УДК 629.519.85

ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛИКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ НЕСКОЛЬКИХ КРИТЕРИЯХ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ ГРАФА УПРАВЛЕНИЙ

© 2003 М.И.Гераськин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается задача выбора вектора управления поликомпонентной системой среди управляющих воздействий, оптимизирующих различные критерии эффективности функционирования системы с учетом ограничений на параметры состояния и вектор управления. На основе последовательного сопоставления оптимальных значений критериев на графе Парето-оптимальных управлений разработана методика выбора компромиссного управляющего воздействия, для которого выполняется принцип гарантированного результата (максимина). Методика апробирована при формировании управления корпоративной системой Ульяновского авиационно-промышленного комплекса.

Особенности поликомпонентной системы

К поликомпонентным системам, то есть системам, функционирование которых предопределено взаимодействием входящих в систему компонентов [1], могут быть отнесены региональные и корпоративные экономические системы, а также системы, охватывающие регионы и корпорации как подсистемы. Формирование управления поликомпонентной системой предполагает ее декомпозицию на отдельные подсистемы, имеющие обособленные интересы – цели, совокупность которых образует вектор критериев эффективности.

Организационная структура поликомпонентной системой представляет собой иерархию головного (центрального) органа управления и подчиненных подсистем. В этом случае рассматривается трехуровневая иерархическая активная система [1], схема которой приведена на рис.1. Верхний уровень иерархии занимает центр – головной орган – выражающий интересы промежуточных центров (активных элементов второго уровня).

Совокупность центра и промежуточных центров $Ц_k$, представляет собой метасистему [2], цели подсистем которой могут быть агрегированы.

Центру подчинены управляемые объекты – активные элементы (АЭ) третьего уровня.

Управляющее воздействие центра осуществляется путем варьирования экономических показателей элементов системы.

Центр формирует управление системой

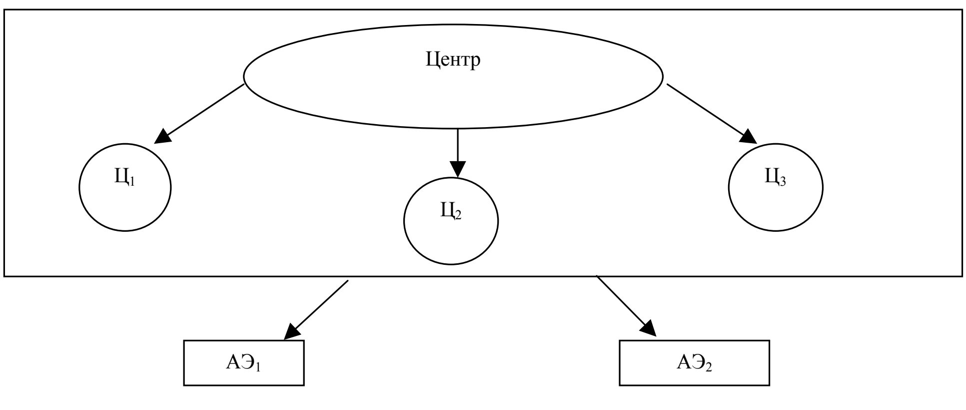

Рис.1. Трехуровневая активная система

исходя из максимизации векторного критерия эффективности, компонентами которого являются критерии эффективности элементов системы R_k.

Формулировка задачи управления

Рассматривается процесс функционирования управляемой системы, состояние которой определяется значением вектора управления u, принадлежащего допустимой области U:

$$u \in U . \tag{1}$$

На параметры состояния управляемой системы наложены ограничения:

$$G_l[u] \le 0,\ l = 1,\dots,L . \tag{2}$$

Целью функционирования системы является максимизация векторного критерия, компонентами которого являются частные критерии эффективности:

$$R_k[u],\ k = 1,\dots,K . \tag{3}$$

В дальнейшем используется множество индексов $K = \{k = 1,2,\dots,K\}$.

Таким образом, для управляемой системы требуется определить вектор управления в соответствии с ограничениями

$$u \in \widetilde{U} = \{u \in U,\ G_l[u] \le 0,\ l = 1,\dots,L\}, \tag{4}$$

максимизирующий векторный критерий (3).

