

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНОТРОННЫХ СИСТЕМ

© 2004 В.Е. Высоцкий

Самарский государственный технический университет

Рассматривается подход к математическому описанию вентильных электрических машин постоянного тока, отражающий позиционную связь и дискретный характер переключения фаз обмотки якоря управляемым вентильным коммутатором. Математическая модель в системе дискретно-ориентированных координатных осей представлена дифференциальными уравнениями с периодически изменяющимися коэффициентами.

Электромеханотронные системы, в частности, вентильные двигатели постоянного тока (ВД) относятся к динамическим системам переменной структуры. Ряд упрощающих допущений позволяет рассматривать их как системы с периодически изменяющимися параметрами в режиме установившейся частоты вращения и мгновенной коммутации фаз якорной обмотки.

Получение математического описания ВД с учетом коммутационных процессов и в динамическом режиме, исходя из известных дифференциальных соотношений, не представляется рациональным. Это объясняется особенностями координатных преобразований в ВД как машине типа коллекторной, интуитивностью подхода, многосвязностью системы. В дальнейшем будут использованы вариационные принципы идентификации рассматриваемых машинно-вентильных систем [1,2].

Используя изложенные общие положения, рассмотрим обобщенную модель вентильной машины типа постоянного тока.

Обобщенная кинетическая энергия электромашинно-вентильной системы

$$W = W' = \frac{1}{2} \sum_{i,p} L_{ip} \dot{x}_i \dot{x}_p + \frac{1}{2} \sum_{r,u} J_{ru} \dot{x}_r \dot{x}_u, \quad (1)$$

где $L_{ip} = L_{ip}(x_{pu})$ – функции само- и взаимной индуктивности системы, являющиеся функциями координат x_{pu} ; J_{ru} – обобщен-

ные моменты инерции.

Уравнения связи между координатами и обобщенными скоростями в общем случае могут трактоваться в виде дополнительных стесняющих условий

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi(t, \dot{x}_1 \dots \dot{x}_n, x_1 \dots x_n), \\ i &= 1, 2, \dots, m < n. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, при составлении математической модели кроме p электрических x_p и x_u геометрических координат и обобщенных скоростей, представляющих соответственно токи и угловые координаты фаз, выделяются координаты x_{pu}, \dot{x}_{pu} . В частности, в машине типа постоянного тока это могут быть координаты точек токосъема, связанные с геометрическими координатами x_u секций якорной обмотки. Типичную условную вариационную задачу в такой постановке, стесненную условиями связи (2), можно разрешить, используя метод неопределенных множителей Лагранжа [3].

В частном случае вентильной машины с явно выраженными полюсами

$$W = W' = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} L_a i_a^2 + M_{af} i_a i_f + \frac{1}{2} L_f i_f^2. \quad (3)$$

Функция рассеяния Рэлея

$$F = \frac{1}{2} \eta_1 \theta_1^2 + \frac{1}{2} \eta_2 \theta_2^2 + \frac{1}{2} R_a i_a^2 + \frac{1}{2} R_f i_f^2. \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) \dot{x}_k , то есть обоб-

ценные скорости, являются токами якорного и индукторных контуров $\dot{x}_p = i_p$ и частотами вращения и тогда

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W'_e}{\partial \dot{x}_p} \right) = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_p} \sum_{i=1}^p L_{ip} \dot{x}_i \dot{x}_p = \sum_{i=1}^p \left(L_{ip} \frac{dx_i}{dt} + \sum \frac{\partial L_{ip}}{\partial x_{pu}} \cdot \frac{dx_{pu}}{dt} \right),$$

$$\dot{x}_u = \theta_u, \quad x_{pu} = \varphi, \quad \dot{x}_{pu} = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (5)$$

а уравнения электрического и механического равновесия в соответствии с (3) и (4) для $p=a, f; u=1,2$ будут определяться как

$$\begin{aligned} & L_a \frac{di_a}{dt} + M_{af} \frac{di_f}{dt} + i_f \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{a2}} \dot{\theta}_{a2} + i_a \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a2}} \dot{\theta}_{a2} + \\ & + i_f \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{a1}} \dot{\theta}_{a1} + i_a \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a1}} \dot{\theta}_{a1} + R_a i_a = U_a(t) - \\ & - (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_{a2}) \frac{1}{i_a} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a2}} i_a^2 + \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{a2}} i_a i_f \right) - \\ & - (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{a1}) \frac{1}{i_a} \times \left(\frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a1}} i_a^2 + \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{a1}} i_a i_f \right); \\ & L_f \frac{di_f}{dt} + M_{fa} \frac{di_a}{dt} + R_f i_f + i_a \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{f2}} \dot{\theta}_{f2} + \\ & + i_a \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{f1}} \dot{\theta}_{f1} + i_f \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{f1}} \dot{\theta}_{f1} + i_f \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{f2}} \dot{\theta}_{f2} = \\ & = U_f(t) - (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_{f2}) \frac{1}{i_f} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{f2}} i_f^2 + \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{f1}} i_a i_f \right) - \\ & - (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{f1}) \frac{1}{i_f} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{f1}} i_f^2 + \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{f1}} i_a i_f \right); \\ & J_1 \ddot{\theta}_1 + \eta_1 \dot{\theta}_1 = M_{cm1} + \frac{1}{2} \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{a1}} i_f^2 + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{f1}} i_f^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a1}} i_a^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{f1}} i_a^2 + \\ & + \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{a1}} i_f i_a + \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{f1}} i_a i_f; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2 \ddot{\theta}_2 + \eta_2 \dot{\theta}_2 = & M_{cm2} + \frac{1}{2} \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{a2}} i_f^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{f2}} i_f^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a2}} i_a^2 + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{f2}} i_a^2 + \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{a2}} i_f i_a + \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{f2}} i_a i_f; \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{a1} = \dot{\theta}_1, \quad \dot{\theta}_{f2} = \dot{\theta}_2; \quad \theta_{a2} = -\theta_1 + C_1; \quad \theta_{f1} = \\ = -\theta_2 + C_2; \quad C_1, C_2 = const, \quad \frac{\partial L_f}{\partial \theta_{pu}} = 0. \end{aligned}$$

