

УДК

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЦВЕТОДЕЛИТЕЛЬНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК

©© 2004 Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, Е.В. Тявин

Самарский государственный аэрокосмический университет  
Институт систем обработки изображений РАН

Исследована работа цветоделительных дифракционных решеток в рамках строгой электромагнитной теории. Рассчитаны интенсивности дифракционных порядков в зависимости от величины периода. Оценены границы применимости скалярного приближения и приближения геометрической оптики, используемых при расчете микрорельефа оптических элементов такого типа.

### Введение

Расчету дифракционных оптических элементов (ДОЭ) для преобразования волновых фронтов и фокусировки когерентного излучения в заданную область посвящено большое количество работ [1–3]. Как правило, расчет микрорельефа ДОЭ производится для одной заданной длины волны. Для работы с различными длинами волн известны цветоделительные фазовые дифракционные решетки (color separation gratings), позволяющие разделить излучение трех различных длин волн по различным дифракционным порядкам [4–6].

### Метод расчета решеток в рамках скалярной теории

Цветоделительные дифракционные решетки впервые были предложены в работах Даммана (H. Dammann) [4,5]. Решетки Даммана позволяют разделить три плоских пучка с длинами волн

$$\lambda_0, \lambda_{\pm 1} = \lambda_0 N / (N \pm 1) \quad (1)$$

по  $-1$ ,  $0$  и  $+1$  дифракционным порядкам [4–6]. Профиль решетки состоит из  $N$  ступенек равной ширины. Высота ступенек определяется по формуле:

$$d_i = \frac{\lambda_0 \cdot i}{(n_0 - 1)}, \quad i = \overline{0, N-1}, \quad (2)$$

где  $n_0$  - показатель преломления материала решетки для длины волны  $\lambda_0$ .

В работах [7–11] рассмотрены аналитические и численные методы расчета цвето-

делительных решеток, обобщающие соотношение длин волн (1) и позволяющие разделять более трех длин волн. В частности, решетка для разделения следующих длин волн

$$\lambda_0, \lambda_{\pm 1} = \lambda_0 N / (N \pm p), \quad p \in \mathbb{Z}, \quad (3)$$

имеет на периоде  $N$  ступенек равной ширины с высотой [7–11]:

$$d_i = \frac{\lambda_0}{(n_0 - 1)} \bmod_N (\alpha \cdot i), \quad i = \overline{0, N-1}, \quad (4)$$

где  $\alpha$  - целое число, определяемое по формуле:

$$\alpha = \frac{N \cdot m + 1}{N + p}, \quad m \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

Решетки Даммана являются частным случаем решеток (3)–(4) при  $p=1$ .

Разделение различных длин волн достигается за счет использования микрорельефа с высотой в  $N$  раз большей, чем при работе с одной длиной волны. Высота микрорельефа определяется близостью разделяемых длин волн. Чем ближе длины волн, тем больше  $N$  и тем выше требуется рельеф.

Цветоделительные решетки (2), (4) рассчитаны с использованием двух основных приближений. Расчет прохождения падающего пучка через решетку проводится в приближении геометрической оптики. Дальнейшее распространение светового поля описывается в рамках скалярной теории. При указанных допущениях интенсивности рабочих порядков решетки имеют вид:

$$I_0 = 1, \quad I_{\pm 1} = I_{-1} = \text{Sinc}^2 \left( \frac{\pi}{N} \right). \quad (6)$$

Интенсивности порядков определяют доли энергии излучения с длинами волн (3), направляемые в порядки  $0, \pm 1$ . Например, при  $N=4, p=1$  решетка (4) направляет 100% энергии излучения длины волны  $\lambda_0$  в нулевой порядок и по 81% энергии излучения длин волн  $\lambda_{+1}=4\lambda_0/5$  и  $\lambda_{-1}=4\lambda_0/3$  в порядки  $\pm 1$ .

