и программное обеспечение абстрактных векторных модулей, использованное при решении различных научных и инженерных задач теории механизмов, может быть рекомендовано к широкому практическому применению, в частности, применительно к системам управления, например робототехнических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семёнов Б.П. Формула параметров пространственного четырёхзвенника // При-

- менение контактно-гидродинамической теории смазки к исследованию деталей машин. Вып.40. Куйбышев: КуАИ, 1969.
2. Семёнов Б.П. Аналитика элементарных векторных модулей. М.: МАИ, 1989.
3. Семёнов Б.П., Тихонов А.Н, Косенок Б.Б. Модульное моделирование механизмов. Самара: СГАУ, 1996.

ANALYTICS OF ELEMENTARY MODULES

© 2002 B.P. Semyonov

Samara State Aerospace University

Analytical decisions of a task on functions and derivatives of the first and second orders of functions of vector modules represent practical interest, in particular, at the analysis and synthesis various on structure and purpose of mechanisms.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЫХ ЗАГОТОВОК

© 2002 В.А. Глушечков¹, В.Н. Кислоцкий²

¹ Волжский филиал Института металлургии и материаловедения
им. А.А. Байкова, г. Самара

² Самарский государственный аэрокосмический университет

Разработана математическая модель процессов магнитно-импульсного деформирования полых заготовок. Предложена методика расчета, основанная на вариационных принципах механики с использованием теории пластического течения и дискретных расчетных схем.

В конструкциях многих изделий машиностроения используются детали и узлы, изготавливаемые из трубчатых, полых заготовок [1, 2].

К сожалению, технология штамповки таких деталей является слабым звеном современных машиностроительных технологий. Повысить технологическую вооруженность предприятий, исправить положение призван разработанный в Самарском государственном аэрокосмическом университете комплекс технологических процессов магнитно-импульсной штамповки полых заготовок [3-6], представленный в таблице.

Для их исследования и внедрения необходимы разработка и реализация методик теоретического решения задач магнитно-импульсного деформирования полых заготовок различной конфигурации с различными начальными и граничными условиями. Теоретический анализ позволяет исследовать механизм процессов, изучить раздельное или совместное влияние конструктивно-технологических факторов на процесс деформирования, то есть выработать научно-обоснованные рекомендации по управлению процессами магнитно-импульсного деформирования полых заготовок с целью получения наилучшего качества и надежности деталей и узлов при минимальных материальных и трудовых затратах.

Постановка и методология решения задач магнитно-импульсного деформирования полых заготовок должны учитывать общие и частные особенности каждого технологического процесса:

- импульсное магнитное поле значительной интенсивности, воздействуя на объект, приводит к появлению в нем индукционных токов. В результате в заготовке возникают объемные электромагнитные силы и дополнительные источники джоулева тепла;

- для процессов формовки характерны сильная геометрическая и физическая нелинейность, что требует разработки специальных математических моделей состояния материала и алгоритмов задач с большими (конечными) деформациями;

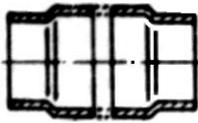
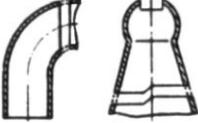
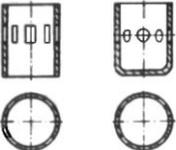
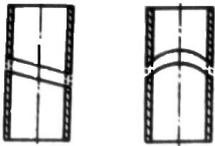
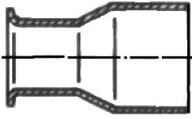
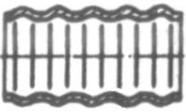
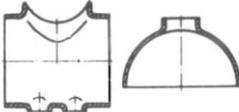
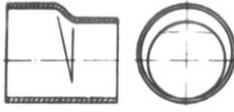
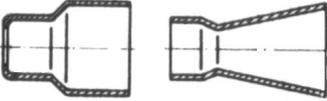
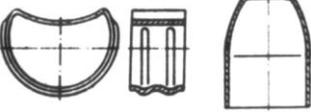
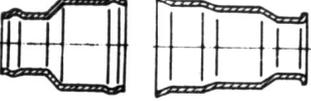
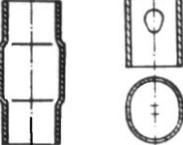
- процессы калибровки характеризуются взаимодействием калибруемой детали с оснасткой и зависят от предыстории деформирования. В частности, напряженно-деформированное состояние материала заготовки после операции формовки является исходным для решения задачи деформирования в процессе калибровки;

- задача о динамическом взаимодействии двух и более упруго-пластических тел должна реализовываться при анализе операций калибровки и сборки с использованием алгоритма, учитывающего контактное взаимодействие тел с заранее неизвестной зоной контакта;

- особенностью разделительных операций является процесс упруго-пластического деформирования в заданной локальной зоне, моделирование которого требует разработки специальных математических моделей накопления повреждаемости и учета предельного состояния материала;

- наконец, комбинированные операции могут включить в себя все перечисленные

Таблица. Комплекс технологических процессов магнитно-импульсной штамповки полых заготовок

РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ			
Разрезка трубчатых деталей	Обрезка припусков, торцовка	Пробивка отверстий	Резка труб на мерные длины
			
ФОРМОВКА			
Получение переходников, конусов, фланцев	Получение рифтов	Отбортовка отверстий	Получение деталей сложного контура
			
КАЛИБРОВКА			
Правка местных неприлеганий		Калибровка замкнутого контура	
			
СБОРКА			
Образование соединений за счет местного формообразования		Образование соединений за счет натяга	
			
КОМБИНИРОВАННЫЕ ОПЕРАЦИИ			
Формовка + калибровка	Разделительные операции + калибровка	Формовка + разделительные операции	
			

выше особенности.

Таким образом, для задач рассматриваемого класса в общем случае имеет место взаимодействие магнитного поля с полями напряжений и температур при наличии поверхности контакта нескольких тел и нелинейных эффектов как физической, так и геометрической природы.

Над созданием расчетных методик рабо-

тают научные школы Москвы, Киева, Санкт-Петербурга, Казани, Тулы, Чебоксар, Нижнего Новгорода, Ростова-на-Дону. Однако разработанные специалистами методики разнородны, не связаны между собой, решают частные задачи, а по некоторым технологиям решение вообще не рассматривалось. Кроме того, в них использовано большое количество допущений, часто искажающих физическую

картину. Так, в некоторых случаях в основе предложенных методик лежат гипотезы различных теорий оболочек. Однако, более достоверное описание процессов высокоскоростного деформирования, в общем случае, возможно только при учете волн напряжений по толщине оболочек.