Физической моделью объекта с неголономными связями (6) является обобщенный трансформатор с взаимно колеблющимися обмотками.

Используя соотношения между обобщенными координатами указанной системы, а также то обстоятельство, что в электро-механической системе составляющие электро-магнитного момента

$$\frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a1}} i_a^2; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{f2}} i_a^2; \quad \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{a1}} i_a i_f; \quad \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{f2}} i_f i_a$$

взаимно уравновешивают друг друга, а усилие по координате θ_{f1} равно 0, получим

$$\begin{aligned} L_a \frac{di_a}{dt} + M_{af} \frac{di_f}{dt} + R_a i_a + \theta_2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a2}} i_a + \right. \\ \left. + i_f \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{a2}} \right) - \theta_{a2} \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a2}} i_a = U_a(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_f \frac{di_f}{dt} + M_{fa} \frac{di_a}{dt} + R_f i_f \\ = -\dot{\theta}_{f2} \frac{\partial M_{fa}}{\partial \theta_{f2}} i_a = U_f(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J \ddot{\theta}_2 + \eta_2 \dot{\theta}_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial L_a}{\partial \theta_{a2}} i_a^2 + \\ + \frac{\partial M_{af}}{\partial \theta_{a2}} i_f i_a - M_{cm2}. \end{aligned} \quad (6a)$$

Включение якорных обмоток к источнику питания обеспечивается с помощью силовых вентилях коммутатора, сигналы на которые через систему управления подаются от датчиков положения ротора. Благодаря тому, что система управления позволяет регулировать момент включения силовых вентилях, можно изменять взаимное положение работающих обмоток якоря относительно обмотки возбуждения и обеспечивать, таким образом, управление ВД по углу опережения включения вентилях β_0 .

Рассмотрим работу такого ВД, имеющего $2\pi/m$ -й закон позиционного управления, то есть время включенного состояния секции, соответствующее углу $2\pi/m$. Если угол $\beta_0=0$, то в середине интервала повторяемости 1-я и N-я секции (фазы) обмотки якоря, подключенные к источнику питания, на межкоммутационном интервале сдвинуты от поперечной оси q на угол $\pi/2m$. Будем считать, что при более раннем включении вентилях угол β_0 отрицателен (опережающая коммутация), а при более позднем включении угол β_0 положителен (запаздывающая коммутация). Такое обозначение знака угла β_0 принято в соответствии с направлением вращения двигателя. Так, при $\beta_0 < 0$ оси обмоток якоря, находящихся в работе, сдвигаются против направления вращения. Если $\beta_0 > 0$, то этот сдвиг совпадает с направлением вращения. Интервал повторяемости соответствует величине π/m , в течение которого имеет место как межкоммутационный период, когда в работе участвуют фазы 1 и N, так и коммутационный, когда при включении фазы N фаза N-1 еще не вышла из работы.

Если заменить фазные обмотки якоря, участвующие в работе, одной обмоткой (рис. 1), то вентильный двигатель может быть представлен, как коллекторный, у которого щетки сдвинуты с нейтрали на угол β_0 . При этом вектор м.д.с. F_0 перемещается на угол π/m по направлению вращения с частотой ω и возвращается в исходное состояние за время, определяемое коммутационным интервалом γ . Таким образом, изменение взаимного расположения потоков якоря и воз-

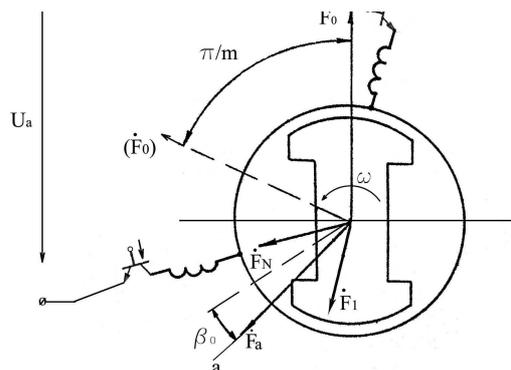


Рис. 1. Эквивалентная схема ВД при $2\pi/m$ -ом законе позиционного управления

буждения приводит к тому, что параметры ВД являются периодическими функциями времени с периодом π/m .

При выводе уравнений вентильной машины предполагалось, что рабочий интервал

$\frac{2\pi}{mnp}$ неизмеримо больше интервала коммутации $\gamma = \omega T_c$. Это дало возможность пренебречь процессами коммутации. Однако в ряде случаев для ВД с искусственной и всегда для ВД естественной машинной коммутацией

временем существования коммутационного контура пренебрегать нельзя, поскольку рабочий (межкоммутационный) и коммутационный интервалы соизмеримы. При работе вентильной машины с искусственной или естественной коммутацией за счет противо-э.д.с. в контуре коммутирующих фаз появляется ряд новых факторов, не учитываемых уравнениями (6). На коммутационном интервале $\gamma = \omega T_c$ ротор поворачивается на угол, соответствующий одновременной работе нескольких коммутирующих фаз обмотки (рис. 2). В конце этого интервала структура ВД вновь соответствует рабочему процессу, то есть она воспроизводится в начале каждого нового интервала постоянства ВД.