**Метод исследования решеток в рамках электромагнитной теории**

Вследствие большей в  $N$  раз высоты рельефа, для цветоделительных решеток актуальным является исследование ошибок, вызванных применением скалярного приближения и приближения геометрической оптики. В данной статье проведено исследование характеристик работы цветоделительных решеток в рамках строгой электромагнитной теории, позволяющее оценить границы применимости использованных приближений.

Для решения задачи дифракции на цветоделительной решетке в рамках строгой электромагнитной теории [12–14] был использован метод связанных волн - RCWA метод (rigorous coupled-wave analysis method) [15-19].

Согласно методу связанных волн введем три зоны (рис. 1). Зона 1 соответствует области над решеткой при  $y>h$ , где  $h$  – максимальная высота микрорельефа. Зона 2 соответствует зоне модуляции  $0<y<h$ , и, наконец, зона 3 соответствует области подложки  $y<0$ . Над решеткой и под решеткой диэлектрическая проницаемость постоянна. В зоне модуляции, диэлектрическая проницаемость является функцией  $\epsilon = \epsilon(x, y)$ . Магнитную проницаемость будем считать равной единице во всех

трех зонах. Согласно методу связанных волн поля в зонах 1 и 3 представляются в виде суперпозиции плоских волн с неизвестными коэффициентами отражения  $R_n$  и пропускания  $T_n$ . В зоне 2 поле ищется из решения уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot}\mathbf{H} &= -ik_0\epsilon(x, y)\mathbf{E}, \\ \text{rot}\mathbf{E} &= -ik_0\mathbf{H}. \end{aligned} \tag{7}$$

Далее, коэффициенты отражения и пропускания в зонах 1 и 3 находятся из условия равенства тангенциальных компонент полей на границах зон при  $y=h$  и  $y=0$ . Метод связанных волн является эффективным средством решения задач дифракции на дифракционных решетках. В частности, в [17, 18] показано, что метод хорошо работает при глубоких профилях (характерных для нашей задачи), устойчив и быстро сходится.

Для исследования цветоделительных решеток были написаны программы на Matlab 6.5, позволяющие вычислять интенсивности дифракционных порядков и решать задачу дифракции в рамках скалярной теории и в рамках электромагнитной теории.

**Исследование влияния относительного периода цветоделительной решетки на ее работоспособность**

Известно [20], что скалярная теория дифракции правильно описывает распространение монохроматического излучения при характерных размерах объектов, на которых происходит дифракция светового пучка, много больше используемой длины волны. В нашем случае дифракция происходит на штрихах решетки, а удобным для использования характерным размером является период дифракционной решетки. Интересно исследовать границы применимости скалярной теории дифракции для цветоделительных решеток с малым (относительно основной длины волны  $\lambda_0$ ) периодом. Для этого методом связанных волн были рассчитаны интенсивности прошедших дифракционных порядков для типичных цветоделительных решеток (работающих в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах длин волн) для широкого ряда относительных размеров периода. На рис. 2