В связи с этим, в данной работе разрабатывалась математическая модель на основе трехмерной теории и ориентированная на численные методы. Аппарат численного моделирования позволил использовать единую математическую модель при исследовании широкого круга технологических задач и дал большую информацию о процессах сложного динамического деформирования.

Предложенная методика основана на вариационных принципах механики с использованием теории пластического течения и дискретных расчетных схем, то есть в сочетании с математическим аппаратом метода конечных элементов, вариационно-разностного метода и метода конечных разностей.

Предложенная математическая модель разрабатывалась поэтапно от свободного деформирования оболочки (тестовая задача) до взаимодействия многослойных композиций с жесткой и податливой оснасткой; модели поведения материала постепенно усложнялись, использовались различные граничные условия.

Рассматривается класс задач в плоской или осесимметричной постановке.

Система координат. Движение тела "m" определяется по отношению к базисной инерциальной правой прямоугольной или цилиндрической системе координат Z^i . Наряду с базисной (глобальной) системой вводится местная (локальная) Лагранжевая система координат X^j , неразрывно связанная с частицами сплошной среды и деформируемая вместе с ней. Она является криволинейной правой системой координат, причем ось X^3 , описывающая изменение угловой координаты, совпадает с осью Z^3 . Базисная система служит для описания конфигурации исследуемого объекта, его положения в пространстве в требуемый момент времени и для описания внешних воздействий и граничных ус-

ловий. Местная система координат позволяет получать наглядное представление о поведении отдельных параметров объекта (напряжениях, деформациях...), связанных с фиксированными частицами среды. Переход от одной системы координат к другой осуществляется по известным формулам преобразования.

Исходные уравнения и гипотезы. Рассматривается система, состоящая из "M" деформируемых тел (рис.1), движение которой описывается на основе вариационного принципа

$$\delta L = \sum_{m=1}^M \left(\int_{V_m} \tilde{\sigma} \dots \delta \tilde{\epsilon} dV_m + \int_{V_m} \rho U \delta \dot{U} dV_m - \delta A_m \right) = 0, \quad (1)$$

где $\tilde{\sigma}$, - соответственно значения тензора напряжений и скоростей деформаций; V_m - объем деформируемых тел m; ρ - плотность, δA_m - вариация работы внешних сил; U - перемещение, \dot{U} , U - скорость и ускорение точек среды.

$$U = Z - Z_0, \quad U = d^2Z/dt^2,$$

где Z – радиус вектор.

Соотношение (1) рассматривается совместно с уравнением неразрывности сплошной среды в Лагранжевой постановке $\rho V = \rho_0 V_0$ и дополняется заданием начальных и граничных условий.

Начальные условия. В начальный момент времени t_0 конфигурация деформируемого тела задается координатами Z_0^i исходной си-

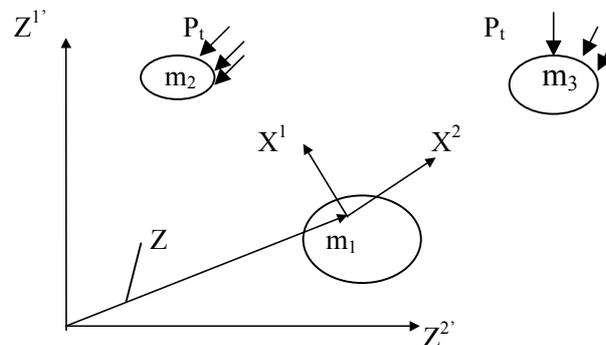


Рис.1. Принятые базисная Z^i и местная X^j системы координат

стемой отсчета любой ее точки $M(X^j)$. Наряду с этим во всех точках задаются напряжения σ_{ij}^0 , скорости \dot{U}_i^0 , плотности ρ_0 и температуры T_0 .

$$\begin{aligned} t = t_0 \quad \forall m \in \dot{U}, & \quad Z_0^i = Z_0^i(M), \\ \sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}^0(M), & \quad U_i^0 = U_i^0(M), \\ \rho = \rho_0(M), & \quad T_0 = T_0(M). \end{aligned}$$

Граничные условия. Граничные условия являются функциями, зависящими от времени и задаются в интервале $[t_0, t_1]$. В зависимости от вида граничных условий поверхности деформируемых тел представляются состоящими из поверхностей S_σ, S_v, S_τ .

На поверхности S_σ - задаются динамические граничные условия. Под этим подразумевается, что в любой точке $S\sigma$ задается поверхностное напряжение $P^i = P^i(M, t)$. На свободных поверхностях $P^i = 0$.

На поверхности S_v - задаются кинематические граничные условия. В любой точке этой поверхности задается вектор скорости или перемещения

$$\dot{U}_i = \dot{U}_i(M, t), \quad U_i = U_i(M, t).$$

S_v - это поверхность жесткого сцепления совместно деформируемых тел, зоны наложения жестких связей

$$\dot{U}_{m1} = \dot{U}_{m2}, \quad U_{m1} = U_{m2}.$$

Скорости и перемещения точек контактной поверхности полагаются известными. В случае, например, взаимодействия с жесткой преградой они принимаются равными нулю.

На поверхности S_τ задаются смешанные граничные условия. Предполагаются известными компоненты вектора поверхностного напряжения и соответственно компоненты скорости или перемещения, причем они относятся к разным осям координат. S_v - зона скольжения на контакте взаимодействующих тел. Это выражение непроницаемости и тангенциального обтекания. При учете сил трения поверхностное напряжение представляется в виде суммы нормального P_N и тангенциального давления P_τ .