Множество Парето и принцип максимина

Решение многокритериальной задачи приводит к формированию множества неулучшаемых по Парето управлений $u*$ [3], принадлежащих множеству $\widetilde{U}$. Множество Парето представляет собой совокупность управлений, определяемых из условия:

$$\Pi = \{u^* \in \widetilde{U} |\ \bar{\exists} u \in \widetilde{U} :$$

$$R_k[u] \ge R_k[u^*], k \in K, u \ne u^*\} \tag{5}$$

Управления, принадлежащие множеству Парето, являются несравнимыми по векторному критерию (3), вследствие чего возникает проблема выбора единственного управления из множества Парето.

Единственность решения задачи (1)-(4) может быть обеспечена с помощью принципа гарантированного результата (максимина) [4, 5], согласно которому оптимальным считается управление u_0 из множества $\widetilde{U}$, которое доставляет наилучшее значение наихудшему критерию:

$$u_0 = arg \max_{u \in \widetilde{U}} \min_{k \in K} R_k[u]. \tag{6}$$

Нормализация критериев

Критерии $R_k, k \in K$ имеют разный смысл и различные диапазоны изменения. Нормализация критериев при управлении u выполняется по формуле:

$$\overline{R}_k[u] = \frac{R_k[u] - R_k^{min}}{R_k^* - R_k^{min}}, k \in K , \tag{7}$$

где $\overline{R}_k[u]$ - нормализованное значение k-го критерия; R_k^* - максимальное значение k-го критерия, полученное в результате решения однокритериальной задачи оптимизации без учета остальных критериев, достигаемое при управлении u_k^*:

$$u_k^* = arg \max_{u \in \widetilde{U}} R_k[u], \tag{8}$$

R_k^{min} - минимальное значение k-го критерия:

$$R_k^{min} = \min_{i \in K, i \ne k} R_k[u_i^*] .$$

Для нормализованных критериев выполняются свойства:

$$0 \le \overline{R}_k[u] \le 1,\ \ k \in K,$$

$$\overline{R}_k[u_k^*] = 1,\ k \in K, \tag{9}$$

$$\overline{R}_k[u_i^*] = 0,\ i,k \in K,\ i \ne k.$$

Принцип максимина для нормализованных критериев определяется следующим образом: задача (1)-(4) при равнозначных критериях решена, если найдено управление

$u_0 \in \widetilde{U}$, для которого

$$\overline{R}_0\left[u_0\right] = \max_{u \in \widetilde{U}} \min_{k \in K} \overline{R}_k\left[u\right]. \qquad (10)$$

Граф Парето-оптимальных управлений

Управление, оптимальное по критерию (10), может быть выбрано путем сопоставления Парето-оптимальных управлений u_k^*, сформированных по критерию (8).

Введем в рассмотрение параметр

$$h_k^{nm} = \frac{R_k\left[u_m^*\right] - R_k\left[u_n^*\right]}{R_k^* - R_k^{min}}, \quad n,m,k \in K, \qquad (11)$$

отражающий долю прироста (потерь) k-го критерия относительно отклонения его максимального значения от минимального при переходе управляемой системы от управления u_n^* к управлению u_m^*. В случае $h_k^{nm} > 0$ управление u_m^* является более предпочтительным по критерию R_k по сравнению с управлением u_n^*, в противном случае более предпочтительным является управление u_n^*.

Сформируем граф [6] управлений, вершинам которого поставим в соответствие Парето-оптимальные управления $u_k^*, k \in K$, а дугам – процессы переходов от одного оптимального управления к другому в рамках процедуры сравнения управлений (рис.2а). Поскольку при этом сравнению подлежат все Парето-оптимальные управления, то граф управлений является связным (из любой вершины по его дугам можно перейти к другой) и полным (каждая пара вершин соединена с другой).

Определим веса дуг графа как алгебраическую сумму относительных приростов (потерь) критериев системы при переходе от управления u_n^* к управлению u_m^*:

$$S^{nm} = \sum_{k=1}^{K} h_k^{nm}, \quad n,m \in K. \qquad (12)$$

Вес S^{nm} представляет собой векторную характеристику дуги (перехода) между управлением u_n^* и управлением u_m^*: при $S^{nm}>0$ управление u_m^* является более предпочтительным по векторному критерию (3), чем управление u_n^*.