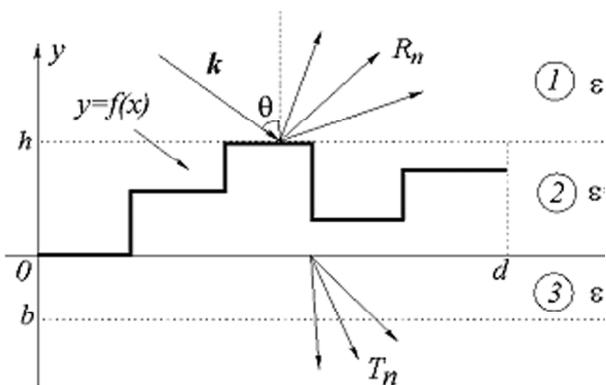
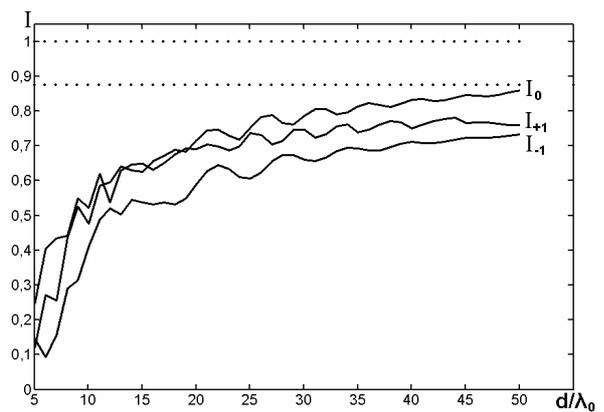
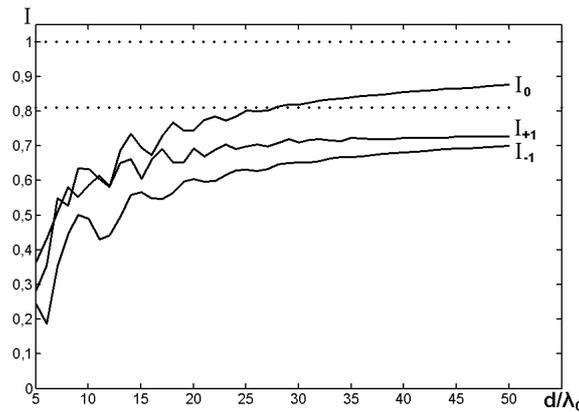
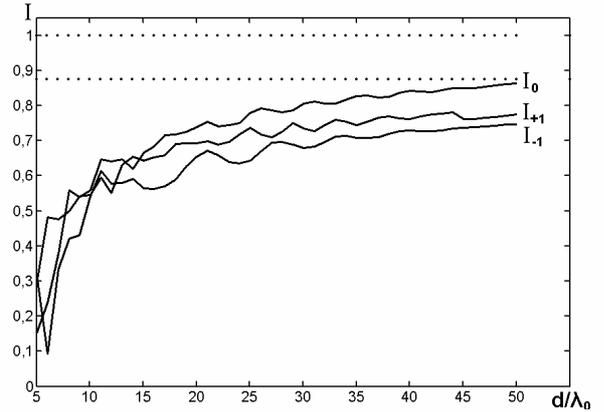
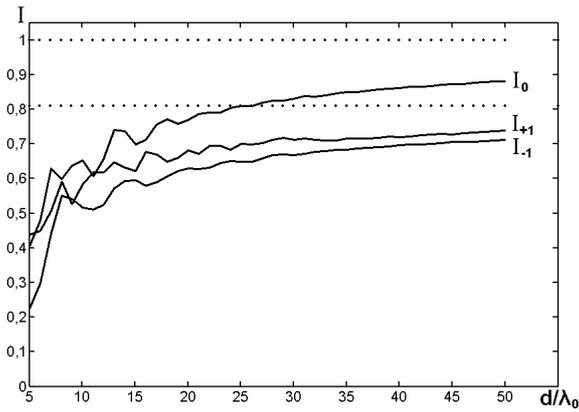


Рис. 1. Геометрия задачи дифракции



**Рис. 2.** Интенсивности рабочих порядков решетки (4) при  $p=1$ ,  $N=4$ ,  $n_0=1,5$  в зависимости от величины периода для ТЕ (верхний график) и ТМ (нижний график) поляризации