Таким образом, в зависимости от характера взаимодействия двух тел в зоне контак-

та условия взаимодействия представляются, например, следующими соотношениями:

- условие жесткого сцепления

$$Z_{m1}(y, t) - Z_{m2}(y, t) = 0, \quad y \in S_{m1m2};$$

- условие непроникновения тела друг в друга и тангенциальное скольжение без трения

$$\Psi(Z_{m1}, Z_{m2}, y, t) \geq 0,$$

где функция Ψ принимает отрицательное значение при внедрении точек одного тела в другое;

- взаимодействие тел с учетом трения при тангенциальном скольжении тел в зоне контакта

$$\Psi(Z_{m1}, Z_{m2}, y, t) > 0$$

$$|P\tau(y)| < f(y) |P_N(y)| \Rightarrow \{Z_{m1}(y) - Z_{m2}(y)\} \tau = 0$$

$$|P\tau(y)| < f(y) |P_N(y)| \Rightarrow \{Z_{m1}(y) - Z_{m2}(y)\} \tau = C |P\tau(y)|$$

где y - общая точка, принадлежащая поверхности S_{m1m2} ; $f(y)$ - коэффициент трения; $Z_{m1}(y) - Z_{m2}(y)$ - тангенциальная составляющая разности скоростей тел в точке y ; C - коэффициент пропорциональности.

Предполагается также, что в процессе ударного взаимодействия тел на совместных границах контакта S_{m1m2} возникают контактные усилия, равные по величине и противоположные по направлению, которые будем считать дополнительной внешней нагрузкой.

В качестве варьируемого параметра принимаются скорости перемещения отдельных точек среды. Тогда, учитывая, что при осевой симметрии скорости перемещений \dot{U}^{33} и их производные равны нулю, выражение для входящих в уравнение движения (1) вариаций можно записать в следующем виде:

- вариация работы внутренних сил $\delta \mathcal{E}_m$

$$\delta \mathcal{E}_m = \int_{V_m} (\sigma^{\alpha\beta} \delta \epsilon_{\alpha\beta} + \sigma^{33} \delta \epsilon_{33}) dV;$$

(в случае плоско-напряженного состояния $\sigma^{33} = 0$);

- вариация кинетической энергии системы δW_m

$$\delta W_m = - \int_{V_m} \rho U^{\alpha 1} \delta U_{\alpha 1} dV; \quad (2)$$

- вариация работы внешних сил δA_m

$$\delta A_m = \int_{V_m} f^{\alpha 1} \delta U_{\alpha 1} dV_m + \int_{F_m} p^{\alpha 1} \delta U_{\alpha 1} d\Gamma_m + \lambda_c \int_{S_{m1m2}} \gamma^{\alpha 1} \delta U_{\alpha 1} dS_{m1m2},$$

$f^{\alpha 1}$ и $p^{\alpha 1}$ - компоненты векторов объемной и поверхностной сил, действующих на тело "m", $\gamma^{\alpha 1}$ - компоненты вектора контактных усилий, множитель λ_c принимает значение 1 при наличии контакта и 0 при его отсутствии; dV_m - элемент объема, $d\Gamma_m$ и dS_{m1m2} - элементы площади внешней поверхности тела "m".

Компоненты $f^{\alpha 1}$ и $p^{\alpha 1}$ - вычисляются как функции интенсивности давления импульсного магнитного поля (ИМП) [7]

$$P_m = \frac{1}{2} \mu (H_2^2 - H_1^2).$$

Для некоторых задач правомерно принять только внешнего воздействия ИМП, по одной из аппроксимирующих зависимостей, например, вида

$$P_m = P_o e^{-2\delta t} \sin^2(2\pi t/T),$$

для других - объемное распределение электромагнитных сил по толщине скин-слоя, например, по линейному закону от максимума до нуля.

Таким образом, уравнения (1) и (2) совместно с начальными и граничными условиями полностью описывают движение системы M деформируемых тел в пространстве Z в двумерной постановке.

Связь между напряжениями и деформациями. При описании динамического деформирования воспользуемся тензором скоростей деформаций, компоненты которого связаны с компонентами скорости перемещения,

$$\epsilon_{\alpha\beta} = 1/2 (\nabla_{\alpha} v_{\beta} + \nabla_{\beta} v_{\alpha}). \quad (3)$$

За достаточно малый промежуток времени Δt деформация изменится на бесконечно малую величину $\Delta \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij} \Delta t$ и полные деформации составят $\epsilon = \epsilon_{ij} + \Delta \epsilon_{ij}$.

Компоненты тензора напряжений в случае упругой изотропной среды определяются по закону Гука

$$\sigma^{ij} = c^{ijkl} \epsilon_{kl}. \quad (4)$$

Поведение материала за пределом упругости подчиняется ассоциированному закону теории течения. В качестве исходных положений принимаются следующие.

1. Тело изотропно.
2. Полные приращения составляющих тензора деформаций $d\epsilon_{ij}$ равны сумме упругих $d\epsilon_{ij}^{(e)}$ и пластических $d\epsilon_{ij}^{(p)}$ деформаций.
3. Пластическое изменение объема отсутствует $d\epsilon_{ij}^{(p)} = 0$.
4. Область упругих деформаций ограничена поверхностью нагружения

$$f(S_{ij}, \epsilon_{ij}^{(p)}, \chi, T) = 0,$$

где S_{ij} - компоненты девиатора активных напряжений, χ - параметр упрочнения, T - температура.

5. Переход из упругой области в область пластических деформаций определяется условием текучести Мизеса

$$f = S_{ij} \delta_{ij} - 2/3 \sigma_{0,2} \sigma_{0,2}, \quad (5)$$

где $\sigma_{0,2} = \sigma_{0,2}(\chi, T, \epsilon_{ij})$.

При пластическом деформировании изображающая точка в пространстве тензора напряжения должна оставаться на поверхности нагружения.

6. Приращения пластических деформаций полностью определяются компонентами тензора активных напряжений

$$d\epsilon_{ij}^{(p)} = d\lambda S_{ij}, \quad (6)$$

где $d\lambda$ - скалярный множитель, зависящий от истории нагружения и скорости деформаций в данной точке среды.

7. Вычисление приращений напряжений эквивалентно процедуре коррекции девиатора полных напряжений

$$S^{ij} = q S_{(e)}^{ij},$$

где $q = \frac{\sigma_{0,2}}{\sqrt{3T(e)}}$; $T(e) = 1/2 S_{(e)}^{ij} S_{ij(e)}$,

$T(e)$ - интенсивность фиктивных напряжений, полученных в предположении упругой работы материала. Графическая интерпретация такой процедуры показана на рис.2.