Выражение для параметров S^{nm} через нормализованные значения критериев получим, подставив (11) в (12) с учетом (7):

$$S^{nm} = \sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_m^*\right] - \overline{R}_k\left[u_n^*\right]\right), \quad n,m \in K. \qquad (13)$$

Выделим на графе управлений цикл – цепь неповторяющихся вершин, в которой первая и последняя вершины совпадают $u_1^*, u_2^*, \ldots, u_K^*, u_1^*$ (рис.2а). Выполняется равенство:

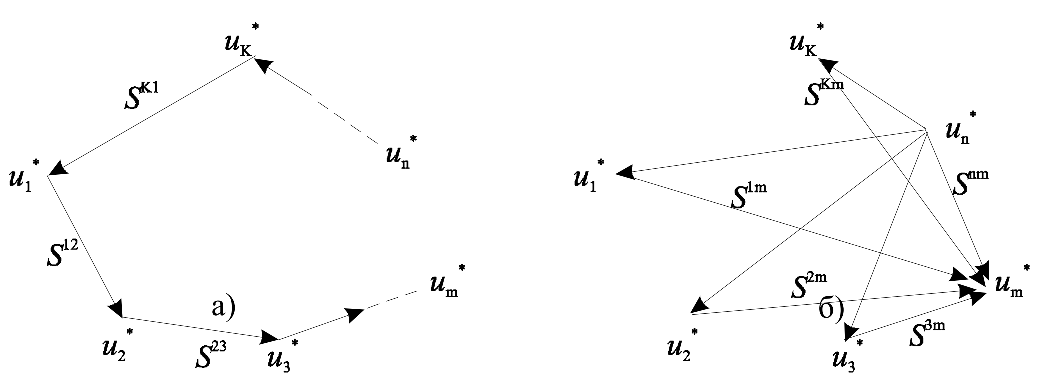

Рис.2. Граф Парето-оптимальных управлений

$$S^{12}+S^{23}+\ldots+S^{(K-1)K}+S^{K1}=$$

$$=\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_2^*\right]-\overline{R}_k\left[u_1^*\right]\right)+\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_3^*\right]-\overline{R}_k\left[u_2^*\right]\right)+$$

$$+\ldots+\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_K^*\right]-\overline{R}_k\left[u_{K-1}^*\right]\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_1^*\right]-\overline{R}_k\left[u_K^*\right]\right)=-\sum_{k=1}^{K}\overline{R}_k\left[u_1^*\right]+$$

$$+\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_2^*\right]-\overline{R}_k\left[u_2^*\right]\right)+\ldots+$$

$$+\sum_{k=1}^{K}\left(\overline{R}_k\left[u_K^*\right]-\overline{R}_k\left[u_K^*\right]\right)+\sum_{k=1}^{K}\overline{R}_k\left[u_1^*\right]=0.$$

Поэтому при последовательном сравнении всех Парето-оптимальных управлений в этом цикле алгебраическая сумма приростов (потерь) критериев равна нулю:

$$S^{12}+S^{23}+\ldots+S^{(K-1)K}+S^{K1}=0\,.$$

Следовательно, сумма приростов (потерь) критериев при переходе от управления u_n^* к управлению u_m^* равна взятой с противоположным знаком сумме приростов (потерь) критериев при последовательном сравнении всех Парето-оптимальных управлений, кроме u_n^* и u_m^*:

$$S^{nm}=-\left[S^{12}+S^{23}+\ldots+S^{(n-1)n}+\right.$$
$$\left.+S^{m(m+1)}+\ldots+S^{(K-1)K}+S^{K1}\right] \qquad (14)$$

Вершины графа управлений $u_k^*, k\in K$ характеризуются значениями параметров

$$\Omega^m=\sum_{\substack{k=1\\k\neq m}}^{K}S^{km},\ m\in K\,, \qquad (15)$$

которые представляют собой сумму относительных приростов (потерь) критериев системы при переходе к управлению u_m^* от других Парето-оптимальных управлений.

Параметр Ω^m является количественной характеристикой относительной предпочтительности управления u_m^* по сравнению с другими Парето-оптимальными управлениями $u_k^*,\ k\neq m, k\in K$.

