

УДК 620.179.1

ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ФИГУР ХЛАДНИ НА КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ МЕМБРАНЕ С ТОНКИМ СЛОЕМ ЖИДКОСТИ

© 2003 О.А. Журавлёв, С.Ю. Комаров, Н.Е. Молевич

Самарский государственный аэрокосмический университет

Проведено экспериментальное исследование физического эффекта трансформации фигур Хладни на мембране с нанесенным тонким слоем воды. Показано, что частицы песка накапливаются не только в узлах, но и в пучностях колебаний мембраны. Для интерпретации данного явления получено выражение для потенциала радиационных сил, действующих на частицу песка в акустическом поле колеблющейся мембраны.

Введение

Фигуры Хладни, получаемые при помощи песка (или другого порошка), описывают узловые поверхности собственных колебаний плоских пластинок и мембран [1]. Если поместить частицу песка в какой-нибудь точке, не расположенной на узле, то при достаточно сильном поперечном колебании она будет двигаться (подпрыгивать и смещаться от первоначального положения). Движение частиц песка нерегулярно, но, после ряда прыжков, частица находит путь к узлу, как к единственному месту, где она может остаться в покое.

Известно, однако, что очень тонкий порошок, как, например лycopодий, ведёт себя отлично от песка. Вместо того чтобы собираться в узлах, он накапливается в местах максимального движения – в пучностях [2]. В [3] была выдвинута гипотеза, что это явление может быть объяснено влиянием потоков воздуха, возникающих в результате колебания. В вакууме любой порошок всегда перемещается по направлению к узлам колеблющейся поверхности.

В настоящей работе проведено экспериментальное исследование фигур Хладни, образующихся на поверхности круглой мембраны с нанесенным тонким слоем воды. Дана теоретическая интерпретация наблюдаемой трансформации песчаных фигур.

Экспериментальное исследование песчаных фигур на поверхности мембраны

Схема объекта исследования представлена на рис.1. Тонкая мембрана толщиной $7 \cdot 10^{-4}$ м служит дном массивной металлической чаши. Для обеспечения максимально жёсткой заделки мембраны по краю, мембрана и стенки чаши конструктивно выполнены единым элементом. Массивные стенки выполнены с таким расчётом, что при возбуждении собственных колебаний мембраны, амплитуда колебаний стенок чаши должна оставаться нулевой.

Рассматриваемая чаша жестко крепилась на металлическом столе интерферометра. Возбуждение производилось пьезо-керамическим вибратором, подключенным к звуковому генератору. В первой серии экспериментов на предварительно обезжиренную мембрану насыпался мелкодисперсный песок. При подходе к резонансу мембраны песок начинал быстро перемещаться, концентрируясь в узловых линиях. На рис.2а представлен характерный вид расположения узловых линий (фигуры Хладни) на поверхности мембраны при различных резонансных частотах.

Во второй серии экспериментов с помощью песка регистрировались колебания мембраны с тонким слоем ($h_g \sim 10^{-3}$ м)

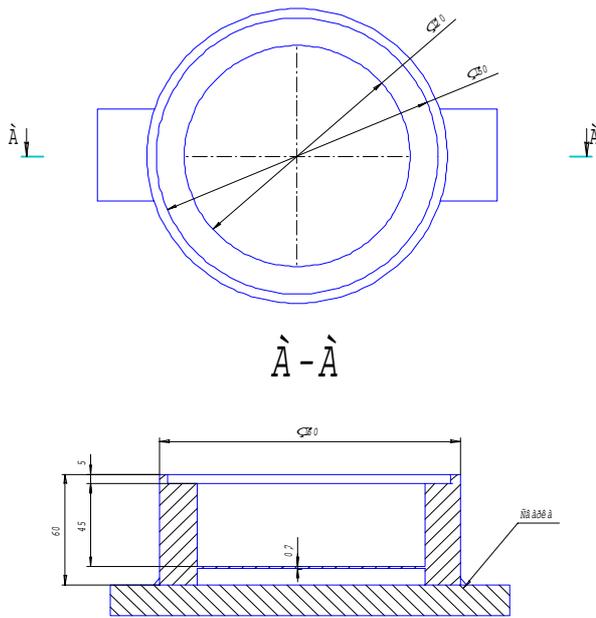


Рис.1. Схема объекта исследования

воды. На рис.2 б представлены песчаные фигуры, наблюдаемые на поверхности мембраны для трех значений резонансных частот. С ростом частоты и амплитуды резонансных колебаний движение частиц к пучностям мембраны становилось более интенсивным. Очевидно, это явление аналогично, наблюдаемому в [2].

