

САМОВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОМОДОВЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЕЙ В СТУПЕНЧАТЫХ СЛАБОНАПРАВЛЯЮЩИХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКНАХ

© 2004 С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский

Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

Рассматриваются различные типы самовоспроизведения многомодовых лазерных полей в ступенчатых оптических волокнах – инвариантность, вращение, периодическое повторение поперечного распределения интенсивности поля. Такие лазерные пучки могут быть использованы для передачи на небольшие расстояния кодированной и тестовой информации с увеличенной (за счет модового уплотнения каналов передачи информации) пропускной способностью и уменьшенной межмодовой дисперсией.

Введение

Для многомодовых оптических волокон существует термин модовое уплотнение каналов – mode division multiplexing (MDM), который используется для методов уплотнения каналов передачи информации, где каждая распространяющаяся в волокне пространственная мода рассматривается как отдельный канал, несущий свой сигнал [1, 2]. Суть модового уплотнения каналов состоит в том, чтобы с помощью лазерных пучков, являющихся линейной суперпозицией распространяющихся в волноводе мод можно формировать сигналы, которые будут эффективно передавать информацию в одном физическом носителе – многомодовом волокне. Передаваемая информация может содержаться как в модовом составе, так и в доле энергии, которую несет каждая мода лазерного пучка.

Идея MDM до сих пор не нашла практического применения из-за сложности возбуждения определенной суперпозиции мод с заданным распределением энергии по модам, а также из-за перетекания энергии между модами в реальных волноводах при передаче информации на большие расстояния.

Однако, в [3, 4] теоретически и экспериментально показано, что для оптических волокон длиной 1-2 м, которые применяются, например, в эндоскопии, при небольших изгибах (радиус кривизны которых значительно больше радиуса сердцевины волновода) моды не “смешиваются” (т.е. перетекания

энергии между модами не происходит), а лишь приобретают фазовый набег, связанный с кривизной изгиба.

В [5] экспериментально показано, что высшая мода (с азимутальным индексом 9) не чувствительна к изгибам 4-метрового градиентного волокна, радиус кривизны которых более 5 см.

Известно также, что коэффициент “смешивания” соседних мод является доминирующим [6]. Т.о., возбуждая далекие друг от друга моды, можно минимизировать их “смешивание”. Особенно перспективными могут быть в этом отношении моды с различными азимутальными индексами.

Последнее время, в связи с развитием и все более широким использованием локальных сетей, интерес к модовому уплотнению каналов передачи информации, вновь оживился [7-9].

Одной из основных проблем в MDM является возбуждение определенной суперпозиции мод с заданным распределением энергии по модам.

Для возбуждения мод невысокого порядка, в частности, LP_{11} , часто используют периодическую деформацию (сдавливание или изгибание) волокна [10, 11]. Возбуждение LP_{11} мод достигается также с помощью наклонной решетки, записанной в волокне с фоточувствительной средой при интерференции двух пучков лазерного излучения [12]. Но более простым, в этом случае, способом является фазовая модуляция. В [13], например, она производилась смещением диэлектричес-

ких пластинок, помещенных в волновой фронт гауссового пучка. Для возбуждения спиральных мод лазерное излучение вводится в торец волокна под определенным углом и со смещением относительно центра волокна [14,15]. Также моды высокого порядка LP_{ml} формировались с помощью амплитудных оптических масок, в которых закодирована комплексная функция распределения мод [16]. При этом для каждой моды используется отдельная маска.

Все эти методы либо сложны в исполнении, либо не позволяют возбуждать набор мод с произвольно заданным энергетическим вкладом. Эффективным средством решения этих проблем является применение методов дифракционной оптики. С помощью дифракционных оптических элементов можно эффективно формировать и селективировать любой набор мод с заданными весами [17, 18].

В данной работе рассматриваются линейные суперпозиции LP-мод ступенчатого волокна, демонстрирующие особые свойства самовоспроизведения при распространении в идеальном волноводе: инвариантность, вращение и периодическое повторение распределения интенсивности в поперечном сечении многомодового пучка. Такие лазерные пучки могут быть использованы для передачи на небольшие расстояния кодированной и тестовой информации с увеличенной (за счет модового уплотнения каналов) пропускной способностью и уменьшенной межмодовой дисперсией.

Линейно-поляризованные моды слабонаправляющего ступенчатого волокна

Рассмотрим ступенчатое оптическое волокно круглого сечения, где сердцевина радиуса a имеет показатель преломления n_1 , а оболочка радиуса b имеет показатель преломления n_2 . Для наиболее распространенных коммерческих волокон разность показателей преломления сердцевины и оболочки $\Delta n = n_1 - n_2$ меньше 1%. Такие волокна называются слабонаправляющими и для них, полагая $n_1 \approx n_2$ можно вместо гибридных мод распространяющегося электромагнитного поля, рассматривать их линейно-поляризованные суперпозиции [19-25].

В [22-24] приведен вид компонент для

гибридных мод и фундаментальной линейно-поляризованной (LP) моды в цилиндрической системе координат. В приближении слабонаправляющего оптического волокна удобнее перейти из полярных координат в декартовы. Учитывая, что поперечное поле для LP-моды существенно линейно-поляризовано, полный набор мод имеет место, когда только одна электрическая и одна магнитная компонента являются доминирующей. Тогда можно, в частности, рассмотреть электрический вектор $\mathbf{E}$, направленный вдоль оси x , магнитный $\mathbf{H}$ – перпендикулярный ему вдоль оси y . Заметим также, что усредненный по времени поток мощности $(\text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]/2)$ оказывается пропорционален интенсивности электрического вектора [19, 25]. Учитывая все выше сказанное, далее будем рассматривать LP-моды в скалярном виде:

$$\Psi_{pq}(r, \varphi, z) = \exp(-i\beta_{pq}z) T_p(\varphi) R_{pq}(r) = \\ = \exp(-i\beta_{pq}z) \begin{cases} \cos(p\varphi) \\ \sin(p\varphi) \end{cases} \begin{cases} \frac{J_p(u_{pq}r/a)}{J_p(u_{pq})}, & 0 \leq r \leq a \\ \frac{K_p(w_{pq}r/a)}{K_p(w_{pq})}, & a \leq r \leq b \end{cases} \quad (1)$$

где параметры

$$u = a\sqrt{(kn_1)^2 - \beta^2}, \quad (2)$$

$$w = a\sqrt{\beta^2 - (kn_2)^2}, \quad (3)$$

$$u^2 + w^2 = V^2 \equiv \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 a^2 (n_1^2 - n_2^2), \quad (4)$$

определяются из уравнения на собственные значения:

$$\frac{uJ_{p-1}(u)}{J_p(u)} = -\frac{wK_{p-1}(w)}{K_p(w)}. \quad (5)$$

В выражении (4) λ – длина волны лазерного излучения в воздухе. В ур. (1) функции Бесселя первого рода $J_m(x)$ описывают поле в сердцевине волокна, а модифицированные функции Бесселя $K_m(x)$ – в оболочке.