Получим выражение для параметров Ω^m через нормализованные значения критериев, подставив (13) в (15):

$$\Omega^m=(K-1)\sum_{k=1}^{K}\overline{R}_k\left[u_m^*\right]-$$
$$-\sum_{\substack{k=1\\k\neq m}}^{K}\overline{R}_m\left[u_k^*\right]-\sum_{\substack{j=1\\j\neq m}}^{K}\sum_{\substack{k=1\\k\neq m}}^{K}\overline{R}_k\left[u_j^*\right] \qquad (16)$$

Параметр Ω^m является количественной характеристикой относительной предпочтительности управления u_m^* по сравнению с другими Парето-оптимальными управлениями $u_k^*,\ k\neq m, k\in K$.

Анализ выражения (16) приводит к следующим выводам.

1. Увеличение параметра Ω^m обусловлено более высокими для рассматриваемого управления u_m^* относительными значениями критериев $\overline{R}_k,\ k\neq m, k\in K$, оптимальных при других управлениях.

2. Уменьшение параметра Ω^m связано с высокими значениями критерия $\overline{R}_m$ при управлениях, оптимизирующих другие критерии $u_k^*,\ k\neq m, k\in K$, а также критериев $\overline{R}_k,\ k\neq m, k\in K$ при управлениях $u_j^*,\ j\neq k$, оптимизирующих критерии $\overline{R}_j,\ j\neq k$.

Поэтому параметр Ω^m может использоваться в качестве интегрального критерия выбора компромиссного управления из множества Парето:

$$u^{opt}=arg\max_{m\in K}\Omega^m[u]. \qquad (17)$$

Управление u^{opt} является компромиссным в том смысле, что при переходе к нему от других управлений (из вершин графа управлений) относительные приросты критериев максимально превышают относительные потери критериев.

Алгоритм упорядочения Парето-оптимальных управлений

Выделим в графе управлений (рис.2а) с K вершинами (K-2) подграфов с тремя вершинами – m-й, n-й и поочередно остальными – образующих циклы (рис.2б). Поскольку для каждого k-го подграфа $k \in (K - 2)$ выполняется свойство (14), то

$$S^{km} = S^{nm} - S^{nk}, \quad m,n \in K, \; k \in K - 2 .$$

Следовательно, учитывая (13):

$$\Omega^{m} = (K-1)S^{nm} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m,n}}^{K} S^{nk}, \; n,m \in K . \quad (18)$$

В этом выражении

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m,n}}^{K} S^{nk} = \Omega^{n}_{K-1}$$

представляет собой параметр Ω для n-й вершины подграфа, полученного из исходного графа исключением m-й вершины. Поэтому исходный граф Парето-оптимальных управлений можно последовательно декомпозировать на (K-1) подграфов, для каждого из которых максимальное значение Ω меньше, чем для предыдущего.

$$\Omega^{n_K}_{K} = (K-1)S^{n_{K-1}n_K} - \Omega^{n_{K-1}}_{K-1},$$

$$\Omega^{n_{K-1}}_{K-1} = (K-2)S^{n_{K-2}n_{K-1}} - \Omega^{n_{K-2}}_{K-2},$$

$$\ldots$$

$$\Omega^{n_1}_{1} = S^{n_2 n_2} .$$

Формирование последовательности управлений (вершин графа), упорядоченной по критерию Ω, можно организовать следующим образом:

1) задается номер шага t=1;

2) выбирается опорная m_1-я вершина из условия $m_1 = \arg\min_{m,k \in K} S^{km}$, т.е. определена дуга $m_1 m_2$, связывающая m_1-ю вершину с m_2-й;

3) если $t<K-1$, то среди остальных дуг, связанных с m_1-й вершиной, выбирается другая дуга из условия $m_3 = \arg \min_{\substack{k \in (K-1), \\ k \neq m_1}} S^{km_1}$, т.е. определена дуга $m_3 m_1$, связывающая m_1-ю вершину с m_3-й в этом случае;

4) если $t=K-1$, то управлению $u^{*}_{k}, k \neq m_1$ присваивается индекс $t+1$ и работа алгоритма заканчивается;

5) управлению $u^{*}_{m_1}$ присваивается индекс t

$$u^{*}_{t} = u^{*}_{m_1};$$

6) из графа исключается m_1-я вершина вместе с дугами $m_1 m_2$, $m_1 m_3$; получен подграф размерности (K-1);

6) номер шага t увеличивается на единицу t=t+1, число вершин графа уменьшается на единицу K=K-1 и осуществляется переход на шаг 2.

Если условие окончания работы алгоритма выполнено, то сформирована последовательность управлений, максимизирующая параметр Ω.