В том случае, если ось токосъема в течение интервала коммутации γ оставалась бы фиксированной, уравнение вида (2) удовлет-

ворялось бы при любых θ_2 , i_a и i_f . Однако, поскольку точка токосъема, определяемая

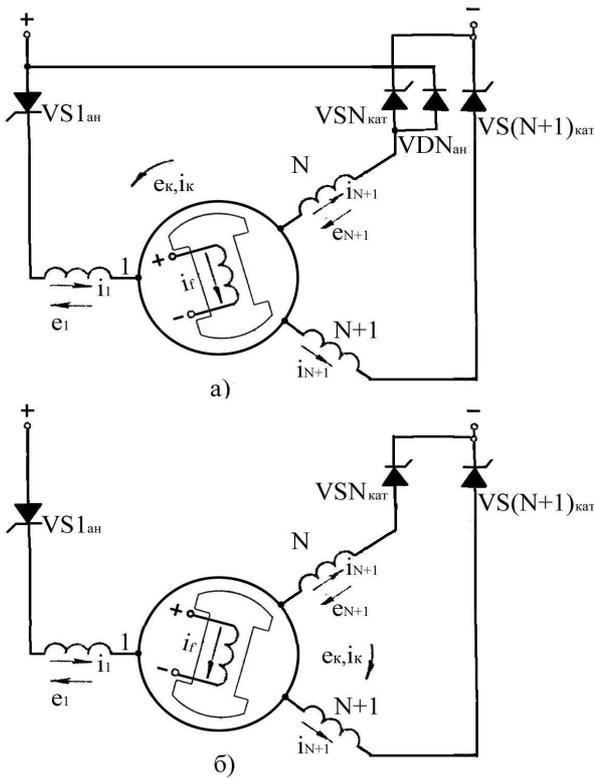


Рис. 2. Коммутационные электромагнитные структуры ВД с искусственной (а) и естественной (б) коммутацией

координатой $\varphi = \beta_0 - \Delta\varphi$, перемещается на коммутационном интервале в пределах

$$-\frac{2\pi}{mnp} + \Delta\varphi \leq \beta_{\sim} + \beta_0 \leq \frac{2\pi}{mnp} + \Delta\varphi \quad (7)$$

и со скоростью $\dot{\varphi} = \dot{\beta}_0 - \Delta\dot{\varphi}$ зависимость типа (5) приобретает сложный характер и может быть определена исходя из следующих положений.

Смещение оси эквивалентной якорной обмотки $\Delta\varphi$ определяется из условия равенства токов входящей и выходящей из коммутации фаз $\Delta\varphi = \omega t$ при $i_N(\omega t) = i_{N+1}(\omega t)$.

В частности, для прямолинейной коммутации справедливы соотношения

$i_N(\omega t) = \frac{1}{\gamma}(\gamma - \omega t)i_a$ - для тока, выходящей из коммутации фазы;

$i_{N+1}(\omega t) = \frac{1}{\gamma}\omega t i_a$ - для тока, входящей в коммутацию фазы, где N, N+1 – индексы фаз, охваченных процессом коммутации.

При условии равенства токов

$i_N = i_{N+1}$, $\omega t = \Delta\varphi$, аналогичное условие может быть получено и в случае замедленной коммутации, если иметь в виду, что

$$i_{N+1}(\omega t) = \frac{\cos(\beta - \omega t) - \cos \beta}{\cos(\beta - \gamma) - \cos \beta} i_a \quad (9)$$

Тогда полагая в (9) $\omega t = \Delta\varphi$, получим

$$\cos(\beta - \gamma) + \cos \beta = 2 \cos(\beta - \Delta\varphi). \quad (10)$$

В выражении (10) аргумент $\Delta\varphi$ определяется параметрами режима коммутации и может быть найден, исходя из принципа непрерывности потокосцеплений в коммутационном процессе

$$\cos(\beta - \Delta\varphi) - \cos \beta = \frac{L_k i_a}{2M_{afk} i_f}, \quad (11)$$

где

$$L_k = -\frac{L_{\delta N}(\Delta\varphi) - L_{\delta N+1}(\Delta\varphi)}{2} + L_{\delta 1}(0) + \frac{M_{NN+1}(\Delta\varphi) - M_{N+11}(\Delta\varphi)}{2} - M_{N+1N}(0) + [M_{N1}(\Delta\varphi) - M_{N+11}(\Delta\varphi)] - M_{N1}(0) + M_{N+11}(0). \quad (12)$$

$$M_{afk} = M_m \sin \frac{\pi}{m}, \quad (13)$$

Используя полученное уравнение связи, можно составить систему уравнений вентильной машины дискретно-ориентированных осей координат и ее электромагнитную модель (рис. 3).