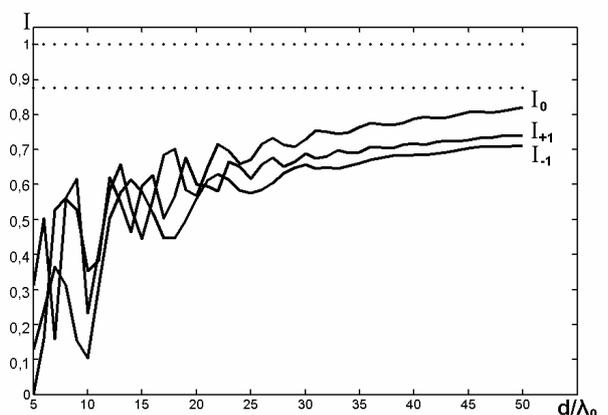
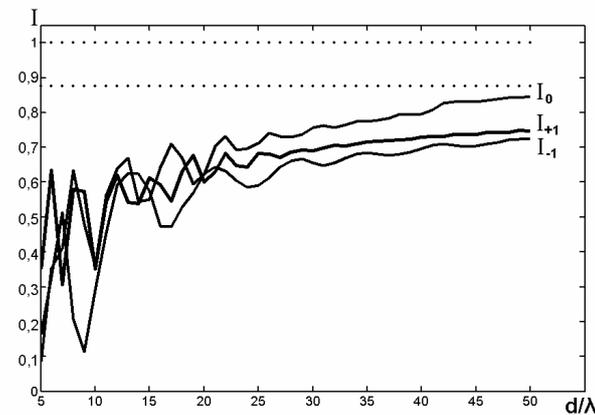
**Рис.3.** Интенсивности рабочих порядков решетки (4) при  $p=1$ ,  $N=5$ ,  $n_0=1,5$  в зависимости от величины периода для ТЕ (верхний график) и ТМ (нижний график) поляризации

приведены интенсивности рабочих порядков цветоделительной решетки (4) для разделения длин волн  $\lambda_{-1} = 0,7333$  мкм,  $\lambda_0 = 0,55$  мкм,  $\lambda_{+1} = 0,44$  мкм ( $p=1$ ,  $N=4$ ) по порядкам  $-1$ ,  $0$ ,  $+1$ . Интенсивности порядков приведены при различной величине периода от  $5\lambda_0$  до  $50\lambda_0$  при нормальном падении ( $\theta = 0$ ),  $n_0 = 1,5$  для ТЕ и ТМ поляризации.

В скалярной теории интенсивности порядков (на рисунках - пунктирные линии) не

зависят от величины периода и поляризации и составляют  $I_{-1}=I_{+1}=0,81$ ,  $I_0=1,0$  ( $p=1$ ,  $N=4$ ) и  $I_{-1}=I_{+1}=0,875$ ,  $I_0=1,0$  ( $p=1,2$   $N=5$ ).

На рис. 3, 4 приведены аналогичные графики интенсивностей рабочих порядков цветоделительной решетки (4) для разделения длин волн  $\lambda_{-1}=0,6875$  мкм,  $\lambda_0=0,55$  мкм,  $\lambda_{+1}=0,4583$  мкм ( $p=1$ ,  $N=5$ ) и  $\lambda_{-1}=0,9167$  мкм,  $\lambda_0=0,55$  мкм,  $\lambda_{+1}=0,3929$  мкм ( $p=2$ ,  $N=5$ ) по порядкам  $-1$ ,  $0$ ,  $+1$ .



**Рис. 4.** Интенсивности рабочих порядков решетки (4) при  $p=2$ ,  $N=5$ ,  $n_0=1,5$  в зависимости от величины периода для ТЕ (левый график) и ТМ (правый график) поляризации

Интенсивности порядков приведены при различной величине периода от  $5l_0$  до  $50l_0$  для ТЕ и ТМ поляризаций. Показатель преломления материала решетки был выбран  $n_0 = 1,5$ .

Анализ рис. 2-4 показывает, что для периодов меньше  $10-15\lambda_0$  решетки фактически неработоспособны, ошибка скалярной теории составляет порядка 50%. Ошибка скалярной теории становится 10-15% только при размере периода  $50\lambda_0$ .

Для решеток на рис. 3, 4 ( $N=5$ ) ошибка несколько больше, чем для решетки на рис. 2 ( $N=4$ ). Это связано с тем, что максимальная высота рельефа при  $N=5$  в 1,33 раза больше, чем при  $N=4$ .

Таким образом, при высоте дифракционного микрорельефа в 3-4 раза больше, чем при работе с одной длиной волны (при разности разделяемых длин волн в 20-25%), скалярная теория применима с ошибкой 10-15% только при периодах порядка  $50\lambda_0$  и более.