Обоснование тождества принципа максимина и критерия Ω

Покажем для случая двух критериев (K=2), что управление, выбранное по критерию (17) из множества Парето (5) соответствует управлению, сформированному по принципу максимина (6).

Доказательство достаточности.

Пусть существует управление u_0, удовлетворяющее условию максимина (6). Покажем, что в этом случае выполняется условие (18), то есть оно является достаточным для соблюдения принципа максимина.

Управление, сформированное на основе принципа максимина, обладает следующими свойствами (рис.3):

$$\overline{R}_k [u_0] = \overline{R}^{0}, \quad k \in K , \qquad (19)$$

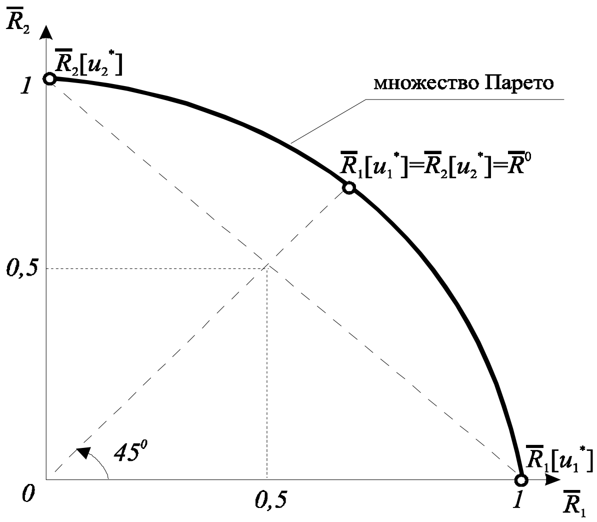

Рис.3. Множество Парето и принцип максимина

$$\overline{R}_k\left[u_k^*\right]\geq \overline{R}_k\left[u_0\right]\geq \overline{R}_k\left[u_i^*\right],\quad i\neq k,\; i,k\in K. \tag{20}$$

Поскольку управление u_0 максимизирует минимальный из критериев $\overline{R}_k$, $k\in K$, то оно соответствует максимуму некоторого критерия $\overline{R}_0$, не включенного в вектор критериев (3), то есть, наряду с (19), (20), должно выполняться свойство:

$$\overline{R}_0\left[u_0\right]\geq \overline{R}_0\left[u_k^*\right],\; k\in K. \tag{21}$$

Параметр Ω при K=2 с учетом дополнительно введенного в рассмотрения критерия с индексом “0” определяется выражением:

$$\Omega^m = 2\sum_{k=0}^{2}\overline{R}_k\left[u_m^*\right]-\sum_{\substack{k=0\\k\neq m}}^{2}\overline{R}_m\left[u_k^*\right]- \\ -\sum_{\substack{j=0\\j\neq m}}^{2}\sum_{\substack{k=0\\k\neq m}}^{2}\overline{R}_k\left[u_j^*\right] \tag{22}$$

В частности, для управлений u_0, u_1 выражения параметра Ω^m имеют вид:

$$\Omega^0 = 2\left(\overline{R}_0\left[u_0\right]+\overline{R}_1\left[u_0\right]+\overline{R}_2\left[u_0\right]\right) - \\ -\left(\overline{R}_0\left[u_1^*\right]+\overline{R}_0\left[u_2^*\right]\right)- \\ -\left(\overline{R}_1\left[u_1^*\right]+\overline{R}_1\left[u_2^*\right]+\overline{R}_2\left[u_1^*\right]+\overline{R}_2\left[u_2^*\right]\right), \tag{23}$$

$$\Omega^1 = 2\left(\overline{R}_0\left[u_1\right]+\overline{R}_1\left[u_1\right]+\overline{R}_2\left[u_1\right]\right) - \\ -\left(\overline{R}_1\left[u_0^*\right]+\overline{R}_1\left[u_2^*\right]\right)- \\ -\left(\overline{R}_0\left[u_0^*\right]+\overline{R}_0\left[u_2^*\right]+\overline{R}_2\left[u_0^*\right]+\overline{R}_2\left[u_2^*\right]\right). \tag{24}$$

Поэтому

$$\Omega^0-\Omega^1 = 3\left\{\left(\overline{R}_1\left[u_0\right]-\overline{R}_1\left[u_1^*\right]\right) + \\ \left(\overline{R}_2\left[u_0\right]-\overline{R}_2\left[u_1^*\right]\right)+\left(\overline{R}_0\left[u_0\right]-\overline{R}_0\left[u_1^*\right]\right)\right\}$$