$$[L_a = +L_{a\sim}(\varphi, \Delta\varphi)] \frac{di_a}{dt} + M_{af}(\varphi, \Delta\varphi) \frac{di_f}{dt} + R_a(\Delta\varphi) i_a + \theta_2 \left[\frac{1}{2} \frac{\partial L_{a\sim}}{\partial \varphi} i_a + \frac{\partial M_{af}}{\partial \varphi} i_f \right] - (\beta - \varphi) \frac{1}{2} \frac{\partial L_{a\sim}}{\partial \varphi} = U_a(t); \quad (14)$$

$$\frac{1}{2} J \ddot{\theta}_2 + \eta \dot{\theta}_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial L_{a\sim}}{\partial \varphi} i_a^2 + \frac{\partial M_{af}}{\partial \varphi} i_a i_f - M_{cm}.$$

Вне зависимости от типа обмотки и схемы коммутатора ВД в произвольный момент времени к входным зажимам источника постоянного тока подключаются два узла якорной обмотки и в этой цепи, образуемой также двумя вентильными ветвями УВК, про-

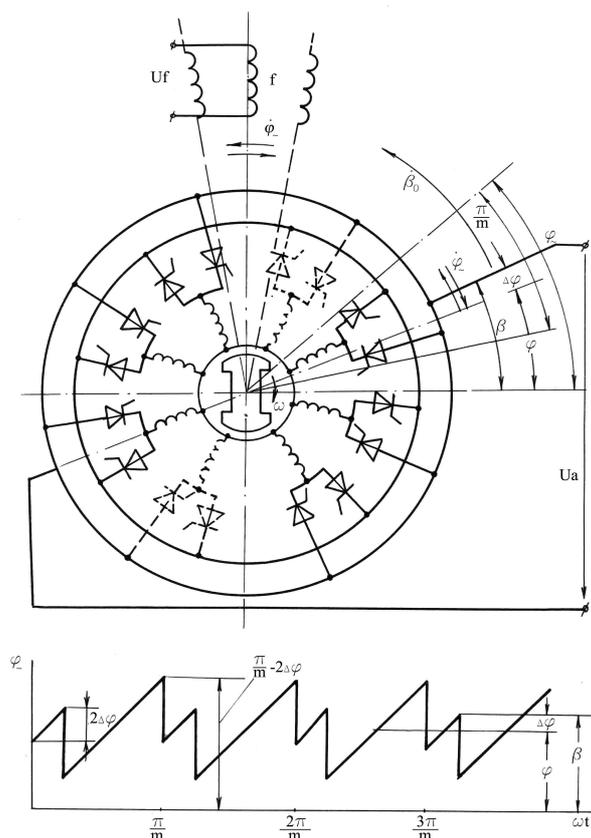


Рис. 3. Электромагнитная схема ВД с учетом процессов коммутации и временные диаграммы изменения координаты эквивалентной оси токосъема

текает рабочий ток якоря i_a . На рабочем интервале ротор поворачивается на угол $\theta_2 = \frac{2\pi}{mn}$, который соответствует временному интервалу постоянства структуры. Следствием этого является тот факт, что производные магнитной коэнергии и потокосцепления по координате θ_2 равны нулю

$$\frac{\partial W'_e}{\partial \theta_2} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial \theta_2} = 0,$$

потому что геометрическая конфигурация системы токов периодически воспроизводится в начале каждого нового интервала постоянства структуры $\frac{2\pi}{mn}$. Здесь m – число фаз якорной обмотки, а n – периодичность работы УВК.

Начальное значение угловой координаты оси токосъема следует отсчитывать от оси перпендикулярной оси потока возбуждения, то есть от геометрической нейтральной. В этом

случае уравнения (14) будут соответствовать уравнениям обобщенной машины постоянного тока.

Для определения фазных параметров электромагнитной части ВД необходимо рассмотреть физическую модель синхронной машины при указанном выше несимметричном режиме работы ее фаз с учетом особенностей позиционной коммутации (рис. 3) [4, 5, 6].

Индуктивности фазных обмоток статора являются четными периодическими функциями угла между магнитной осью соответствующей фазы и продольной осью симметрии ротора d , а также зависят от угла опережения включения.

Магнитная проводимость воздушного зазора L для поля, созданного фазным током статора будет одинакова вне зависимости от того, ведется ли отсчет угловой координаты от полюса N или S полярности. Пространственные диаграммы распределения полей в воздушном зазоре ВД от продольной и поперечной м.д.с. и первых гармонических индукций показывают (рис. 4), что потокосцепление фазы от гармонически распределенных полей, оси которых совпадают с осями d и q ротора, равно

$$\psi_{NN} = k[F_\phi \sin(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta) \sin(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta)(\Lambda_0 + \frac{1}{2}\Lambda_2) + k[F_\phi \cos(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta) \cos(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta)(\Lambda_0 + \frac{1}{2}\Lambda_2)]; \quad (15)$$

$$k = \frac{2}{\pi} \tau l' w k_{об}. \quad (16)$$

$$\psi_{NN} = kF_\phi [\Lambda_0 - \frac{1}{2}\Lambda_2 \cos 2(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta)],$$

Индуктивность N -ой фазы ВД, определенная потоком, проникающим в зазор, равна с точностью до индуктивности рассеяния

$$L_N = \frac{\psi_{NN}}{F_\phi} = k[\Lambda_0 - \frac{1}{2}\Lambda_2 \cos 2(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta)]. \quad (17)$$

Имея в виду, что

$$L_0 = k\Lambda_0 = \frac{L_d + L_q}{2}, \quad L_2 = \frac{k}{2}\Lambda_2 = \frac{L_d - L_q}{2}$$