### Исследование влияния дрейфа волн

Как изменится работа цветоделительной решетки в случае освещения ее световыми пучками с длинами волн, отличными от заложенных при расчете решетки? Для ответа на этот вопрос была проведена серия вычислительных экспериментов в рамках скалярной и строгой электромагнитной теорий дифракции. На рис. 5 приведены графики, демонстрирующие уменьшение интенсивностей рабочих порядков цветоделительной решетки при отклонении длин волн от расчетных значений. Графики рассчитаны в рамках скалярной теории для решетки (4) при  $p=1, N=4$ .

Графики на рис. 4 показывают, что самым чувствительным порядком к изменению длины волны является +1-ый порядок. Интенсивность +1-го порядка уменьшается на 10% при изменении длины волны  $\lambda_{+1}$  в пределах  $\pm 3-4\%$ .

Эту тенденцию подтверждает и электромагнитная теория. На рис. 6 приведены графики уменьшения интенсивностей рабочих порядков решетки (4), рассчитанные в рамках электромагнитной теории для ТЕ и ТМ поляризации при периоде  $d=15\lambda_0$ .

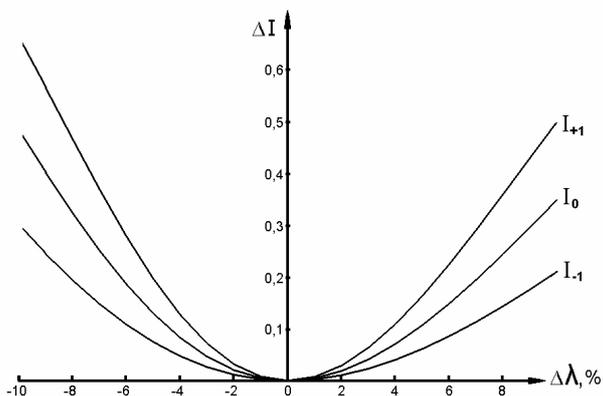


Рис. 5. Уменьшение интенсивностей порядков решетки в рамках скалярной теории при отклонении длин волн от расчетных значений при  $p=1, N=4$

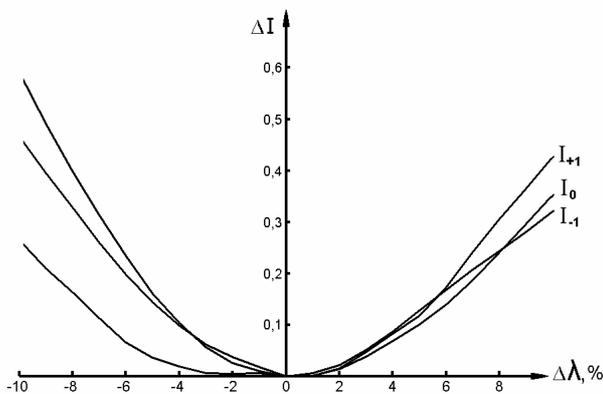
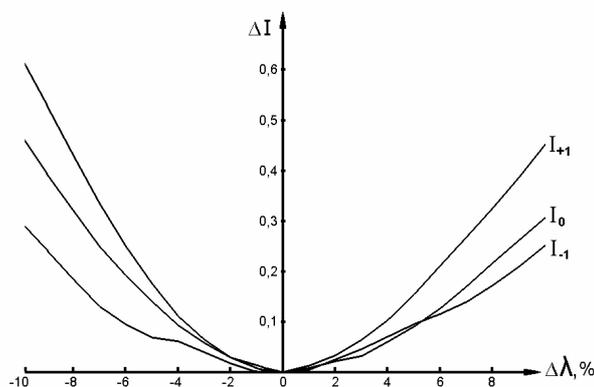


Рис. 6. Уменьшение интенсивностей порядков решетки в рамках электромагнитной теории при отклонении длин волн от расчетных значений при  $p=1$  и  $N=4$  для ТЕ (верхний график) и ТМ (нижний график) поляризации при периоде  $d=15\lambda_0$