Рассмотрим распространение некоторой линейной суперпозиции LP-мод в идеальном ступенчатом оптическом волокне:

$$U_0(r, \varphi) = \sum_{p, q \in \Omega} C_{pq} \Psi_{pq}(r, \varphi), \quad (6)$$

где C_{pq} – комплексные коэффициенты, $\Psi_{pq}(r, \varphi)$ – моды из (1) при $z=0$, угловая часть которых без потери общности представлена в несколько другом виде:

$$\Psi_{pq}(r, \varphi, z) = \exp(-i\beta_{pq}z) \exp(ip\varphi) \begin{cases} \frac{J_p(u_{pq}r/a)}{J_p(u_{pq})}, & 0 \leq r \leq a \\ \frac{K_p(w_{pq}r/a)}{K_p(w_{pq})}, & a \leq r \leq b \end{cases} \quad (7)$$

Хотя выражения (1) и (7) связаны друг с другом простым соотношением, они описывают моды с несколько различными свойствами. Так, например, моды (1) являются действительными при $z=0$, но не имеют орбитального углового момента.

Линейная плотность проекции на ось z орбитального углового момента линейно-поляризованного поля, заданного в полярных координатах, может быть вычислена по следующей формуле [26]:

$$J_{z0} = -\frac{i}{2\omega} \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(U \frac{\partial U^*}{\partial \varphi} - U^* \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) r dr d\varphi}{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} U U^* r dr d\varphi}, \quad (8)$$

где ω – циклическая частота света в вакууме.

Для поля (6) с модами вида (7) выражение (8) можно записать в следующем виде:

$$\omega J_{z0} = -\frac{\sum_{p, q \in \Omega} |C_{pq}|^2 p}{\sum_{p, q \in \Omega} |C_{pq}|^2}. \quad (9)$$

Формула (9) верна для мод с нормированной радиальной частью:

$$\int_0^b R_{pq}^2(r) r dr = 1, \quad (10)$$

что вполне можно выполнить при расчете.

Таким образом, каждая мода вида (7) имеет линейную плотность z -проекции орби-

тального углового момента, пропорциональную первому индексу p . В то же время выражение (8) для любой моды вида (1) равно нулю.

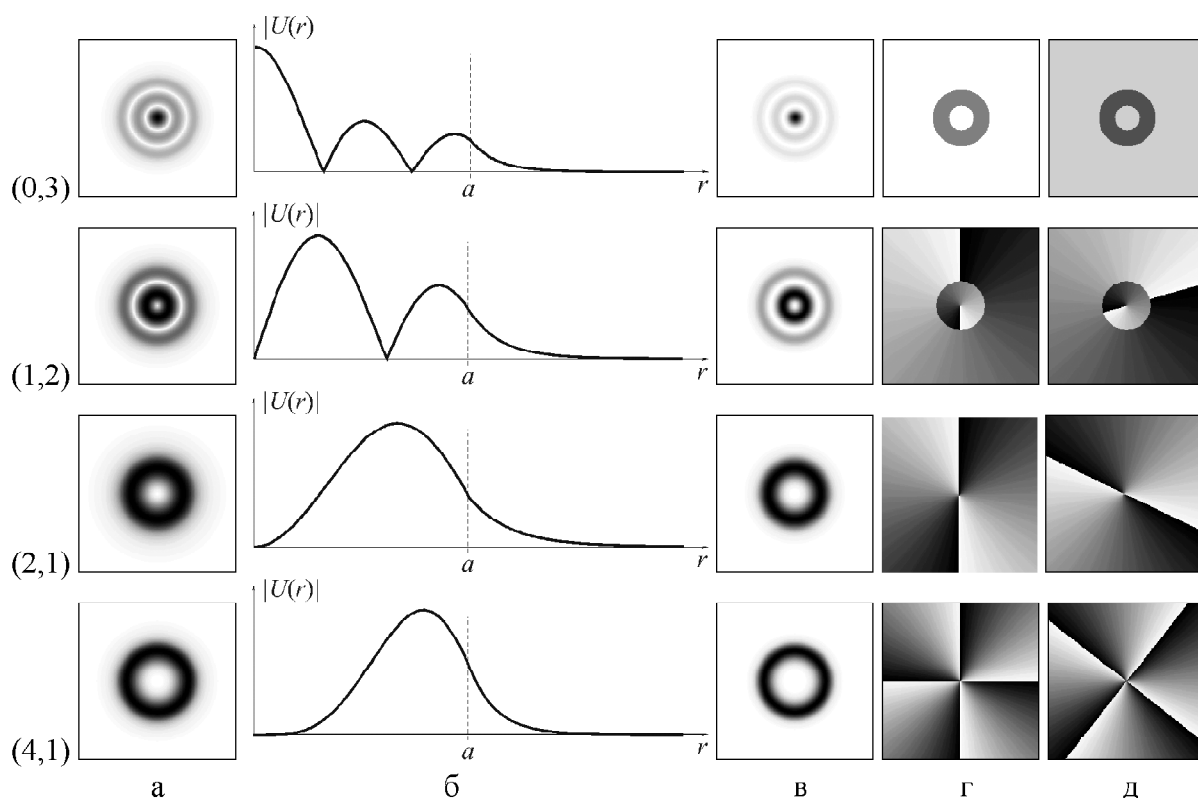
Основное свойство мод – инвариантность к оператору распространения в данной среде. Т.е. при распространении мода не меняет своей структуры, приобретая лишь фазовый набег. В частности, поперечное распределение интенсивности поля (7) на любом расстоянии будет таким же, как и при $z=0$:

$$\begin{aligned} |\Psi_{pq}(r, \varphi, z)|^2 &= |R_{pq}(r) \exp(ip\varphi) \exp(-i\beta_{pq}z)|^2 = \\ &= R_{pq}^2(r) = |\Psi_{pq}(r, \varphi)|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Учитывая, что выражение (8) не зависит от z в идеальном волокне, данный параметр может служить дополнительным параметром для характеристики отдельных мод вида (7) или групп мод с одинаковым первым индексом.

На рис. 1 показаны поперечные распределения (негативы) амплитуды (а) и интенсивности (в), а также радиальное сечение амплитуды (б) для некоторых мод (7) ступенчатого волокна с числом отсечки $V=8,4398$. Эти характеристики моды не меняются при распространении в идеальном волокне. Изменения происходят только в фазе. Для сравнения на рис. 1г приведена фаза при $z=0$, а на рис. 1д – через 100 мкм.