индуктивность фазных обмоток ВД можно представить в виде

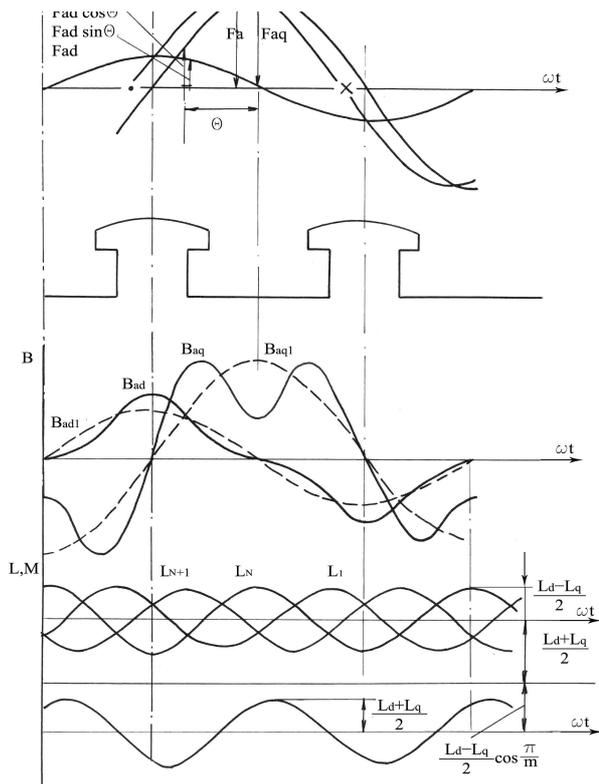


Рис. 4. Пространственные диаграммы м.д.с. и индукции поля реакции якоря и временные диаграммы изменения индуктивности якоря

$$L_N = \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2(\omega t - \frac{\pi}{2m} - \beta),$$

$$L_{N+1} = \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2(\omega t + \frac{3\pi}{2m} - \beta). \quad (18)$$

Взаимоиндуктивность фазных обмоток якоря ВД является также четной периодической функцией угла между продольной осью симметрии ротора d и линией проведенной между магнитными осями 1-ой и N -ой фаз.

Взаимоиндуктивность, в данном случае, характеризуется потокосцеплением с 1-ой фазой при протекании тока в N -ой фазе. Ранее были определены первые гармонические полей по осям d и q созданные током N -ой фазы. Потокосцепление этих полей с 1-ой фазной обмоткой, магнитная ось которой

сдвинута на угол $\frac{\pi}{2} + (\omega t + \frac{\pi}{2m} - \beta)$, относительно оси d , и на угол $\omega t + \frac{\pi}{2m} - \beta$, относительно оси q , равно

$$\psi_{1N} = k[F_\phi \sin(\alpha + \frac{\pi}{2m} - \beta)(A_0 + \frac{1}{2}A_2)] \times \cos[\frac{\pi}{2} + (\alpha - \frac{\pi}{2m} - \beta)] + k[(-F_\phi) \cos(\alpha + \frac{\pi}{2m} - \beta)] \times (\frac{1}{2}A_2) \cos(\alpha - \frac{\pi}{2m} - \beta) = -kF_\phi A_0 \cos \frac{\pi}{m} - kF_\phi \frac{A_2}{2} \cos 2(\alpha - \beta).$$

$$(19)$$

Взаимоиндуктивность 1-ой и N -ой фаз с точностью до полей рассеяния определится выражением

$$M_{1N} = \frac{\psi_{1N}}{F_\phi} = -\frac{L_d + L_q}{2} \cos \frac{\pi}{m} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2(\omega t - \beta). \quad (20)$$

Для сохранения общности излагаемого метода целесообразно воспользоваться представлением параметров в символической

форме записи, имея в виду, что $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2m} - \beta$

$$\dot{L}_N = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{j2(\omega t + \varphi_0)};$$

$$\dot{L}_1 = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{j[2(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{m})]},$$

$$\dot{M}_{N,1} = -\frac{L_d + L_q}{2} \cos \frac{\pi}{m} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j[2(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2m})]},$$

$$\dot{L}_a = \dot{L}_N + \dot{L}_1 - 2\dot{M}_{1N};$$

$$\dot{L}_a = L_a = +L_a \sim e^{j[2(\omega t + \varphi'_0)]};$$

$$\varphi'_0 = \frac{\pi}{2m} - \beta_0, \quad (21)$$

что соответствует

$$L_{a=} = (1 + \cos \frac{\pi}{m})(L_d + L_q) = 2(L_d + L_q) \cos^2 \frac{\pi}{2m};$$

$$L_{a\sim} = 2(L_d - L_q) \cos^2 \frac{\pi}{2m}. \quad (22)$$

Аналогично для взаимоиנדуктивности

$$\dot{M}_{af} = \dot{M}_{N,f} + \dot{M}_{1,f}, \quad (23)$$

где

$$\dot{M}_{N,f} = \dot{M}_m e^{j(\omega t + \varphi_0)} e^{-j\frac{\pi}{2}},$$

$$\dot{M}_{1,f} = \dot{M}_m e^{j[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{m}] - j\frac{\pi}{2}}.$$

На основе метода комплексных амплитуд

$$\dot{L}_a = L_a = +\dot{L}_a \sim e^{j2\omega t}; \quad \dot{L}_a \sim = L_a \sim e^{j2\varphi'_0}$$

$$\dot{M}_{af} = \dot{M}_{af\sim} e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}};$$

$$\dot{M}_{af\sim} = \dot{M}_{af} e^{j\varphi'_0}, \quad M_{af\sim} = 2M_m \cos \frac{\pi}{2m}.$$