С учетом свойства нормализованных критериев (9) и свойства максимина (19) имеем:

$$\Omega^0-\Omega^1 = 3\left\{\left(\overline{R}^0-1\right)+\left(\overline{R}^0-0\right)+ \\ +\left(\overline{R}_0\left[u_0\right]-\overline{R}_0\left[u_1^*\right]\right)\right\}= \\ =3\left\{\left(2\overline{R}^0-1\right)+\left(\overline{R}_0\left[u_0\right]-\overline{R}_0\left[u_1^*\right]\right)\right\} \tag{25}$$

В выражении (24) первое слагаемое $\left(2\overline{R}^0-1\right)\geq 0$, так как в силу выпуклости множества Парето (рис.3) $\overline{R}^0\geq 0{,}5$; второе слагаемое $\left(\overline{R}_0\left[u_0\right]-\overline{R}_0\left[u_1^*\right]\right)\geq 0$ исходя из свойства (21). Следовательно

$$\Omega^0-\Omega^1\geq 0,$$

то есть управление u_1 удовлетворяет условию максимума параметра Ω (17). Аналогично проводится доказательство для управления u_2.

Доказательство необходимости.

Предположим, что при некотором управлении u_0 выполняется условие (18); покажем, что в этом случае управление u_0 отвечает условию максимина (6), то есть максимизация параметра Ω является необходимым условием принципа максимина.

Преобразуем выражение (24)

$$\Omega^0=\left\{2\overline{R}_0\left[u_0\right]-\left(\overline{R}_0\left[u_1^*\right]+\overline{R}_0\left[u_2^*\right]\right)\right\} + \\ +\left\{2\overline{R}_1\left[u_0\right]-\left(\overline{R}_1\left[u_1^*\right]+\overline{R}_1\left[u_2^*\right]\right)\right\} + \\ +\left\{2\overline{R}_2\left[u_0\right]-\left(\overline{R}_2\left[u_1^*\right]+\overline{R}_2\left[u_2^*\right]\right)\right\} \tag{26}$$

Поскольку по предположению Ω^0 принимает максимальное значение, то

$$\max_{u\in\tilde{U}} \overline{R}_1[u_0] \cup \max_{u\in\tilde{U}} \overline{R}_2[u_0].$$

Однако в силу противоречивости критериев увеличение $\overline{R}_1$ приводит к уменьшению $\overline{R}_2$, и наоборот. Поэтому параметр Ω^0 достигает наибольшего значения при

$$\overline{R}_1[u_0] = \overline{R}_2[u_0] = \overline{R}^0,$$

то есть выполняется свойство (17).

Свойство (20) вытекает из условий нормализации критериев (9). Кроме того, с учетом нормализации из (26) следует:

$$\Omega^0 = \left\{2\overline{R}_0[u_0] - \left(\overline{R}_0[u_1^*] + \overline{R}_0[u_2^*]\right)\right\} +$$

$$\left\{2\overline{R}_1[u_0] - (1+0)\right\} + \left\{2\overline{R}_2[u_0] - (1+0)\right\}$$

Максимизация параметра Ω^0 предполагает выбор такого u_0, при котором увеличивается значение критерия $\overline{R}_0[u_0]$ и уменьшаются значения критериев $\overline{R}_0[u_1^*]$, $\overline{R}_0[u_2^*]$, то есть выполняется свойство (21).

Таким образом, для управления, выбранного из условия максимума параметра Ω^m (17) выполняются свойства управления, соответствующего принципу максимина (6), то есть условие (18) является необходимым условием максимина.

Доказательство необходимости и достаточности условия максимума параметра Ω (17) для соблюдения принципа максимина (6) при K>2 проводится аналогично.

Таким образом, если среди Парето-оптимальных управлений существует управление, удовлетворяющее принципу максимина, то критерий Ω достигает максимума при этом управлении; если ни одно из Парето-оптимальных управлений не является компромиссно-оптимальным с точки зрения принципа максимина, то критерий Ω позволяет определить управление, наиболее близкое к u^0, то есть минимизируется отклонение:

$$\max_{m\in K} \Omega^m - \max_{u\in\tilde{U}} \min_{k\in K} \overline{R}_k[u].$$

Моделирование работы алгоритма

Предложенный алгоритм был использован при формировании управления поликомпонентной корпоративной системой Ульяновского авиационно-промышленного комплекса.