Для численного моделирования были использованы следующие параметры: радиус сердцевины $a=5$ мкм, радиус оболочки $b=62.5$ мкм, показатели преломления сердцевины и оболочки, соответственно $n_1=1.45$, $n_2=1.44$. Оптические волноводы с такими параметрами обычно используются для одномодового режима при излучении с длиной волны $\lambda=1.31$ мкм и $\lambda=1.55$ мкм. Однако, для излучения гелий-неонового лазера, $\lambda=0.633$ мкм, режим становится маломодовым [27, 28], т.е. распространяющихся мод становится несколько. Постоянные распространения мод, полученные при решении уравнения на собственные значения (5), приведены в таблице 1.

Рис. 1. Моды (p,q) : $(0,3)$, $(1,2)$, $(2,1)$, $(4,1)$:

поперечное распределение (негатив) амплитуды (а), радиальное сечение амплитуды (б), поперечное распределение (негатив) интенсивности (в) в плоскости $z=0$; поперечное распределение фазы (белый цвет соответствует значению фазы 0, а черный – 2π) в плоскостях $z=0$ (г) и $z=100$ мкм (д)

Таблица 1. Характеристики мод для ступенчатого волокна с числом отсечки $V=8,4398$

номер	p	q	u_{pq}	β_{pq}
1	0	1	2.1474291730684545	9.919887285972235
2	0	2	4.900219427448308	9.880695108697655
3	0	3	7.545941268399409	9.8138153978706
4	± 1	1	3.4157021271478394	9.905651972872423
5	± 1	2	6.193521985887937	9.851610693939358
6	± 2	1	4.568598425596171	9.88704901300449
7	± 2	2	7.3722733639627895	9.819093912699257
8	± 3	1	5.661700788644216	9.864402040454456
9	± 3	2	8.42461940929785	9.785175182942139
10	± 4	1	6.713633609103453	9.83797269761591
11	± 5	1	7.731137785879236	9.808047827674855

Самовоспроизведение многомодовых лазерных полей в слабонаправляющих ступенчатых волокнах

В общем случае поле (6) не будет обладать свойством инвариантности отдельной моды (11). Однако, можно подобрать такой модовый состав в (6), что интенсивность такой суперпозиции будет обладать некоторыми особыми свойствами самовос-

произведения.

Суперпозиция (6) через расстояние z в идеальном волокне будет иметь следующее комплексное распределение:

$$U(r, \varphi, z) = \sum_{p,q \in \Omega} C_{pq} \Psi_{pq}(r, \varphi, z), \quad (12)$$

где $\Psi_{pq}(r, \varphi, z) = \Psi_{pq}(r, \varphi) \cdot \exp(-i\beta_{pq}z)$, β_{pq}

– постоянные распространения.

Для любой пары мод интенсивность на расстоянии z :

$$\begin{aligned} & \left| C_{p,q_i} \Psi_{p,q_i}(r, \varphi, z) + C_{p,q_j} \Psi_{p,q_j}(r, \varphi, z) \right|^2 = \\ & = \left| C_{p,q_i} \right|^2 R_{|p|q_i}^2(r) + \left| C_{p,q_j} \right|^2 R_{|p|q_j}^2(r) + \\ & + 2 \left| C_{p,q_i} \right| \left| C_{p,q_j} \right| R_{|p|q_i}(r) R_{|p|q_j}(r) \cos \left[\arg C_{p,q_i} - \right. \\ & \left. - \arg C_{p,q_j} \right] + (p_i - p_j) \varphi + (\beta_{|p|q_i} - \beta_{|p|q_j}) z \end{aligned} \quad (13)$$

отличается от интенсивности при $z=0$:

$$\begin{aligned} & \left| C_{p,q_i} \Psi_{p,q_i}(r, \varphi) + C_{p,q_j} \Psi_{p,q_j}(r, \varphi) \right|^2 = \\ & = \left| C_{p,q_i} \right|^2 R_{|p|q_i}^2(r) + \left| C_{p,q_j} \right|^2 R_{|p|q_j}^2(r) + \\ & + 2 \left| C_{p,q_i} \right| \left| C_{p,q_j} \right| R_{|p|q_i}(r) R_{|p|q_j}(r) \cos \left[\arg C_{p,q_i} - \right. \\ & \left. - \arg C_{p,q_j} \right] + (p_i - p_j) \varphi \end{aligned} \quad (14)$$

за счет члена, содержащего косинус.

Если наложить определенные условия на все пары мод, входящих в состав суперпозиции (6), то можно получить поля с особыми свойствами воспроизведения (повторения) распределения интенсивности.

Изменения комплексного распределения поля при распространении оценивались по следующим критериям:

– нормированное среднеквадратичное отклонение поперечного распределения амплитуды поля на расстоянии z $|U(r, \varphi, z)|$ от исходного $|U_0(r, \varphi)|$:

$$\begin{aligned} \delta_A = & \left(\int_0^{2a} \int_0^{2\pi} (|U(r, \varphi, z)| - |U_0(r, \varphi)|)^2 r dr d\varphi \right)^{1/2} \times \\ & \times \left(\int_0^{2a} \int_0^{2\pi} |U_0(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (15)$$

– нормированное среднеквадратичное отклонение поперечного распределения интенсивности поля на расстоянии z $|U(r, \varphi, z)|^2$ от исходного $|U_0(r, \varphi)|^2$:

$$\delta_I = \left(\int_0^{2a} \int_0^{2\pi} (|U(r, \varphi, z)|^2 - |U_0(r, \varphi)|^2)^2 r dr d\varphi \right)^{1/2} \times$$

$$\times \left(\int_0^{2a} \int_0^{2\pi} |U_0(r, \varphi)|^4 r dr d\varphi \right)^{-1/2}, \quad (16)$$

– нормированный интеграл перекрытия комплексного поля на расстоянии z $U(r, \varphi, z)$ с исходным $U_0(r, \varphi)$:

$$\eta = \left| \int_0^{2a} \int_0^{2\pi} U(r, \varphi, z) U_0^*(r, \varphi) r dr d\varphi \right|^2 \times$$

$$\times \left(\int_0^{2a} \int_0^{2\pi} |U(r, \varphi, z)|^2 r dr d\varphi \int_0^{2a} \int_0^{2\pi} |U_0(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right)^{-1}. \quad (17)$$

Инвариантность на всей области распространения

Изменение поперечного распределения интенсивности светового поля при распространении в связано с межмодовой дисперсией, определяемой различием постоянных распространения мод β_{pq} . Для функций вида (7) одинаковые скорости распространения имеют только моды с одинаковыми индексами $(|p|, q)$. Т.е. инвариантной на любом интервале (в идеальном волокне) будет суперпозиция пар мод вида:

$$C_{|p|q} \Psi_{|p|q}(r, \varphi) + C_{-|p|q} \Psi_{-|p|q}(r, \varphi). \quad (18)$$

В этом случае в выражении (13)

$$\cos \left[(\arg C_{|p|q} - \arg C_{-|p|q}) + (|p| + |p|) \varphi + (\beta_{|p|q} - \beta_{-|p|q}) z \right] =$$

$$= \cos \left[(\arg C_{|p|q} - \arg C_{-|p|q}) + 2|p| \varphi \right]$$

и интенсивность в поперечном сечении поля перестает зависеть от z , т.е. остается неизменяемой. Причем вид распределения интенсивности полностью определяется комплексными коэффициентами C_{pq} (см. рис.2).