(24)

Принимая за линию отсчета, то есть за вещественную ось, линию эквивалентной геометрической нейтрали и, вводя, операторы поворота $e^{-j2(\varphi + \varphi'_0)}$ для вектора \dot{L}_a , а также $e^{-j(\varphi + \varphi'_0)}$ для вектора \dot{M}_{af} , получим вектор-функции

$$\dot{L}_a = L_a = +\dot{L}_{a\sim} e^{-2j\varphi}; \quad \dot{M}_{af} = \dot{M}_{af\sim} e^{j\varphi} e^{-j\frac{\pi}{2}}.$$

(25)

Проекция вектор-функций параметров (25) на ось эквивалентной обмотки якоря a и продольную ось ротора d дают выражения само- и взаимноиндуктивностей системы (24), которая имеет вид

$$(L_a = +L_{a\sim} \cos 2\varphi) \frac{di_a}{dt} + M_{af\sim} \sin \varphi \frac{di_f}{dt} + R_a i_a + (\dot{\theta}_2 - \dot{\beta}) \frac{\partial}{\partial \varphi} (-L_{a\sim} \cos 2\varphi) i_a + \dot{\theta}_2 M_{af\sim} \cos \varphi i_f = U_a(t);$$

$$L_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f + M_{af\sim} \cos \varphi \frac{di_a}{dt} - \dot{\theta}_2 \left(\frac{\partial M_{af\sim} \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) i_a = U_f(t).$$

(26)

Для машинно-вентильной системы, которая описывается уравнениями (26), с взаимно неподвижными осями обмоток и полюсов, справедливы соотношения

$$L_{a\sim} \frac{\cos 2\varphi}{\sin 2\varphi} = 2(L_d - L_q) \cos^2 \frac{\pi}{2m} \left| \frac{\cos 2\varphi}{\sin 2\varphi} \right|,$$

$$M_{af\sim} \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} = 2M_m \cos \frac{\pi}{2m} \left| \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right|. \quad (27)$$

Изменение тока якоря в процессе коммутации и вызванное этим смещение оси токосъема $\Delta\varphi$ может быть учтено добавлением к функциям параметров системы (26) ком-

мутационных компонент.

В соответствии с этим взаимная индуктивность между эквивалентной якорной обмоткой и обмоткой возбуждения, если принять ее за вектор-функцию, определяется, исходя из следующих выражений:

$$\dot{M}_1 = M_m e^{j(\alpha t + \varphi_0)}, \quad \dot{M}_{N+1} = M_m e^{j[(\alpha t + \varphi_0) + \frac{\pi}{m}]},$$

$$\dot{M}_N = M_m e^{j[(\alpha t + \varphi_0) - \frac{\pi}{m}]}$$

тогда

$$\dot{M}_{af}^\gamma = M_m (1 + 2 \cos \frac{\pi}{m}) e^{j(\omega t + \varphi'_0)} = M_{af}^\gamma e^{j(\omega t + \varphi'_0)}, \quad (28)$$

Для индуктивности якорной обмотки

$$\dot{L}_N = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}[2(\omega t + \varphi_0) - \frac{2\pi}{m}]},$$

$$\dot{L}_1 = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}2(\omega t + \varphi_0)},$$

$$\dot{L}_{N+1} = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}[2(\omega t + \varphi_0) + \frac{2\pi}{m}]},$$

$$\dot{M}_{N+11} = -\frac{L_d + L_q}{2} \cos \frac{\pi}{m} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}e} j[2(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{m}],$$

$$\dot{M}_{NN+1} = \frac{L_d + L_q}{2} \cos 2\frac{\pi}{m} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}e} j^2 2(\omega t + \varphi_0),$$

$$\dot{M}_{1N} = -\frac{L_d + L_q}{2} \cos \frac{\pi}{m} + \frac{L_d - L_q}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}e} j[2(\omega t + \varphi_0) - \frac{\pi}{m}].$$

(29)

Для удобства использования символического метода представим выражение индуктивности на коммутационном интервале в форме

$$\dot{L}'_a = \frac{1}{2}(\dot{L}_N + \dot{L}_{N+1} + 2\dot{M}_{N+1N}) + \dot{L}_1 + \dot{M}_{1N} + \dot{M}_{1N+1}.$$

В итоге

$$\begin{aligned} \dot{I}'_a = \dot{I}'_{a=} + \dot{I}'_{a\sim} e^{j[2(\omega t + \varphi'_0) + \frac{\pi}{2m}]} = (1 + 3/2 \cos \frac{\pi}{m} + 1/2 \cos \frac{2\pi}{m}) \times \\ \times (L_d + L_q) + (L_d - L_q)(1 + 2 \cos \frac{\pi}{m}) \cos \frac{\pi}{2m} e^{j[2(\omega t + \varphi'_0) + \frac{\pi}{2m}]} \end{aligned} \quad (30)$$

Используя, как и ранее, сложение комплексных амплитуд и, принимая за линию отсчета геометрическую нейтраль, получим

$$\begin{aligned} \dot{I}'_a = \dot{I}'_{a=} + \dot{I}'_{a\sim} e^{j2\varphi'_0} = (1 + 3/2 \cos \frac{\pi}{m} + 1/2 \cos \frac{2\pi}{m}) \times \\ \times (L_d + L_q) + (L_d - L_q)(1 + 2 \cos \frac{\pi}{m}) \cos \frac{\pi}{2m} e^{j2\varphi'_0} \end{aligned} \quad (31)$$

Изменение структуры ВД на коммутационном интервале должно учитываться коммутационными составляющими параметров также и активного сопротивления эквивалентного якорного контура

$$R_a^0 = R_a - \Delta R_a(\gamma), \quad (32)$$

где $R_a = 2R_\phi$ - сопротивление якорного контура на рабочем интервале.