Активными элементами являются: а) сектор продаж продукции, целью которого является повышение эффективности продаж R_1; б) сектор производства продукции, заинтересованный в повышении эффективности производственных затрат R_2.

Компонентами центра этой системы (промежуточными центрами) являются: а) прямые инвесторы – кредиторы общества, заинтересованные в максимальной эффективности R_3 объекта инвестиций – основных фондов; б) крупные акционеры, которые заинтересованы в повышении эффективности R_4 использования инвестированного капитала; в) мелкие акционеры, цель которых заключается в максимизации эффективности имущества в целом R_5.

Корпорация функционирует в рамках ограничения [7], связанного с финансовой устойчивостью и ликвидностью имущества.

Формирование управления корпоративной системой на основе предложенного алгоритма было проведено в рамках научно-исследовательских работ по теме “Анализ и синтез внутрипроизводственно-хозяйственного механизма ЗАО “Авиастар-СП”, выполненных Самарским государственным аэрокосмическим университетом по заказу Ульяновского авиационно-промышленного комплекса. В качестве отправной точки оптимального планирования принято состояние [8], сложившееся в корпорации в 2001 г.

Графики зависимостей Парето-оптимальных значений критериев эффективности элементов активной системы от управления системой приведены на рис.4.

Анализ Парето-оптимальных значений критериев показывает, что группа критериев R_3, R_4, R_5 образует комплекс непротиворечивых друг другу показателей эффективности, благодаря чему можно сформировать аг-

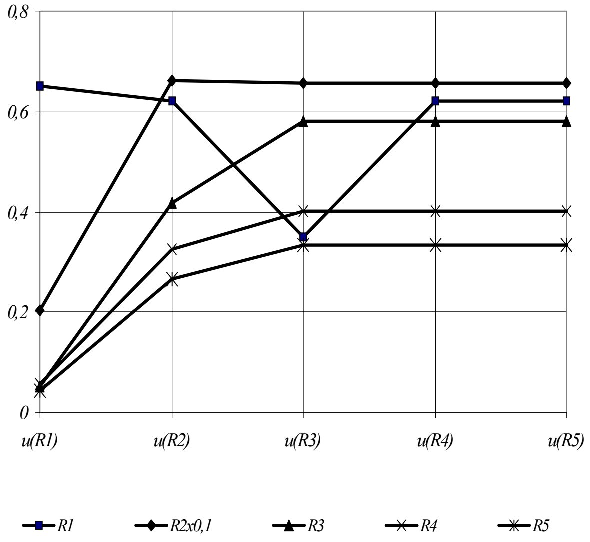

Рис.4. Парето-оптимальные значения критериев

регированный критерий $\widetilde{R}_3 = \left(R_3, R_4, R_5\right)$ в составе векторного критерия (3):

$$R = \left(R_1, R_2, \widetilde{R}_3\right).$$

Расчет относительных изменений критериев эффективности (11) и весов (13) дуг графа управлений приведен в таблице.

Поскольку размерность графа $K=3$, то работа алгоритма состоит из двух итераций. На первой итерации из условия $m_1 = arg \min\limits_{m,k \in K} S^{km}$ выбирается опорная вершина $m_1=2$; в результате определена дуга m_1m_2, то есть $m_2=1$; затем из условия $m_3 = arg \min\limits_{\substack{k \in (K-1), \\ k \neq m_1}} S^{km_1}$ выбирается $m_3=3$, то есть определена дуга m_3m_1. Таким образом, управлению u_1^* присваивается индекс $t=1$. На второй итерации в подграфе размерности K-$1=2$ из условия $m_1 = arg \min\limits_{m,k \in (K-1)} S^{km}$ выбирается опорная вершина $m_1=3$; поскольку $t=K$-1, то управлению u_3^* присваивается индекс $t=2$. Следовательно, управлению u_2^*, удовлетворяющему условию $u_k^*, k \neq n_1$, присваивается индекс $t=3$.

В результате сформирована максимизирующая Ω последовательность управлений: u_1^*, u_3^*, u_2^*.