8. Тензор тепловых деформаций $\epsilon^{(T)}$, возникающий от действия внутренних и внешних источников тепла определяется через

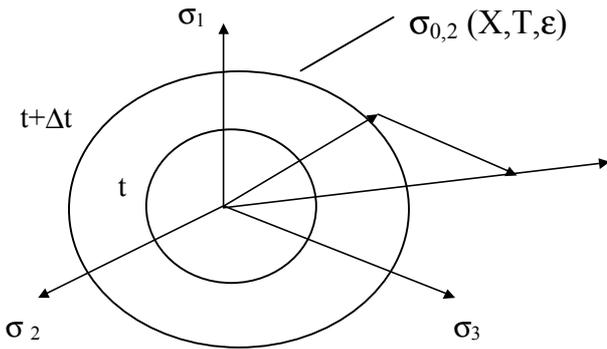


Рис.2. Сечение поверхности текучести Мизеса девиаторной плоскостью в момент времени t и $t+\Delta t$

тензор тепловых расширений α :

$$\epsilon^{(T)} = \alpha \Delta T. \tag{7}$$

В настоящей работе использованы две модели поведения материала за пределом упругости: идеальная пластичность и изотропное упрочнение по степенному закону.

Для оценки предельного состояния материала использована феноменологическая теория разрушения, представляющая собой модель накопления повреждаемости в металле при его пластической деформации (критерий Колмагорова).

$$\psi = \int_0^{t_p} \frac{H d\tau}{\lambda_p(K)} = 1,$$

где ψ - функция повреждаемости, H - интенсивность скоростей деформаций, $\lambda_p(K)$ - пластичность металла в момент разрушения t_p при определенных значениях коэффициентов вида напряженного состояния $K = 3P/\sigma_1$ и температуры T .

Кроме того, для анализа технологических задач формообразования и разделения предложен для использования критерий наибольших удлинений (критерий Мариотта). Согласно этому критерию нарушение в металле происходит при $\epsilon_1 = \delta^*$, где ϵ_1 - максимальная положительная относительная деформация, δ^* - локальное относительное удлинение, при котором происходит разрушение образца.

Приведенные в данном разделе соотношения представляют собой общий случай предложенной математической модели упру-

гопластической среды, от которой возможен переход к различным частным случаям.

Расчетные дискретные модели и численные методы.

В качестве расчетной математической модели рассматриваемых процессов принимается дискретная модель процесса динамического деформирования упругопластических тел. Под этим подразумевается процедура дискретизации разрешающих уравнений по пространственным переменным и последующее интегрирование этих уравнений по конечным интервалам времени.

Пространственная дискретизация осуществляется путем использования вариационно-разностного метода и модифицированного метода конечных элементов - моментной схемы конечных элементов [8, 9].

Конечно-разностная схема интегрирования уравнений движения по времени. Дискретизация вариационного уравнения движения предусматривает для каждого "m" тела разбиение интервала времени $[t_0, t_1]$, в течение которого длится процесс деформирования, на конечное число $N^{(m)}$ временных промежутков Δt_n^m

$$t_1 - t_0 = \sum_{n=1}^{N(m)} \Delta t_n^m.$$

Из предположения, что временные промежутки Δt_n^m для рассматриваемого тела являются достаточно малыми, интегралы, входящие в выражение (1), заменяют их значениями в центрах этих промежутков

$$\sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^{N(m)} [(\delta W_n^{(m)} - \delta K_n^{(m)}) - \delta A_n^{(m)}] \Delta t_n^{(m)} = 0.$$

Дискретизация по объему. По объему деформируемой среды дискретные соотношения для $\delta W_n^{(m)}$ получены на основе моментной схемы конечных элементов, предусматривающие разложение тензоров напряжений и деформаций в ряд Маклорена и удержание только самых старших членов ряда. Такой подход позволяет учитывать жесткие смещения элементарных объемов сплошной среды. Для дискретизации $\delta K_n^{(m)}$ использован вариационно-разностный метод, а для $\delta A_n^{(m)}$ -

обычная схема конечных элементов. Для построения дискретных моделей в работе использованы кольцевые осесимметричные КЭ, меридиональные сечения которых представляют собой произвольные четырехугольники. Предполагается, что в следствии малых размеров КЭ механические и физические характеристики в его пределах изменяются незначительно и могут быть приняты постоянными.

Аппроксимация скоростей перемещений - как разрешающих функций - в пределах каждого элемента производится с помощью полиномов Лагранжа (по линейному закону).

После подстановки дискретных соотношений в исходное уравнение движения и последующего его интегрирования получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений движения вида:

$$[M] \{U\}^{(n)} + \{R\}^{(n)} - \{Q\}^{(n)} = 0,$$

где $[M]$ - диагональная матрица масс дискретной модели, $\{U\}^{(n)}$, $\{R\}^{(n)}$, $\{Q\}^{(n)}$ - матрицы столбцы векторов узловых ускорений, внутренних и внешних сил соответственно на "n" - шаге по времени.

Решение уравнения движения производится по явной разностной схеме сквозного счета. Геометрическая нелинейность задачи учитывается путем расчета геометрии дискретной модели на каждом временном шаге. Учет физической нелинейности достигается корректировкой девиаторной части тензора полных напряжений в соответствии с уравнением поверхности нагружения и принятым законом состояния. Устойчивость решения обеспечивается выбором шага по времени согласно критерию Куранта $\Delta t_n^{(m)} \leq 0,5 l_{\min} / C$ (l_{\min} - минимальный размер КЭ, C - скорость звука в данном материале).

В результате решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений по известным значениям $\{R\}^n$ и $\{Q\}^n$ получаем значения ускорений узлов $\{U\}$. Затем, по рекуррентным формулам вычисляются компоненты скоростей перемещений $\{\dot{U}\}^n$ и $\{U\}^n$ - координаты узлов дискретной модели в рассматриваемый момент времени процесса деформирования.

Для реализации разработанной методики созданы алгоритмы, впервые комплексно использующие принцип пространственно-временной декомпозиции, алгоритм учета контактного взаимодействия деформируемых тел, метод дискретных торможений, алгоритм учета предельного состояния и другие.