В частном случае при $|C_{|p|q}| = \pm |C_{-|p|q}|$ мы получим “классические” LP-моды вида (1) (первая строка рис. 2). Интересно, что аргументы комплексных коэффициентов не влияют на значение орбитального углового момента (8) суперпозиции (6). Т.е., если амплитуды коэффициентов остаются одинаковыми, то мы получим повернутую “классическую” LP-моду орбитальный угловой момент, кото-

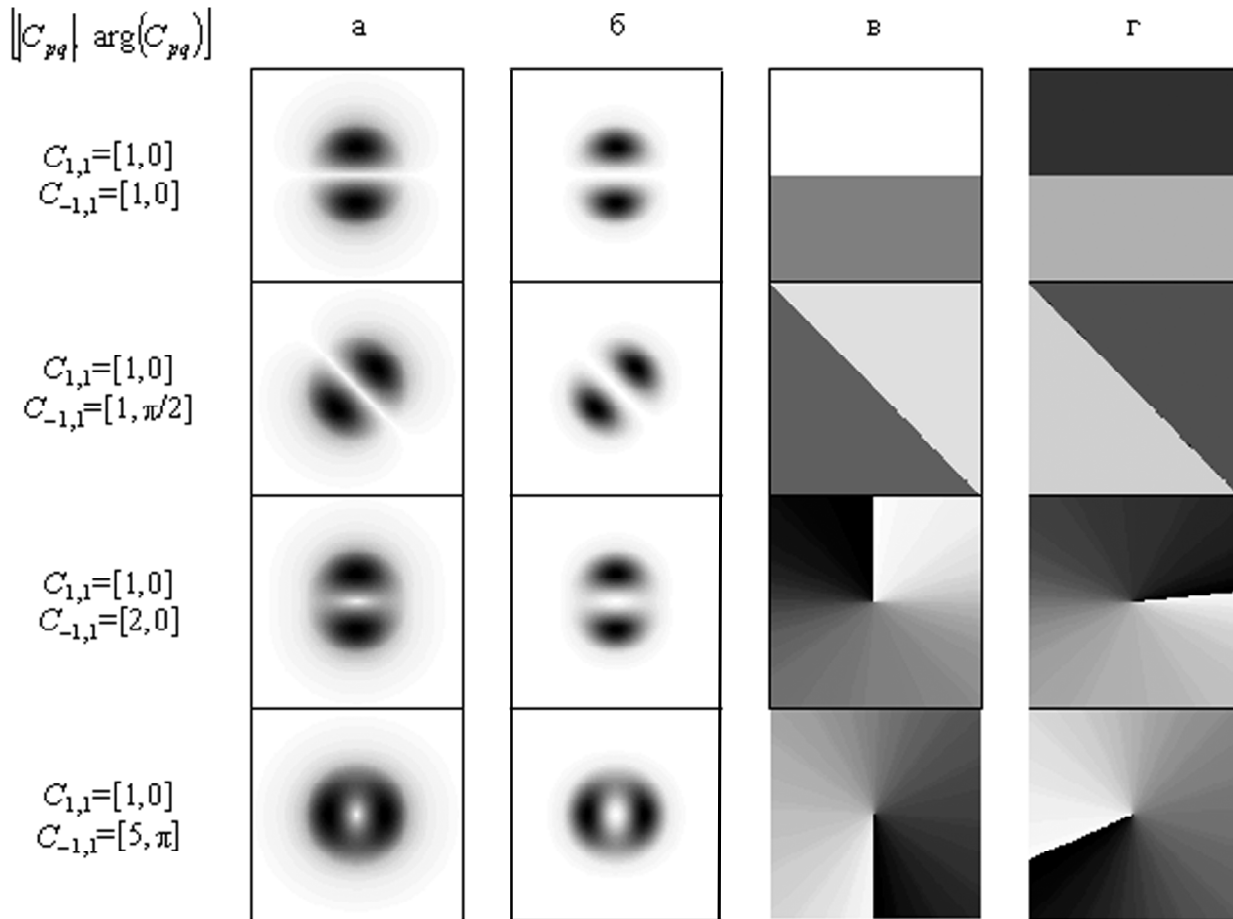


Рис. 2. Суперпозиция мод (p,q) : $(1,1)+(-1,1)$ с различными комплексными коэффициентами: поперечное распределение амплитуды (а), интенсивности (б) и фазы (в) в плоскости $z=0$, а также распределение фазы на расстоянии $z=200$ м (д)

рой также равен нулю (вторая строка рис.2).

Изменение амплитуды коэффициентов приводит как к изменению структуры поперечного сечения, так и проекции орбитального углового момента (8). Для случаев, приведенных на рис. 2 в третьей и нижней строках, выражения (9) для орбитального углового момента различаются и равны 0.6 и 0.923, соответственно.

Инвариантность на интервале $[0,z]$

Кроме этого, интерес могут представлять суперпозиции приблизительно (с определенной погрешностью) сохраняющие поперечное распределение интенсивности. В этом случае для всех пар мод, входящих в суперпозицию должно выполняться условие:

$$|\cos[(p_i - p_j)\varphi + (\beta_{p_i q_i} - \beta_{p_j q_j})z] - \cos[(p_i - p_j)\varphi]| < \varepsilon, \quad (19)$$

где ε – мало и определяет “разбегание” различных мод вдоль оси z . Такое “запаздывание” одной моды относительно другой при распространении может быть выражено небольшим набегом фазы ϕ_ε :

$$|\beta_{p_i q_i} - \beta_{p_j q_j}|z \leq \phi_\varepsilon. \quad (20)$$

Формализация условия инвариантности на интервале с заданной погрешностью позволяет автоматизировать процедуру выбора допустимых суперпозиций из всего набора мод, распространяющихся в данном волокне. Алгоритм может быть реализован как полный перебор мод и выбор суперпозиций, удовлетворяющих сформулированному условию.