Потенциал радиационных сил, действующих на микрочастицы в жидком слое на поверхности колеблющейся мембраны

Для объяснения трансформации фигур Хладни в присутствии газо-жидкостной среды рассмотрим сначала другое известное явление – движение частиц суспензии в поле стоячей плоской волны. При этом частицы одних суспензий собирались в пучностях скорости, а других суспензий – в узлах скорости [4, 5]. Движение этих частиц связано с возникновением в стоячей плоской волне постоянной (не зависящей от времени) радиационной силы, действующей на частицы суспензии.

Если размеры частицы $a \ll \lambda$, где λ – длина волны звука в жидкости, то радиационная сила имеет вид [4]

$$F = 4\pi a^2 \bar{E} k a \sin 2kh \Phi(\delta, \mu), \quad (1)$$

где

$$\Phi = \frac{1 + 2(1 - \delta)/3}{2 + \delta} - \frac{\delta}{3\mu^2},$$

h – расстояние центра частицы от узла скорости, $\delta = \rho_0 / \rho_*$, $\mu = c_* / c_0$, ρ_0 и c_0 – плотность и скорость звука в жидкой среде, ρ_* и c_* – плотность и скорость звука в материале частицы, \bar{E} – плотность энергии стоячих волн, $k = 2\pi / \lambda$.

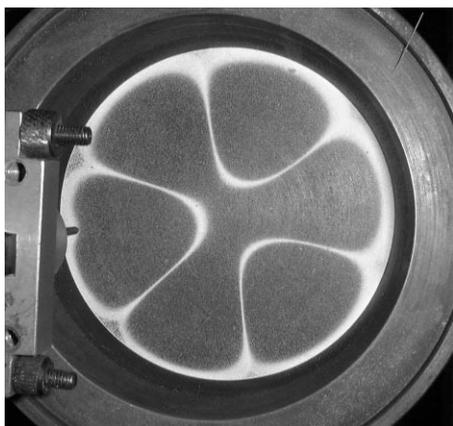
Удвоенная пространственная периодичность радиационной силы в стоячей волне (1) приводит к тому, что равновесным положением может быть либо узел, либо пучность, и маленькие частицы под действием этой силы собираются либо в узлах, либо в пучностях стоячей волны. Как показывает анализ, при $\Phi > 0$ (плотность частиц больше плотности среды) частицы собираются в пучностях скорости, при $\Phi < 0$ (плотность частиц меньше плотности среды) – в узлах скорости [4].

Очевидно, наблюдаемая трансформация фигур Хладни в газо-жидкостных средах также обусловлена воздействием радиационных сил. Выражение (1) справедливо только для плоских волн. Для произвольного акустического поля радиационные силы, действующие на маленькие частицы, могут быть определены через потенциал $\vec{F} = -\nabla U$, где потенциал U зависит от усреднённых по времени квадрата давления P и квадрата скорости среды в падающей звуковой волне [6]:

$$U = 2\pi a^3 \rho_0 \left[\frac{\bar{P}^2}{3\rho_0^2 c_0^2} \left(1 - \frac{\delta}{\mu^2}\right) - \frac{\bar{V}^2(1 - \delta)}{2 + \delta} \right]. \quad (2)$$

Таким образом, для объяснения трансформации фигур Хладни в жидком слое на мембране необходимо найти вид потенциала U . Для этого необходимо рассчитать характеристики акустического поля, возбуждаемого мембраной в слое воды, то есть распределение в этом слое давления и скорости в цилиндрической системе координат r, θ, z .