Так, в соответствии с *концепцией пространственной декомпозиции* рассматриваемая область разбивается на ряд квазирегулярных подобластей (блок фрагментов), которые в свою очередь могут быть разделены на регулярные подобласти (фрагменты). Пространственная декомпозиция объектов на фрагменты, осуществляемая по конструктивным, геометрическим и другим признакам, выполняется как в процессе построения расчетной модели, так и на различных уровнях (стадиях) решения задачи. Временная декомпозиция предусматривает для каждого фрагмента выбор соответствующей схемы численного интегрирования и предельно-допустимого шага по времени. Например, при решении контактных задач необходимо сильное сгущение расчетной сетки в зоне предполагаемого контакта, уменьшение временных отрезков интегрирования для отдельных подобластей среды. Принцип пространственно-временной декомпозиции дает возможность распараллелить обработку независимых фрагментов, применять нерегулярные и перестраиваемые сетки, использовать локальные аппроксимации, то есть позволяет исследовать объекты сложной пространственной конфигурации, находящиеся в условиях нестандартного упругопластического деформирования, и при этом обеспечить требуемую точность решения при высокой эффективности реализации его на ЭВМ.

Алгоритм расчета контактного взаимодействия. Для известной области контактного взаимодействия, когда условно можно принять бесконечно малым зазор между контактируемыми телами, разработан алгоритм контактного взаимодействия из узла в узел (стыковка сеточных областей). В этом случае зазор принимается за контактный фрагмент, состоящий из одного КЭ, свойства которого описываются уравнениями для идеальной

несжимаемой жидкости. Контактный КЭ определяется сетью узлов на поверхности контактирующих тел. Для более общего случая, когда зоны контакта заранее неизвестны, разработан специальный алгоритм. Действие "контактора" на "мишень" заменяется сосредоточенной внешней нагрузкой, приложенной в точке контакта, и которая по своей сути является узловой невязкой N - для i -го узла контактора. Действие этой силы заменяется ее эквивалентными узловыми значениями, которые после подстановки в уравнение движения, суммирования по всем отрезкам границы "мишени" определяют положение фрагмента - "мишени" в данный момент времени. Полученная таким способом граница "мишени" является по отношению к "контактору" областью с заданными кинематическими условиями, для которой должны соблюдаться принятые граничные условия.

Для определения равновесного состояния дискретной модели предусмотрено применение *метода дискретных торможений*. При установившихся колебаниях в определенный момент времени система проходит вблизи положения равновесия, характеризуемого достижением минимума потенциальной энергии и максимума кинетической. Метод дискретных торможений подразумевает обновление скоростей всех узлов в данный момент времени, что равнозначно торможению системы.

Алгоритм учета предельного состояния. Анализ предельного состояния материала (разрушение осуществляется по напряженно-деформированному состоянию (НДС) конструкции на каждом шаге по времени). Предполагается, что в малой окрестности точки, находящегося в условиях трехосного напряженного состояния и для которой выполняется условие разрушения, материал перестает воспринимать нагрузку любого вида. В настоящей работе за малую окрестность точки принимается весь объем конечного элемента, в центре которого анализируются параметры НДС. Таким образом, исключая текущий КЭ из дальнейшего рассмотрения, в материале заготовки с течением времени

моделируют возникновение и развитие зоны возможного появления макротрещин (зон разрушения). Такой подход по сравнению с классической механикой разрушения может иметь существенную погрешность при количественном исследовании процессов трещинообразования. Однако он с успехом может быть использован для качественной оценки и прогнозирования поведения материала при экстремальных внешних воздействиях.

Функции "штрафа" используются при корректировке положения узлов конечного элемента с учетом граничных условий. Алгоритм предусматривает штрафные санкции. Если узел КЭ пересекает поверхность жесткой оправки, он штрафует и возвращается на эту поверхность в зависимости от граничных условий либо в точку пересечения (случай "прилипания"), либо по нормали к поверхности (случай "скольжения").

Таким образом, разработанные алгоритмы позволили наиболее полно использовать достоинства метода конечных элементов и достичь наибольшей эффективности организации исследования целого класса задач деформирования полых заготовок на ЭВМ.

Разработанные математическая модель и алгоритмы реализованы в виде пакета прикладных программ (ППП), ориентированного на ЭВМ серии ЕС и персональные ЭВМ. Пакет обеспечивает максимальную автоматизацию задания и контроля входной информации и гибкое управление вычислительными алгоритмами. В составе пакета имеются постоянные и временные части. В постоянную часть входят универсальные модули не зависящие по отношению к конкретной задаче.

Временная часть пакета - это модуль подпрограмм, создаваемый лишь на время решения конкретной задачи. Язык программирования в основном Фортран, отдельные подпрограммы написаны на машинно-ориентированном языке Ассемблера.

Пакет прикладных программ оформлен и сдан во Всесоюзный фонд алгоритмов и программ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белянин П.Н.* Производство широкофюзеляжных самолетов. М.: Машиностроение, 1979.
2. *Горбунов М.Н.* Штамповка деталей из трубчатых заготовок. М.: Машгиз, 1960.
3. *Глуценков В.А.* Магнитно-импульсная обработка при производстве деталей и узлов летательных аппаратов и двигателей // Известия ВУЗов. Авиационная техника. 1993. №2.
4. *Glouschenkov V.A., Bourmostrov A.E.* Metallic behavior in the center of deformation when pulse-magnetic cropping an allowance of hollow billets // Journal de Physique IV, Eurodymat-2000. France 10(2000).
5. *Глуценков В.А.* Магнитно-импульсные технологии изготовления из полых заготовок деталей и узлов летательных аппаратов и двигателей // Металлдеформ-99. Т.4. Самара: СГАУ, 1999.
6. *Глуценков В.А., Бурмистров А.Е.* Поведение металла в очаге деформации при магнитно-импульсной обрезке припуска у полых заготовок // Кузнечно-штамповочное производство. 2001. №6.
7. *Белый И.В., Фертик С.М., Хищенко Л.Т.* Справочник по магнитно-импульсной обработке. Харьков: Вища школа, 1977.
8. *Сахаров А.С.* Моментная схема конечных элементов (МСКЭ) с учетом жестких смещений // Сопротивление материалов и теория сооружений. Киев: Будівельник. 1974. Вып.4.
9. *Кислооккий В.Н.* Алгоритм численного решения задач статики и динамики нелинейных систем // Прикладная механика. 1966. Т.2.