Так при задании допустимого набег фазы $\phi_\varepsilon = \pi/18$ на интервале в 10 мкм, в результате работы описанного алгоритма были выбраны 59 суперпозиций (от 2 до 5 мод с учетом знака индекса p) из набора мод, приве-

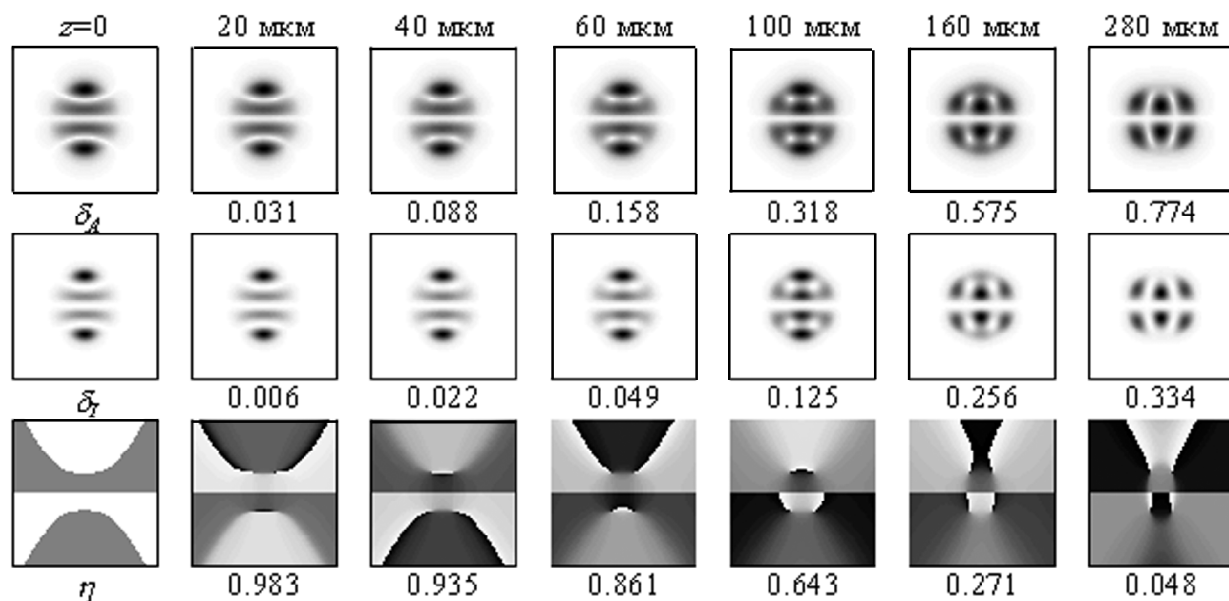


Рис. 3. Распространение суперпозиции $(p, q): (1, 2) + (-1, 2) + (3, 1) + (-3, 1)$: поперечные распределения амплитуды (верхняя строка), интенсивности (средняя строка) и фазы (нижняя строка) на различных расстояниях z и значения критериев, отражающих изменения поля

денных в таблице 1.

На рис. 3 показаны поперечные распределения амплитуды, интенсивности и фазы на различных расстояниях для одной из этих суперпозиций, в частности, $(p, q): (1, 2) + (-1, 2) + (3, 1) + (-3, 1)$, коэффициенты C_{pq} были выбраны одинаковыми.

На рис. 3 видно, что поперечное распределение интенсивности, т.е. энергетическое распределение поля, меняется на заданном интервале меньше, чем амплитуда поля.

К сожалению, в ступенчатом волокне межмодовая дисперсия очень значительна, и при задании допустимого набег фазы $\phi_{\epsilon} \leq \pi/18$ на интервале в 20 мкм, допустимыми могут быть 17 суперпозиций, а на интервале в 40 мкм – только 8. Причем это те 8 суперпозиций из (18), которые инварианты на интервале любой длины.

Можно существенно расширить множество суперпозиций, сохраняющих свой вид на интервале любой длины, если рассматривать инвариантность с точностью до поворота, т.е. “вращающиеся” поля.

Инвариантность на всей области распространения с точностью до поворота

Если допустить инвариантность с точностью до поворота, то для пар мод в супер-

позиции должно выполняться условие:

$$\cos[(p_i - p_j)\varphi + (\beta_{|p_i|q_i} - \beta_{|p_j|q_j})z] = \cos[(p_i - p_j)(\varphi + \varphi_0)], \quad (21)$$

где φ_0 – некоторый угол.

Из (119) следует условие вращения:

$$\frac{\beta_{|p_i|q_i} - \beta_{|p_j|q_j}}{p_i - p_j} z = \varphi_0, \quad (22)$$

для любой пары, составляющей суперпозицию.

Точному условию (22) удовлетворяют любые суперпозиции, состоящие из двух мод, если $|p_i| \neq |p_j|$, т.к. при $|p_i| = |p_j|$ будет вращение на угол $\varphi_0 = 0$, т.е. полная инвариантность, рассмотренная в предыдущем разделе. Т.о. возбуждая различные пары мод можно получить поля, сохраняющие свою структуру (с точностью до поворота) на интервале любой длины. Таких суперпозиций из набора, приведенного в Таблице 1, может быть 154, что во много раз превышает число просто инвариантных суперпозиций, равное 8. Для иллюстрации на рис. 4 приведены примеры распространения на расстояние 150 м инвариантных вращающихся пар мод $(p, q): (1, 2) + (-2, 1)$ – верхняя строка, $(3, 2) + (5, 1)$ – средняя строка, $(4, 1) + (5, 1)$ – нижняя строка.