### Выводы

Моделирование цветоделительных решеток в рамках электромагнитной теории позволило установить, что:

- 1) для периодов меньше  $10-15\lambda_0$  решетки фактически неработоспособны, ошибка скалярной теории составляет порядка 50%;
- 2) ошибка скалярной теории составляет  $\sim 10\%$  при разности разделяемых длин волн в 20-25%, если период решетки более 50 длин волн;

3) допустимый дрейф длин волн относительно расчетных не должен быть выше  $\pm 4\%$ . Особенно чувствительна цветоделительная решетка к отклонению от расчетной большей из разделяемых длин волн ( $\lambda_{+1}$ ).

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ № МД-210.2003.01 и № НШ-1007.2003.1, гранта РФФИ № 04-01-96517 и российско-американской программы “Фундаментальные исследования и высшее образование” (BRNE).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Leger J.R., Moharam M.G., Gaylord T.K.* Diffractive optics: an introduction to the feature issue // *Applied Optics*. 1995. Vol. 34, № 14.
2. Методы компьютерной оптики / Под редакцией В.А.Сойфера. М.: Физматлит, 2000.
3. *Сойфер В.А.* Введение в дифракционную микрооптику. Самара: СГАУ, 1996.
4. *Dammann H.* Color separation gratings // *Applied Optics*. 1978, Vol.17, № 15.
5. *Dammann H.* Spectral characteristics of stepped-phase Gratings // *Optik*. - 1979, Vol.53.
6. *Farn M.W., Stern M.B.* Color separation by use of binary optics // *Opt. Lett.* 1993, Vol.18.
7. *Досколович Л.Л.* Расчет дифракционных оптических элементов для разделения и фокусировки излучения различных длин волн // *Компьютерная оптика*. 1998. Вып.18.
8. *Досколович Л.Л., Петрова О.И.* Расчет спектральных ДОЭ // *Компьютерная оптика*. 1999. Вып.19.
9. *Doskololovich L.L., Repetto M.* Design of DOEs for focusing different wavelengths // *Optical Memory and Neural Network*. 2000. Vol.9, №1.
10. *Досколович Л.Л.* Расчет дифракционных оптических элементов для фокусировки различных длин волн // *Автоматририя*. 2000. Вып.3.
11. *Досколович Л.Л.* Расчет спектральных решеток // *Материалы Второй Байкальской школы по фундаментальной физике*. 1999. Т.1.
12. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1989.
13. *Виноградова М.Б.* Теория волн. М.: Наука, 1979.
14. *Матвеев А. Н.* Электродинамика. М.: Высшая школа, 1980.
15. *Methods For Computer Design of Diffractive Optical Elements*. Edited by Victor A. Soifer. // *A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc.*, 2002.
16. *Peng S., Morris G.M.* Efficient implementation of rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings // *J. Opt. Soc. Am. A*. 1995. Vol.12, №5.
17. *Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A.* Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings // *J. Opt. Soc. Am. A*. 1995. Vol.12, №5.
18. *Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A., Gaylord T.K.* Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach // *J. Opt. Soc. Am. A*. 1995. Vol.12, №5.
19. *Silberstein E., Lalanne P., Hugonin J., Cao Q.* Use of grating theories in integrating optics // *J. Opt. Soc. Am. A*. 2001. Vol.18, №11.
20. *Farn M.W.* Modeling of diffractive optics // *OSA Proceedings of the International Optical Design Conference*. 1994. Vol.22.

## RESEARCH OF THE COLOR SEPARATION GRATINGS

© 2004 L.L. Doskololovich, N.L. Kazanskiy, E.V. Tyavin

Samara State Aerospace University

Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences

We study the operation of the color separation gratings using the rigorous electromagnetic theory. The diffraction order intensities as a function of the period value are calculated. The applicability boundaries for the scalar and ray-tracing approximations used in designing the microrelief of such type of optical elements are estimated.