MATHEMATICAL MODEL OF HOLLOW BILLETS PULSE-MAGNETIC DEFORMATION PROCESSES

© 2002 V.A. Glouschenkov, V.N. Kislookii

¹Volga Branch of Institute of Metallurgy and Materials named for A.A. Bajkov
of Russian Academy of Sciences, Samara

²Samara State Aerospace University

Formulation and methodology of solution of hollow billets pulsed-magnetic deformation problems with consideration for general and special peculiarities if technological processes of cutting, calibration, forming, assembling are considered in the paper. The procedure is proposed based on variational principles of mechanics with the use of the theory of plastic flow and calculation discrete schemes.

ОСТАТОЧНЫЕ КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПОСЛЕ ВОЛОЧЕНИЯ БИСЛОЙНОЙ ТРУБЫ

© 2002 В.Р. Каргин¹, М.В. Федоров¹, Б.В. Каргин²

¹ Волжский филиал Института металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН, г. Самара

² Самарский государственный аэрокосмический университет

Построена математическая модель, позволяющая найти остаточное контактное напряжение после волочения бислойной трубы.

Остаточные напряжения на границе бислойных труб являются одним из наиболее важных показателей качества составных полуфабрикатов. Сжимающие напряжения способствуют сцеплению труб, а растягивающие напряжения препятствуют этому, вызывая отслаивание труб друг от друга.

В работах [1, 2] приведены теоретические зависимости для расчета остаточных напряжений для бислойной системы. Контактные напряжения находили, используя в [1, 2] решение задачи Ляме-Гадолина, в [2] теорему о разгрузке А.А. Илюшина. Расчетные значения контактных напряжений по разработанным методикам носят качественный характер, так как при теоретическом анализе процесс волочения был сведен к процессу редуцирования двух труб под действием радиального внешнего давления с осевым растяжением при различном удлинении наружной и внутренней труб. Кроме того, при вычислениях необходима дополнительная информация о усилии волочения, закономерностях упрочнения и деформации каждой трубы.

Для решения поставленной задачи в данной работе сделаны следующие допущения: деформация наружной и внутренней тонкостенных труб при волочении принималась как осесимметричная и безмоментная (рис.1); напряженное состояние плоское, а меридиональное σ_ℓ и окружное σ_θ - главные напряжения; трубные заготовки считаются несжимаемыми, трансверсально-изотропными,

механические свойства в поперечном сечении одинаковы, но отличны от свойств в продольном направлении; упрочнение материалов труб изотропное и определяется в виде квадратичного полинома; на поверхности контакта наружной трубы с волокой действуют касательные напряжения, определяемые по закону Кулона. Массовыми и инерционными силами пренебрегаем. Рабочий канал волоки состоит из конического и радиусного участков, сопряженных между собой. Трубные заготовки разбиваются на узкие кольцевые элементы, число которых достаточно, чтобы считать процесс деформирования монотонным в пределах выделенного элемента. Взаимное перемещение труб при волочении в диапазоне коэффициентов вытяжек $\lambda \leq 1,2$ отсутствует. Поверхность раздела бислойной системы в очаге совместной пластической деформации имеет вид прямо-

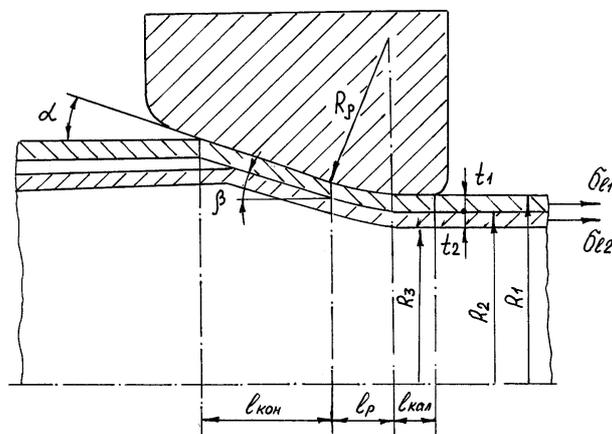


Рис.1. Схема волочения бислойной трубы

линейного конуса с полууглом β . Напряженно-деформированное состояние кольцевых элементов трубы (рис.2) на коническом участке волокна длиной l описывается следующей системой уравнений:

$$de_l = \frac{dl}{l}, de_\theta = \frac{dR}{R}, de_r = \frac{dt}{t}; \quad (1)$$

$$de_l + de_\theta + de_r = 0; \quad (2)$$

$$d\bar{e}_i = \frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \sqrt{de_\theta^2 + de_r^2 + 2\mu de_\theta de_r}; \quad (3)$$

$$\sigma_i = a_0 + a_1 \ln \lambda + a_2 (\ln \lambda)^2; \quad (4)$$

$$\sigma_1 = -\frac{\mu}{1-\mu^2} \frac{\sigma_i}{d\bar{e}_i} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) de_\theta + \frac{de_r}{\mu} \right]; \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\mu}{1-\mu^2} \frac{\sigma_i}{d\bar{e}_i} \left[\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) de_\theta - de_r \right]; \quad (6)$$

$$\frac{p - q \cdot \cos(\beta - \alpha)}{t} = \frac{\sigma_\theta \cdot \cos \alpha}{R}; \quad (7)$$

$$\frac{d}{dR} (\sigma_\theta R t) + \sigma_\theta t + \frac{f p R}{\sin \alpha} + q R (\beta - \alpha) = 0, \quad (8)$$

где l, R, t – текущие значения длины, радиуса и толщины стенки пластически деформируемой трубы:

$$R = R_0 - l \sin \alpha, \quad (9)$$

$$t = \frac{t_0 l_0 R_0}{R l}; \quad (10)$$

$de_l, de_\theta, de_r, d\bar{e}_i$ – бесконечно малые приращения деформации и интенсивность приращения деформаций;

$\sigma_\ell, \sigma_\theta$ – компоненты напряжений и интенсивность напряжений; a_0, a_1, a_2 – коэффициенты аппроксимации кривой упрочнения материала трубы; λ – коэффициент вытяжки; μ – коэффициент анизотропии; α – угол наклона образующей конического участка к оси волокна; p – контактное давление на стенки волокна, соприкасаемые с трубой, q – контактное давление на границе труба-труба; f – коэффициент трения.