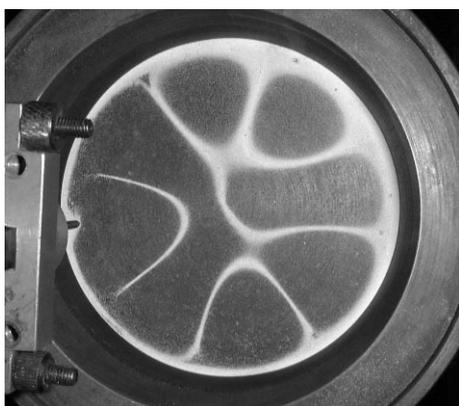
Без учёта присоединённой массы



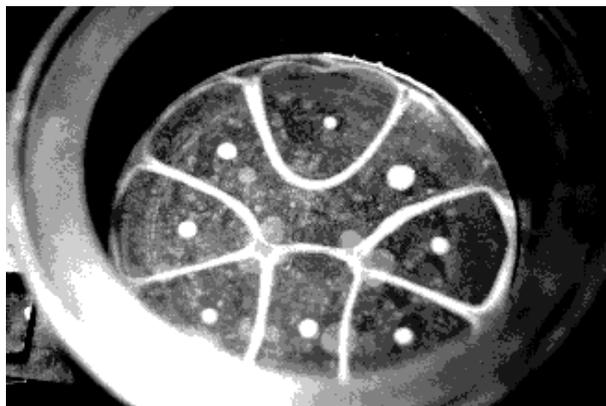
2950 Гц



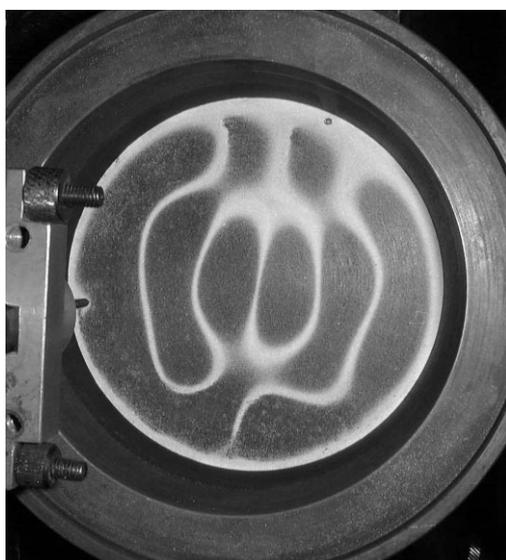
1800 Гц



3380 Гц

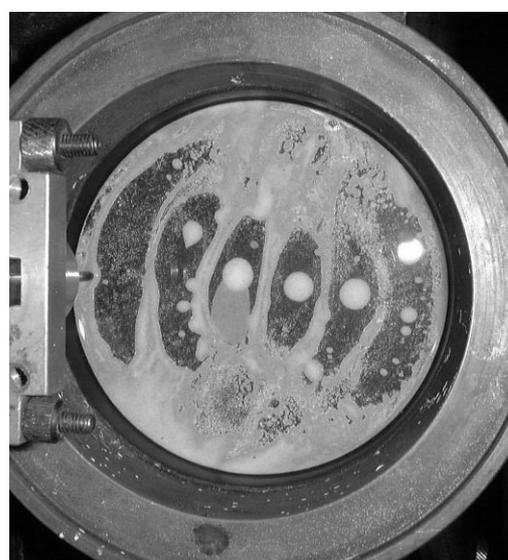


2040 Гц



5780 Гц

а)



5300 Гц

б)

Рис.2. Характерный вид фигур Хладни на поверхности колеблющейся мембраны:
а) без жидкости; б) с тонким слоем жидкости

воды поперечное смещение круглой мембраны (её собственная мода) описывается формулой [7]

$$\xi = \xi_0 J_n(\chi r) \cos n(\theta - \alpha) \cos(\omega t + \varepsilon), \quad (3)$$

где ξ_0 - амплитуда смещения, J_n - функция Бесселя n порядка, $\omega = \chi c$ - частота колебания, $c = \sqrt{T/\rho}$, T - натяжение мембраны, ρ - поверхностная плотность материала мембраны, α, ε - константы.

Величина χ определяется с помощью граничного условия. Когда закреплённая граница мембраны является окружностью радиуса r_0 , имеем

$$J_n(\chi r_0) = 0. \quad (4)$$

Корни уравнения (4) определяют допустимые значения χ , а следовательно, и спектр собственных частот ω .