Таблица. Относительные изменения критериев

Вершины графа	h_1^{nm}	h_2^{nm}	h_3^{nm}	S^{nm}
$u_1^* \to u_2^*$, $n=1$, $m=2$	-0,10	1	0,75	1,65
$u_2^* \to u_1^*$, $n=2$, $m=1$	0,10	-1	-0,75	-1,65
$u_1^* \to u_3^*$, $n=1$, $m=3$	-1	0,94	1	0,94
$u_3^* \to u_1^*$, $n=3$, $m=1$	1	-0,94	-1	-0,94
$u_2^* \to u_3^*$, $n=2$, $m=3$	-0,90	-0,06	0,25	-0,71
$u_3^* \to u_2^*$, $n=3$, $m=2$	0,90	0,06	-0,25	0,71

Параметры Ω рассчитываются по формуле (16) и составляют:

$$\Omega^1=-1,65-0,94=-2,61,$$

$$\Omega^2=1,65+0,71=2,36,$$

$$\Omega^3=0,94-0,71=0,23.$$

Поскольку

$$u_2^* = arg \max_{m=1,2,3} \Omega^m,$$

то программа управления u_2^* является компромиссно-оптимальной по условию (18).

Анализ параметров S^{nm} показывает, что с точки зрения критериев R_1, R_2 эффективным является переход к управлению u_2^*, оптимальному по критерию R_2, поскольку при этом относительные приросты критериев превышают относительные потери. Эффективность переходов от одного оптимального управления к другому интерпретирована на графе (рис.5).

Заключение

Многокритериальный выбор на основе графа Парето-оптимальных управлений пре-

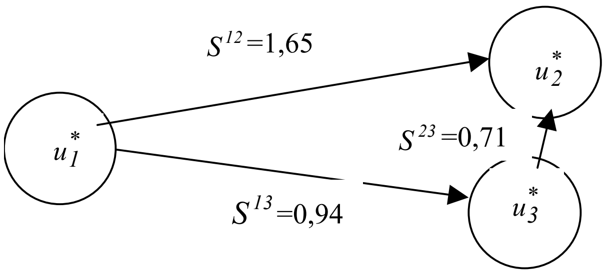

Рис.5. Графическая интерпретация многокритериального выбора

дусматривает сопоставление вершин графа по критерию Ω^m, являющемуся количественной характеристикой относительной предпочтительности управления u_m^* по сравнению с другими Парето-оптимальными управлениями. Управление, максимизирующее критерий Ω^m, соответствует принципу максимина, то есть при этом управлении наихудший критерий эффективности управляемой системы достигает наибольшего значения.

Предложенный подход к проблеме многокритериального выбора заключается в формировании максимизирующей критерий Ω^m последовательности Парето-оптимальных управлений. В связи с этим решение многокритериальной задачи управления сводится к последовательности решения скалярных задач оптимизации, для которых разработаны надежные численные методы решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999.
2. *Бурков В.Н., Ириков В.А.* Модели и методы управления организационными системами. М.: Наука, 1994.
3. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.
4. *Машунин Ю.К.* Методы и модели векторной оптимизации. М.: Наука, 1986.
5. *Лазарев Ю.Н., Гераськин М.И.* Алгоритм решения многокритериальных задач управления // Известия Самарского научного центра РАН. 2001. №1.
6. *Коннов В.В., Клековкин Г.А., Коннова Л.П.* Геометрическая теория графов. М.: Народное образование, 1999.
7. *Негашев Е.В.* Анализ финансов предприятия в условиях рынка. М.: Высшая школа, 1997.
8. *Гераськин М.И.* Многокритериальная оптимизация активной системы управления производственно-финансовым процессом промышленного предприятия//Научные чтения в Самарском филиале РАО. Сборник научных трудов. Самара: Самарский научный центр РАН, 2002.

FORMING OF CONTROL OF POLY COMPONENT SYSTEM WITH MULTI CRITERIA OF EFFICIENCY ON THE GRAPH OF CONTROL

Samara State Aerospace University

The problem of choice of control vector by the poly component system is considered within controls vector, optimized different efficiency criteria of system work under constraints on the current parameters and control vector. The method of choice of compromised control on the base of step-by-step comparing of optimal criteria means on the graph of Pareto-optimal controls is developed. The fulfilling of guarantee result (maximin) principal under using the method is proved. The method is used to forming of control of Ulianovsk avian-industry complex corporation system.