Радиусный участок волокна длиной l_p представлен в виде набора узких конических колец с углами

$$\alpha_\rho = \arccos \left(\frac{R_k - R}{R_\rho} + 1 \right) \quad (11)$$

где R_k – конечный радиус трубы, R_ρ – радиус кривизны радиусного участка.

На калибрующем участке волокна длиной $l_{\text{кал}}$ принимали, что труба деформируется упруго согласно закона Гука, а нормальные контактные напряжения p постоянны по его длине. Дифференциальное уравнение равновесия имеет вид:

$$\frac{d\sigma_\ell}{dl} = \frac{f}{t} p. \quad (12)$$

Таким образом, получена замкнутая система двенадцати уравнений для определения двенадцати неизвестных величин:

$R, l, t, e_\theta, e_r, e_l, \bar{e}_i, \sigma_i, \sigma_1, \sigma_\theta, p, q$. Решение сис-

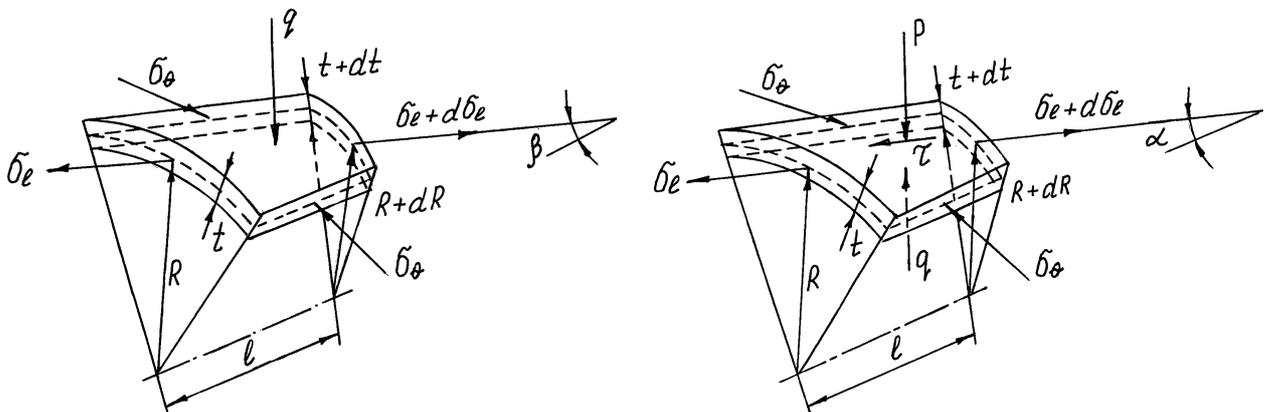


Рис.2. Напряженное состояние элементов наружной (а) и внутренней (б) труб

темы включает в представленной последовательности сводится к решению дифференциального уравнения статического равновесия (8) относительно независимой переменной R .

Процесс вычислений начинали с кольцевого элемента на входе в волоку, где напряжения и деформации считались известными и равными [3]:

$$\sigma_\ell = 0,15\sigma_T, \sigma_\theta = p = 0, e_\theta = e_r = e_\ell = 0,$$

где σ_T - предел текучести материала труб.

Напряженно-деформированное состояние в других элементах определяли от элемента к элементу при решении системы приведенных уравнений (1)-(12), записанных в конечно-разностном виде [4].

Из анализа априорной информации задавали начальное приближенное значение длины i -го элемента на отрезке

$$0,95l_0 \leq l_i \leq 1,05l_0.$$

Точное значение длины l_i , определяющего геометрию i -го элемента, находили методом дихотомии [4]. Другие параметры деформации элемента определяли по формулам (9) и (10).

Расчет проводили до определения переменной l_i с заданной точностью:

$$|l_i^{N+1} - l_i^N| \leq \Delta_1 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ м},$$

где $N+1, N$ – номер приближений для l_i .

Конечные деформации i -го элемента получили суммированием приращений де-

формаций:

$$\bar{(e_i)}_i = \bar{(e_i)}_{i-1} + (\Delta e_i)_i,$$

$$(e_\theta)_i = (e_\theta)_{i-1} + (\Delta e_\theta)_i,$$

$$(e_r)_i = (e_r)_{i-1} + (\Delta e_r)_i,$$

$$(e_l)_i = (e_l)_{i-1} + (\Delta e_l)_i.$$

Расчет начинаем с определения параметров внутренней трубы.

Для описания закона распределения давления q по длине очага совместной пластической деформации на границе контакта труб использовали квадратичную зависимость

$$q = aR^2 + bR + c$$

отображающую зависимость, полученную расчетом на ЭВМ в дискретных точках. Постоянные a, b, c находили по методу наименьших квадратов. Затем переходили к расчету параметров наружной трубы.

Границу раздела бислойной заготовки находили из условия минимума совместного усилия волочения P_β

$$\frac{dP_\beta}{d\beta} = 0,$$

где β - варьируемый параметр.

$$P_\beta = P_{\beta_1} + P_{\beta_2},$$

где P_{β_1} и P_{β_2} - усилия волочения наружной и внутренней труб.

$$P_{\beta_1} = \sigma_{\ell_1} \pi (2R_1 - t_1) t_1,$$

$$P_{\beta_2} = \sigma_{\ell_2} \pi (2R_2 - t_2) t_2,$$

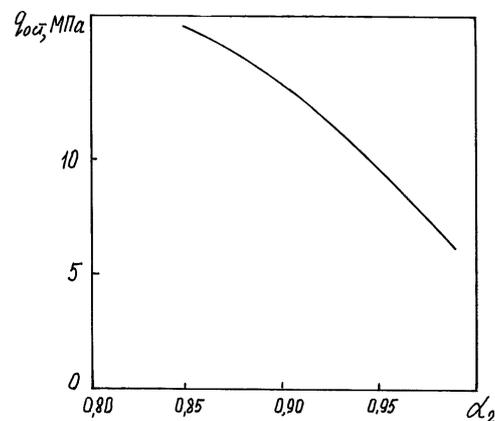
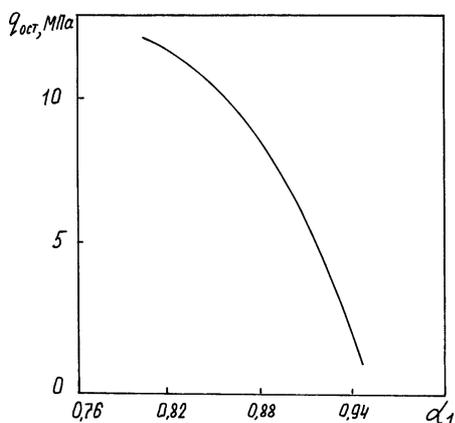


Рис.3. Остаточные контактные напряжения в зависимости от размеров наружной (а) и внутренней (б) труб

σ_{ℓ_1} и σ_{ℓ_2} - напряжение волочения наружной и внутренней труб.