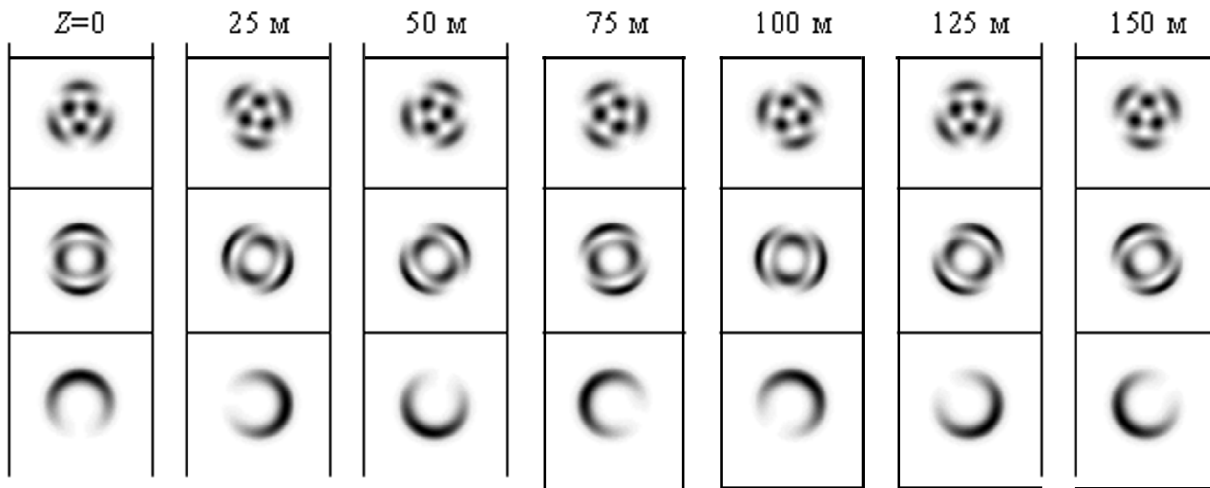


Рис. 4. Распространение вращающихся пар мод (p,q) :
 $(1,2)+(-2,1)$ – верхняя строка, $(3,2)+(5,1)$ – средняя строка, $(4,1)+(5,1)$ – нижняя строка;
 показано распределение интенсивности на различных расстояниях z .

Как видно на рис.4 суперпозиции, состоящие из двух мод имеют симметрию порядка

$$s = |p_1 - p_2|, \quad (23)$$

при этом на расстоянии полного оборота поперечное распределение интенсивности благодаря симметрии воспроизводится s раз.

Скорость вращения такой пары определяется по формуле:

$$g = \frac{\beta_{|p_1|q_1} - \beta_{|p_2|q_2}}{p_1 - p_2}, \quad (24)$$

а направление вращения соответствует знаку выражения (24).

Интересно, что скорость вращения интерференционной картины мод, входящих в суперпозицию, (24) не связано с выражением для орбитального углового момента (9), т.к. зависит не от коэффициентов мод, а от их постоянных распространения. В частности, для пар мод, приведенных на рис. 4, учитывая равенство коэффициентов, величины (9) и (24) равны следующим значениям: для $(1,2) + (-2,1) - \omega J_{z0} = 0.5$, $g = 0.54$; для $(3,2) + (5,1) - \omega J_{z0} = -4$, $g = -0.35$; для $(4,1) + (5,1) - \omega J_{z0} = -4.5$, $g = 1.02$.

Заметим, что поперечное распределение интенсивности пучка, состоящего из двух мод можно варьировать изменением коэффициентов при модах. При этом само распределение интенсивности будет сохраняться при распространении пучка в идеальном волокне.

Инвариантность на интервале $[0, z]$ с точностью до поворота

Вращающуюся суперпозицию из более, чем двух мод можно выбрать, если разрешить небольшую погрешность в воспроизведении поперечного распределения интенсивности пучка. В этом случае между любыми двумя парами в суперпозиции $(p_i, q_i) + (p_j, q_j)$ и $(p_k, q_k) + (p_l, q_l)$ должно выполняться условие:

$$\max \Delta_{ij}^{kl} - \min \Delta_{ij}^{kl} \leq \varphi_\varepsilon, \quad (25)$$

где $\Delta_{ij}^{kl} = \varphi_{ij} - \varphi_{kl}$, $\varphi_{ij} = \left| \frac{\beta_{p_i q_i} - \beta_{p_j q_j}}{p_i - p_j} \right| z$, φ_ε – допустимый угол рассогласования поворота на всем интервале $[0, z]$.

На рис. 5 показано распространение суперпозиции из трех мод (p, q) : $(2,2)+(-4,1)+(5,1)$ с одинаковыми коэффициентами на расстояние до 1500 мкм. Данная суперпозиция удовлетворяет условию (25) с допустимым углом рассогласования $\varphi_\varepsilon \leq \pi/36$ на интервале до 150 мкм. Аналогичным свойством обладает симметричная по знаку индексов суперпозиция $(-2,2)+(4,1)+(-5,1)$. Других вариантов с количеством мод более двух не оказалось.

Как видно из вышеизложенного, суперпозиции из более чем двух мод сохраняют свою структуру на небольшом интервале (около сотни микрон), затем структура разваливается. Однако, через некоторое расстояние (период), поперечное сечение пучка снова самовоспроизводится.

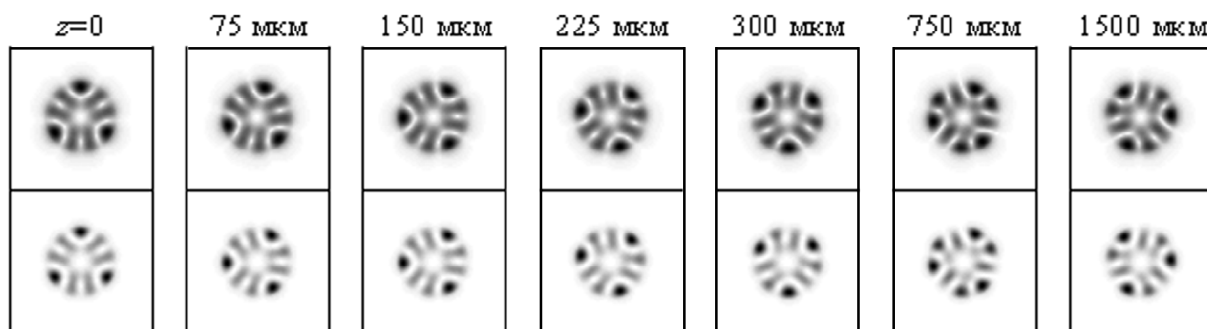


Рис. 5. Распространение суперпозиции $(p,q): (2,2)+(-4,1)+(5,1)$: поперечные распределения амплитуды (верхняя строка), интенсивности (нижняя строка) на различных расстояниях z .

Периодическое самовоспроизведение

Для суперпозиции из двух мод всегда существует период самовоспроизведения z_0 , который определяется из соотношения:

$$\cos[(p_1 - p_2)\varphi + (\beta_{p_1q_1} - \beta_{p_2q_2})z_0] = \cos[(p_1 - p_2)\varphi] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\beta_{p_1q_1} - \beta_{p_2q_2}| z_0 = 2\pi m, \quad (26)$$

где m – целое.

Однако интереснее, задавшись некоторым расстоянием z_L , определить возможные суперпозиции мод, которые воспроизведутся с некоторой допустимой погрешностью на этом расстоянии. Такие суперпозиции можно формировать попарно отбирая моды, удов-

летворяющие условию:

$$\left| [(\beta_{p_iq_i} - \beta_{p_jq_j})z_L]_{\pi} \right| \leq \phi_{\varepsilon}, \quad (27)$$

где ϕ_{ε} – допустимый приведенный набег фазы, $[\dots]_{\pi}$ означает приведение к интервалу $[-\pi, \pi]$.