Система узлов, отображаемая фигурами Хладни, согласно (3) может быть разделена на две части: одну, состоящую из m концентрических окружностей, выражаемых уравнением

$$J_n(\chi r) = 0,$$

и другую, состоящую из n диаметров, расположенных равномерно вокруг центра,

$$\theta = \alpha + (2s + 1) \frac{\pi}{2n},$$

где s целое число.

В частности, фигуры Хладни, приведенные на рис. 2 соответствуют собственным модам с $n = 3, m = 1$ и $n = 1, m = 2$

Определим теперь с помощью (3) и уравнений гидродинамики [8] акустическое поле мембраны вблизи поверхности пластинки ($z = 0$). Имеем

$$V = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\omega \xi_0 J_n(\chi r) \cos n(\theta - \alpha) \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (5)$$

$$P = -Z \omega \xi_0 J_n(\chi r) \cos n(\theta - \alpha) \cos(\omega t + \varepsilon), \quad (6)$$

где Z - акустический импеданс, равный (в приближении бесконечной пластины) [9]

$$Z = \frac{\rho_0 c_0}{\sqrt{1 - \frac{c_0^2}{c^2}}}. \quad (7)$$

Откуда следует

$$U = -\pi a^3 \rho_0 \omega^2 \xi_0^2 J_n^2(\chi r) \cos^2 n(\theta - \alpha) \times \left[\frac{(1 - \delta)}{2 + \delta} + \frac{(\mu^2 - \delta)c^2}{3\mu^2(c_0^2 - c^2)} \right]. \quad (8)$$

В условиях эксперимента скорость звука в жидкости c_0 превышает величину c , $\delta < 1$ (плотность песка больше плотности воды), $\mu > 1$ (скорость звука в песке больше скорости звука в воде), поэтому выражение в квадратных скобках положительно. В результате пучности движения мембраны соответствуют минимумам потенциала радиационных сил. В этих областях на частицы песка не действуют радиационные силы, причем положение покоя частиц устойчиво (механическая аналогия: частица на дне ямы). В узловых областях радиационные силы также равны нулю. Но эти области не устойчивы, так как соответствуют максимуму потенциала (механическая аналогия: частица на вершине холма). Радиационные силы приводят к движению частиц песка к областям максимального движения мембраны и препятствуют их стряхиванию в узловые области.

Заключение

Таким образом, наблюдаемая деформация фигур Хладни может быть связана с воздействием на частицы песка радиационных сил, возникающих в акустическом поле, создаваемом колеблющейся мембраной в жидкости. Эти силы противодействуют движению частиц к узлам. Амплитуда радиационных сил растёт пропорционально квадрату амплитуды колебаний мембраны, что приводит к наблюдаемому на эксперименте ускорению движения частиц к пучностям колебаний мембраны.

Проведённый эксперимент свидетельствует также об инерционности установления поля радиационных сил (сначала на-

блюдалось движение к узловым линиям, только затем – к пучностям). Выявление причин этой инерционности представляет интерес для дальнейших исследований. Важным моментом является также получение выявленного эффекта непосредственно в воздухе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1983.
2. *Savant* // Ann.d. Chim. 1820. V.14.
3. *Faraday M.* On a peculiar class of acoustical figures // Phil. Trans. 1831.
4. *Yosioka K., Kawasima Y.* Acoustic radiation pressure on a compressible sphere // Acustica. 1955. V.5.
5. *Keck G.* Die einstellung von teilchen und losungen in feld stehender ultraschallwellen // Acustica. 1955. V.5.
6. *Горьков Л.П.* О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // ДАН СССР. 1961. Т.140.
7. *Стретт Дж. (лорд Рэлей)* Теория звука. М.: ГИТЛ, 1940. Т.1.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
9. *Скучик Е.* Основы акустики. Т.1. М.: Мир, 1976.

INVESTIGATION PROCESS OF CHANGE OF CHLADNI FIGURES ON OSCILLATING MEMBRANE UNDER WATER LAYER

© 2003 O.A. Guravlev, S. Y. Komarov, N.E. Molevich

Samara State Aerospace University

Present the experimental research of physical effect of transformation of Chladni figures on a membrane under water layer. Discovered, that the grains of sand concentrate not only in place with minimum amplitude oscillating, but also concentrate in place maximum amplitude oscillating too. For description this effect is obtained equation for a potential of radiative forces acting on a grain of sand in an acoustic field of an oscillating membrane .