В целом системы уравнений (14), (26) обобщают различные случаи управления двигателем, способы построения его якорных обмоток и схемы коммутатора, а также режимы его работы. В электромехатронных системах с малым числом фаз якорной обмотки, кроме электромагнитных процессов, определяемых постоянными составляющими параметров, следует учитывать также электромагнитные процессы, связанные с колебанием оси токосъема, которые отражаются переменными составляющими параметров.

После перехода к показательной форме записи коэффициентов и алгебраизации для квазиустановившегося режима работы и заданного вида решения как суммы постоянной составляющей и высших гармонических получаем, в частном случае мгновенной коммутации, систему рекуррентных уравнений произвольного порядка, которая разрешима относительно неизвестных токов методом Гаусса, либо методом определителей.

Анализ проведенных вычислений показывает, что с увеличением ранга определителя точность расчета (как и следовало ожидать

из гармонического анализа периодических коэффициентов) возрастает, и относительная погрешность σ , определяемая как разность в вычислениях $(R+4)$ и R порядка, отнесенная к результату $(R+4)$ порядка, становится пренебрежимо малой уже при четвертом приближении независимо от нагрузки, частоты вращения и угла ψ . Кроме того, с увеличением нагрузки относительная погрешность резко уменьшается и в номинальном режиме равна $4 \pm 5\%$ при учете только нулевого приближения, а при учете первого приближения она составляет $1 \pm 1,5\%$. Это указывает на то, что основное влияние при решении системы (26) имеют постоянные составляющие токов, протекающие по цепям якоря и индуктора.

Следует заметить, что с увеличением нагрузки заметно увеличивается только постоянная составляющая тока якоря, в то время как переменные составляющие этого контура изменяются мало. Таким образом, пульсации потребляемого тока определяются не нагрузкой двигателя, а его параметрами.

Однако в случае трехфазного двигателя даже при мостовом преобразователе переменные составляющие токи якоря остаются значительными и при номинальной нагрузке ($20 \pm 25\%$ от I_a^0). Поэтому учет их при расчете двигателя необходим.

Постоянная составляющая тока возбуждения I_f^0 не изменяется в различных режимах работы. Переменные составляющие тока этого контура растут прямо пропорционально нагрузке на валу двигателя.

Расчеты на ПЭВМ и экспериментальные исследования проводились для опытного образца ВД с параметрами: $m=3$, $R_a=1,52$ Ом, $L_d=0,0264$ Гн, $L_q=0,019$ Гн, $L_f=0,428$ Гн, $M_f=0,0761$ Гн, $R_f=2,28$ Ом. Во всех режимах работы линейное напряжение на двух последовательно соединенных фазах якоря составляло 258 В, а на обмотке возбуждения – 22,8 В.

На рис. 5 показаны кривые токов при $\beta_0=0$ и частоте вращения $\omega=176$ рад/сек. Заметим, что к концу интервала повторяемости значение тока якоря i_a больше, чем после окончания процесса коммутации. То есть на межкоммутационном

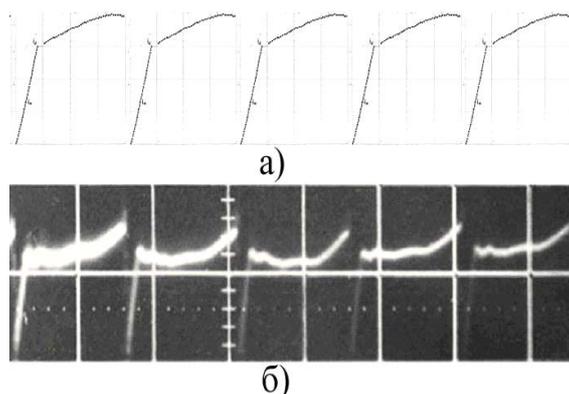


Рис. 5. Ток якоря на интервале π / m
 ($\beta_0 = 0$ эл.град.) $\omega = 176$ рад/сек:
 а) расчет; б) эксперимент

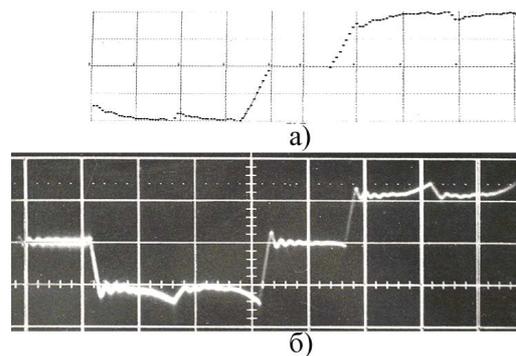


Рис. 7. Фазный ток якоря
 ($\beta_0 = 0$ эл.град., $I_\phi = 7.8$ А):
 а – расчет; б – эксперимент

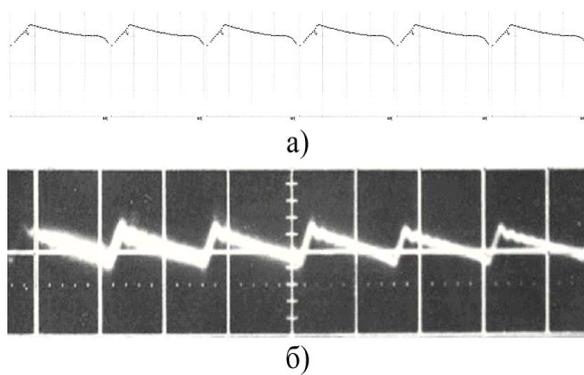


Рис. 6. Ток возбуждения на интервале
 π / m ($\beta_0 = 0$ эл.град.), $I_r^0 = 10$ А:
 а – расчет; б – эксперимент

интервале ток якоря несколько возрастает.