Например, задавшись $z_L = 1089.4$ мкм (значение, близкое к периоду повторения суперпозиции из двух мод $(0,3)+(5,1)$), и определив допустимый приведенный набег фазы $\phi_{\varepsilon} \leq \pi/12$, можно получить набор из 41 допустимых суперпозиций, содержащих от 2 до 5 мод. В частности, на рис. 6 показано распространение суперпозиции из пяти мод $(p,q): (0,3)+(3,2)+(-3,2)+(5,1)+(-5,1)$ на интервале от $z=0$ до z_L . В плоскости z_L данная су-

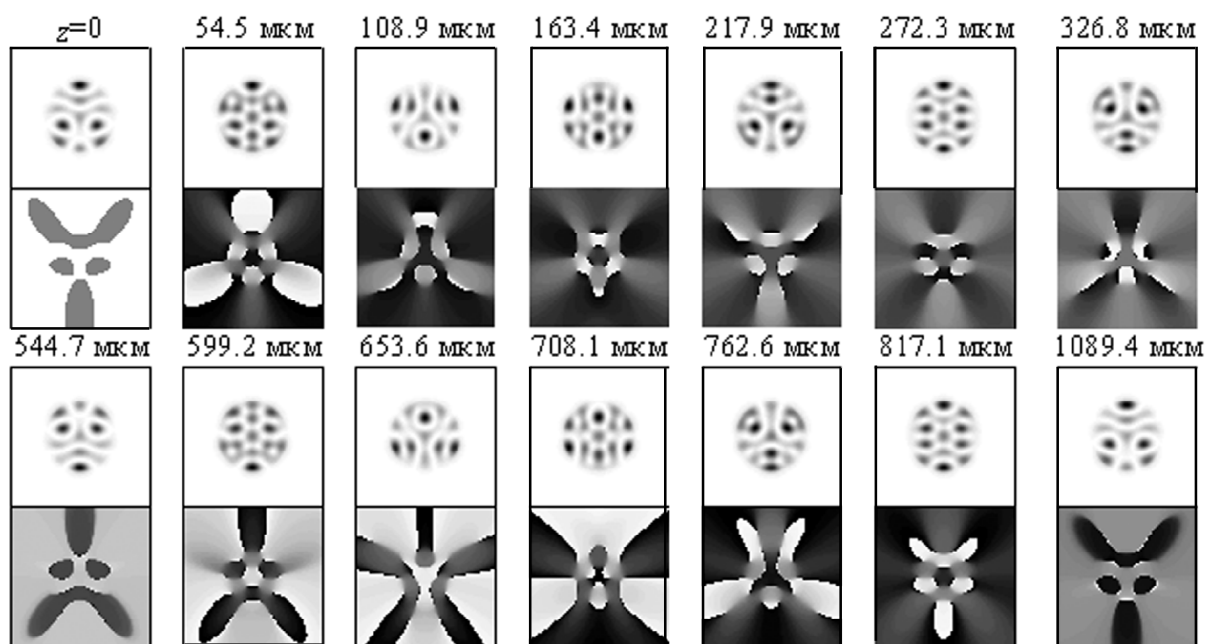


Рис. 6. Распространение суперпозиции $(p,q): (0,3)+(3,2)+(-3,2)+(5,1)+(-5,1)$, практически воспроизводящейся на расстоянии $z_L = 1089$ мкм (приведены распределения интенсивности и фазы на различных расстояниях z).

перпозиция воспроизводится с погрешностью $\delta_A=2.9\%$ для амплитуды и $\delta_I=0.48\%$ для интенсивности. При этом уровень корреляции комплексных полей при $z=0$ и при z_L близок к единице – $\eta=0.989$.

Интересно отметить, что на расстоянии в половину периода $z_L/2 = 544.7$ мкм поперечное распределение интенсивности равно исходному, повернутой на угол 180 градусов (см. рис. 6). Таким образом, есть возможность увеличить количество точек воспроизведения некоторого поля, если рассматривать повторение с точностью до поворота.

Периодическое самовоспроизведение с точностью до поворота

Аналогично предыдущему разделу, задавшись некоторым расстоянием z_L (например, длина волокна), рассмотрим суперпозиции мод, воспроизводящиеся на данном расстоянии (через данный период) с точностью до поворота с некоторым допустимым рассогласованием (иначе множество будет состоять только из двух-модовых суперпозиций). В этом случае моды, входящие в суперпозицию, должны попарно удовлетворять условию:

$$\max \Delta_{ij}^{kl} - \min \Delta_{ij}^{kl} \leq \varphi_\varepsilon, \quad (28)$$

где $\Delta_{ij}^{kl} = \left| [\varphi_{ij} - \varphi_{kl}]_\pi \right|$, $\varphi_{ij} = \frac{(\beta_{p_i q_i} - \beta_{p_j q_j}) z_L}{p_i - p_j}$,

φ_ε – допустимый угол рассогласования в плоскости z_L .

При выборе $z_L = 1$ м и определив допустимое рассогласование по углу $\varphi_\varepsilon \leq \pi/9$, мож-

но получить набор из 173 возможных суперпозиций, содержащих от 2 до 3 мод. На рис. 7 показано распространение одной из таких суперпозиций из трех мод $(p,q): (2,1)+(3,1)+(4,1)$ на интервале от $z=0$ до z_L (при этом угол рассогласования в точке $z_L=1$ м равен $\varphi_\varepsilon \leq \pi/30$).

На рис. 7 видно, что интенсивность суперпозиции воспроизводится (с некоторой точностью) и в других плоскостях. Однако, в данной работе не ставилась задача нахождения всех точек воспроизведения для определенной суперпозиции. Решалась другая задача – по заданным физическим характеристикам ступенчатого оптического волокна (поперечные и продольные размеры, характеристики материала) определить весь возможный набор распространяющихся мод и множество суперпозиций этих мод, обладающих теми или иными свойствами самовоспроизведения с заданной погрешностью.