Остаточные напряжения после пластической деформации в месте контакта труб при $r = R_2$ определяли в виде разностей напряжений в пластическом состоянии и напряжений упругой разгрузки

$$q_{ост} = \frac{\mu_1 \sigma_{\ell_1} E_2 - \mu_2 \sigma_{\ell_2} E_1 - \frac{2pE_1}{1-\alpha_2^2}}{E_2 \left(\mu_1 - \frac{1+\alpha_1^2}{1-\alpha_1^2} \right) - E_1 \left(\mu_2 + \frac{1+\alpha_2^2}{1-\alpha_2^2} \right)},$$

где E_1 и E_2 – модули упругости материалов наружной и внутренней труб;

μ_1 и μ_2 - коэффициенты Пуассона материалов наружной и внутренней труб;

α_1 и α_2 - коэффициенты толстостенности наружной и внутренней труб

$$\alpha_1 = \frac{R_2}{R_1}, \alpha_2 = \frac{R_3}{R_2}.$$

В качестве примера использования изложенной математической модели рассмотрен процесс волочения медной трубы из МЗ в отожженном состоянии с размерами $\varnothing 22 \times 1,5$ мм и вставленной внутрь нее с зазором трубы из алюминиевого сплава АД31Т с размером $\varnothing 18,5 \times 1,0$ мм. Результаты расчета $q_{ост}$ приведены в таблице и на рис.3 и 4.

Величина остаточных напряжений, полученные расчетом на ЭВМ отличается от значений, полученных способом тензометрирования [5] в пределах 18,6...21,3 %, что указывает на адекватность построенной матема-

Таблица. Сопоставление расчётных и экспериментальных данных $q_{ост}$

Методы исследования	$\lambda = 1,10$	$\lambda = 1,15$	$\lambda = 1,20$
Тензометрирование	20,97	27,26	33,83
Расчет на ЭВМ	17,09	22,54	26,61

тической модели.

Из графиков на рис.3 видно, что с уменьшением степени толстостенности наружной трубы остаточные контактные напряжения постепенно уменьшаются. Аналогичный характер изменения контактных напряжений имеет место с уменьшением степени толстостенности внутренней трубы. По абсолютной величине контактные напряжения убывают быстрее в зависимости от размеров внутренней трубы.

Из графиков на рис.4 видно, что с увеличением пределов текучести материалов сочленяемых трубных заготовок давление на границе контакта труб возрастает. По абсолютной величине контактные напряжения возрастают быстрее в зависимости от предела текучести внутренней трубы. Для получения плотного сцепления между трубами из однородных материалов необходимо, чтобы предел текучести материала внутренней трубы был больше предела текучести материала наружной трубы.

Предложенная математическая модель позволяет установить общие закономерности формирования остаточных контактных

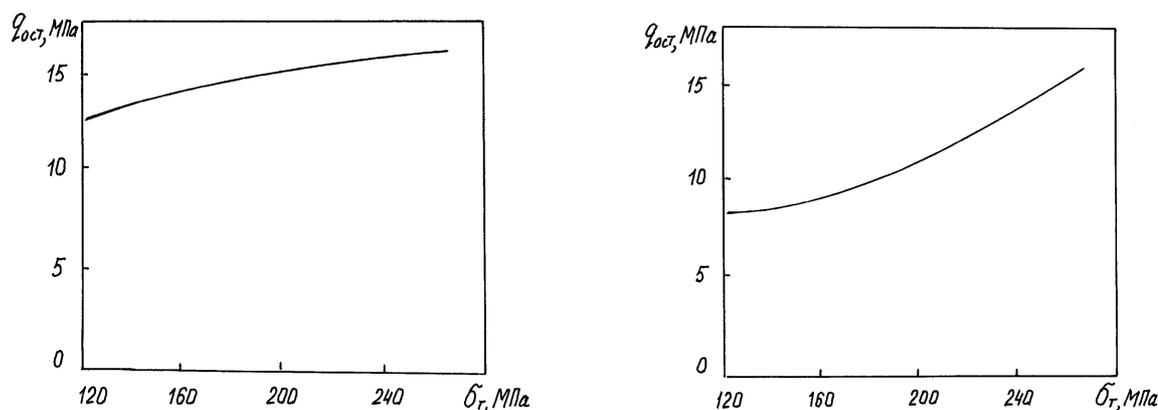


Рис.4. Остаточные контактные напряжения в зависимости от пределов текучести материалов наружной (а) и внутренней (б) труб

напряжений, необходимые для оптимального проектирования волочения бислойных труб.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чепурко М.И., Остренко В.Я., Козгадеев А.А. и др.* Производство биметаллических труб и прутков. М.: Metallurgy, 1986.
2. *Колмогоров В.Л., Соколов И.А.* Остаточные контактные напряжения после редуцирования бислойной трубы // Проблемы деформирования металлов. М.: Metallurgy, 1968.
3. *Перлин И.Л., Ерманок М.З.* Теория волочения. М.: Metallurgy, 1971.
4. *Бахвалов Н.С.* Численные методы. М.: Наука, 1975.
5. *Каргин В.Р., Игуменов А.А., Федоров М.В.* Определение остаточных напряжений в составных биметаллических трубах и прутках // Новые направления развития производства и потребления алюминия и его сплавов. Самара, 2000.

RESIDUAL CONTACT STRESSES AFTER STEEL DRAWING A TWO-LAYER TUBE

© 2002 V.R. Kargin¹, M.V. Fedorov¹, B.V. Kargin²

¹Volga Branch of Institute of Metallurgy and Materials named for A.A. Bajkov
of Russian Academy of Sciences, Samara

²Samara State Aerospace University

The mathematical model permitting to find is constructed residual contact stress after steel drawing of a two-layer tube.