Что касается тока возбуждения i_r , то во всех режимах работы ВД этот ток увеличивается в течение коммутационного интервала и медленно снижается на межкоммутационном интервале. Постоянная составляющая тока возбуждения остается неизменной (равной 10 А) и не зависит от угла опережения, и от нагрузки ВД (рис 6).

Как видно из рис. 7, в том случае, когда текущее значение угла β_0 равно 0, характер изменения фазного тока на межкоммутационном интервале повторяет изменение якорного тока на этом же интервале. Поэтому, рассчитав ток на входе ВД по предложенной ранее методике, можно построить и кривую изменения фазного тока.

В целом, исследование сходимости определителей в различных режимах работы вентильного двигателя показало, что достаточная для практических расчетов точность

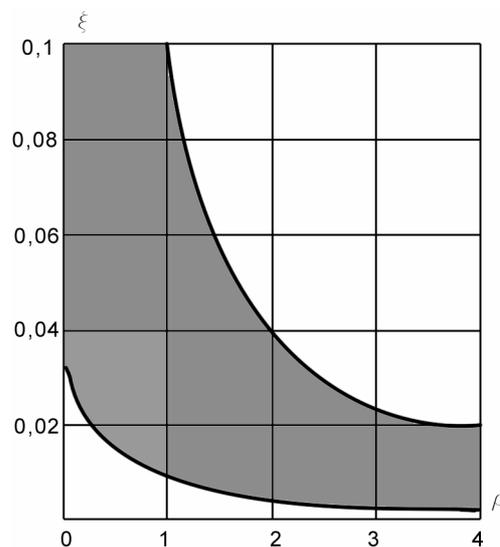


Рис. 8. Зависимость относительной погрешности от ранга определителя при расчете постоянной составляющей тока якоря

при вычислении постоянных составляющих токов (рис. 8) в режимах, близких к номинальному режиму, достигается при нулевом приближении, что позволяет использовать их аналитические выражения.

При вычислении переменных составляющих токов (рис. 9) необходимо учитывать второе приближение (ранг определителя – 10), а в некоторых случаях (широкий диапазон изменения частоты вращения, режим холостого хода) – третье приближение (ранг определителя – 14). Относительная погрешность о предложенного метода находится в заштрихованной области согласно рис. 9.

Таким образом, предложенный в работе подход, позволяет с достаточной степенью

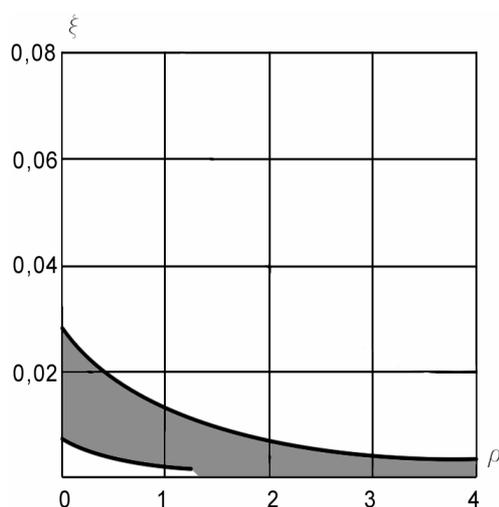


Рис. 9. Зависимость относительной погрешности от ранга определителя при расчете постоянной составляющей тока возбуждения и переменных составляющих токов в контурах

адекватности и точности представлять математические модели электромеханотронных систем с позиционно-зависимым управлением – вентильных двигателей, генераторов, вентильных стартер- генераторных установок как аналогов традиционных электромеханических преобразователей с учетом специфических особенностей, вносимых процессами вентильной коммутации.

ческих особенностей, вносимых процессами вентильной коммутации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. М.: Энергия, 1964.
2. Леви Э. Панцер М. Электромеханическое преобразование энергии. М.: Мир, 1969.
3. Garrido M.S. La theorie dynamique des ashines 'electriques // Technica, 1967. №. 367.
4. Грузов А.И. Методы математического исследования электрических машин. М.-Л.: ГЭИ, 1953.
5. Важнов А.И. Основы теории переходных процессов синхронной машины.- М.: ГЭИ, 1960.
6. В.Е. Высоцкий, В.М. Анисимов, П.В. Тулунов, В.Е. Верецагин Вентильные двигатели-генераторы постоянного тока для силовых установок гибридных автомобилей // Вестник Уральского государственного технического университета. 2003.

ABOUT ONE METHOD PARAMETRICAL IDENTIFICATION OF MATHEMATIC MODELS UNITED ELECTROMECHANICAL AND ELECTRONICAL SYSTEM

© 2004 V.E. Vysotsky

Samara State Technical University

The mathematical simulation method, application of brushless direct current machines with position sensor control and disconnecting character switching phases of armature are considered.