Заключение

В данной работе:

- рассмотрены линейно-поляризованные моды слабонаправляющего волокна, несущие ненулевой орбитальный угловой момент;
- получены условия самовоспроизведения (выраженные через индексы мод) многомодовых лазерных полей различного типа – инвариантность, вращение, периодическое повторение поперечного распределения интенсивности поля;
- разработан алгоритм формирования множества суперпозиций мод, обладающих теми или иными свойствами самовоспроиз-

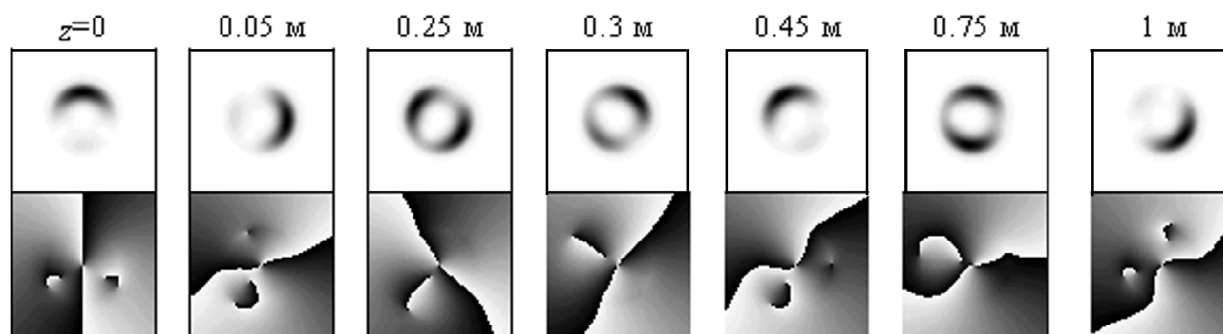


Рис. 7. Распространение суперпозиции $(p,q): (2,1)+(3,1)+(4,1)$, практически воспроизводящейся на расстоянии $z_L=1$ м (приведены распределения интенсивности и фазы на различных расстояниях z)

ведения с заданной погрешностью.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке гранта президента Российской Федерации МД-209.2003.01, а также Министерства образования РФ, Администрации Самарской области и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF Project SA-014-02) в рамках российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Berdague S., Facq P.* Mode division multiplexing in optical fibers, *Appl. Optics* **21**, 1982.
2. *Soifer V.A., Golub M.A.* Laser beam mode selection by computer-generated holograms, CRC Press, Boca Raton, 1994.
3. *Anderson D.Z., Bolshtyansky M.A., Zel'dovich B.Ya.* Stabilization of the speckle pattern of a multimode fiber undergoing bending, *Optics Lett.* **21**(11), 1996.
4. *Bolshtyansky M.A., Zel'dovich B.Ya.* Stabilization of transmission function: theory for an ultrathin endoscope of one multimode fiber, *Applied Optics* **36**(16), 1997.
5. *Shinmura Y., Ezoe H., Yoshikawa M.* Observation of mode in graded-index optical fibers with bending and cross talk in MDM, *IEICE Trans. Electron.* **E80-C**(6), 1997.
6. *Marcuse D.* Theory of dielectric optical waveguides. Academic, San Diego, 1974.
7. *Raddatz L., White I.H., Cunningham D.G., Nowell M.C.* An experimental and theoretical study of the offset launch technique for the enhancement of the bandwidth of multimode fibre links, *IEEE J. of Lightw. Techn.*, 1998.
8. *Stuart H.R.* Dispersive multiplexing in multimode fiber. *Proc. of OFC 2000*, Baltimore, 2000.
9. *Koonen T., Boom H., Willems F., Bergmans J., Khoe G.-D.* Mode group diversity multiplexing for multi-service in-house networks using multi-mode polymer optical fibre. *Proc. IEEE/LEOS-2002*, Amsterdam, 2002.
10. *Poole C. D., Wang S.-C.* Bend-induced loss for the higher-order spatial mode in a dual-mode fiber. *Opt. Lett.* **18**(20), 1993.
11. *Hwang I.K., Yun S.H., Kim B.Y.* Long-period fiber gratings based on periodic microbends. *Opt. Lett.* **24**(18), 1999.
12. *Lee K.S., Erdogan T.* Fiber mode conversion with tilted gratings in an optical fiber. *J. Opt. Soc. Am. A* **18**(5), 2001.
13. *Thornburg W. Q., Corrado B. J., Zhu X. D.* Selective launching of higher-order modes into an optical fiber with an optical phase shifter, *Opt. Lett.* **19**(7), 1994.
14. *Poon A.W., Chang R.K., Lock J.A.* Spiral morphology-dependent resonances in an optical fiber: effects of fiber tilt and focused Gaussian beam illumination. *Opt. Lett.* **23**(14), 1998.
15. *Bolshtyansky M.A., Savchenko A.Yu., Zel'dovich B.Ya.* Use of skew rays in multimode fibers to generate speckle field with nonzero vorticity, *Opt. Lett.* **24**(7), 1999.
16. *Dubois F., Emplit Ph., Hugon O.* Selective mode excitation in graded-index multimode fiber by a computer-generated optical mask. *Opt. Lett.* **19**(7), 1994.
17. *Soifer V.A., Golub M.A.* Laser beam mode selection by computer-generated holograms. CRC Press, Boca Raton, 1994.
18. *Soifer V.A., ed.* Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.
19. *Gloge D.* Weakly guided fibers. *Appl. Opt.* **10**, 1971.
20. *Marcuse D.* Light transmission optics. Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1972.
21. *Levi L.* Applied optics. John Wiley & Sons Inc., New York, 1980.
22. *Cherin A.H.* An introduction to optical fibers. McGraw-Hill book Co., Singapore, 1987.
23. *Снайдер А., Лав Д.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987.
24. *Koshiya M.* Optical waveguide analysis. McGraw-Hill Inc., Tokyo, 1990.
25. *Yeh C.* Handbook of fiber optics. Theory and applications. Academic Press Inc., New York, 1990.
26. *Котляр В.В., Хонина С.Н., Соифер В.А., Ванг Я.* Измерение орбитального углового момента светового поля с помощью дифракционного оптического элемента.

- Автометрия. 2002. №38(3).
27. Хонина С.Н., Скиданов Р.В., Котляр В.В., Сойфер В.А. Фазовый дифракционный фильтр, предназначенный для анализа световых полей на выходе волокна со ступенчатым профилем показателя преломления. Компьютерная оптика. 2003. Вып. 25.
28. Карнеев С.В., Павельев В.С., Хонина С.Н. Исследование зависимости мощностей мод на выходе ступенчатого волоконного световода от величины его прогиба. Компьютерная оптика. 2003. Вып. 25.

SELF-REPRODUCTION OF MULTI-MODE LASER FIELDS IN WEAKLY GUIDING STEPPED-INDEX OPTICAL FIBERS

© 2004 S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy

Image Processing Systems Institute of Russian Academy of Sciences, Samara

We discuss various types of self-reproduction of multi-mode laser fields in stepped-index optical fibers – invariance, rotation, and periodic self-reproduction of the field intensity cross-section distribution. Such laser beams can find use in short-distance transmission of encoded and test information with enhanced data transmission capacity (due to mode channel multiplexing) and reduced inter-mode dispersion.