УДК 621.983.7

## УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕК ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ В ПРОЦЕССЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ОБТЯЖКОЙ

© 2004 В.А. Михеев

## Самарский государственный аэрокосмический университет

Определены условия устойчивого формообразования оболочки выпукло-вогнутой формы без склад-кообразования с учетом действительных линий искажения безмоментного напряженного состояния. Оболочки выпукло-вогнутой формы являются оболочками гиперболического типа, на поверхности которых расположены прямолинейные асимптотические линии. Вдоль них легко переламывается поверхность и образуются складки при нижней критической нагрузке, до которой начальное состояние является единственно устойчивым состоянием. Поэтому достаточно выполнить оценку при верхней критической нагрузке. Для повышения устойчивости процесса обтяжки оболочек выпукло-вогнутой формы применили заготовку с увеличенной шириной, которая охватывает закругленные вершины пуансона.

Известно, что дальнейшее продолжение процесса формообразования листовой заготовки становится невозможным при потере устойчивости (складкообразовании) в некоторых зонах. Для исключения возможности появления складок необходимо знать зависимости между основными параметрами процесса и критериями складкообразования. Этот фактор определяет предельные степени формоизменения данного процесса.

Для определения возможностей процессов, ограниченных складкообразованием, обычно приравнивают усилие, необходимое для формообразования, к усилию, при котором происходит потеря устойчивости некоторой зоны заготовки. При достаточно протяженных зонах, в которых действуют сжимающие напряжения, их критическое значение определяется по известным формулам [1]. Потеря устойчивости предотвращается использованием различного рода ограничителей, делающих невозможным складкообразование, или уменьшением сжимающих напряжений.

Поведение оболочек двойной кривизны при потере устойчивости существенно отличается от поведения пластин [2]. Складкообразование оболочек, как правило, сопровождается появлением не только напряжений изгиба, но и дополнительных напряжений в срединной поверхности, приводящих к сдвигам материала. При обтяжке оболочек двой-

ной кривизны сдвиги срединной поверхности будут отсутствовать, если по большому счету сохранить в процессе обтяжки условия существования безмоментного напряженного состояния.

Схемы обтяжки листовой заготовки по пуансону приведены на рис. 1. При обтяжке кромки заготовки, жестко зажатые в захватах обтяжного пресса, движутся по касательным к формообразующему контуру  $2 \, \ell$  поверхности пуансона в точках  $E_1$  и  $E_2$  в направлении обтяжки. При совмещении направления обтяжки с плоскостью симметрии  $F_1$  поверхности пуансона обтяжка может быть симметричной, если формообразующий контур проходит через центральную точку O

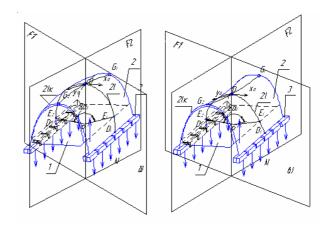


Рис. 1. Схемы обтяжки по пуансону 1 оболочек двойной кривизны 2 двояковыпуклой (а) и выпукловогнутой (б) форм, удерживаемой в зажимах пресса

и находится целиком в плоскости симметрии  $F_1$ . Вторая плоскость симметрии  $F_2$ , ортогональная первой, определяет положение центрального поперечного сечения.

Контуры сечений поверхности оболочки плоскостям симметрии  $F_1$  и  $F_2$  представляют собой линии главных кривизн, пересекающиеся в центральной точке O и обладающие свойствами экстремальности: одна из них максимальная  $k_{10}$ , а другая — минимальная  $k_{20}$ . При этом произведение главных кривизну в точке O. Тогда геометрическая форма оболочки двойной кривизны характеризуется в точке O знаком гауссовой кривизны: эллиптическая (двояковыпуклая форма с положительной гауссовой кривизной  $K_0 > 0$ ) и гиперболическая (выпукло-вогнутая форма с отрицательной гауссовой кривизной  $K_0 < 0$ ).

Тогда геометрическая форма оболочки двойной кривизны локально характеризуется в точке O знаком гауссовой кривизны: эллиптическая (двояковыпуклая форма с положительной гауссовой кривизной  $K_0 > 0$ ) и гиперболическая (выпукло-вогнутая форма с отрицательной гауссовой кривизной  $K_0 < 0$ ).

Сохранить условия существования безмоментного напряженного состояния при обтяжке оболочки двойной кривизны можно при симметричной схеме. Однако имеются так называемые линии искажения безмоментного напряженного состояния на поверхности оболочки. Например, для оболочки эллиптического типа область искажения безмоментного напряженного состояния является локальной. При этом локальна и область, в которой возможны резкие перемещения в виде складок (рис. 2а).

В случае оболочки гиперболического типа область искажения безмоментного напряженного состояния захватывает полосы расположенные вдоль некоторых линий (рис. 2б). В направлении этих линий, которые целиком расположены на поверхности такой оболочки, в любой точке кривизна равна

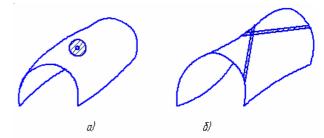


Рис. 2. Области искажения безмоментного напряженного состояния оболочки эллиптического (а) и гиперболического (б) типов оболочек двойной кривизны

нулю и они являются прямолинейными (асимптотические линии). Эти линии являются характеристиками уравнений равновесия оболочки, характеризуемой безмоментным напряженным состоянием, и поэтому вдоль них могут быть применены граничные условия лишь весьма частного типа.

Итак, линии главных кривизн и асимптотические линии связаны с определенными свойствами поверхности. На поверхности оболочки эллиптического типа асимптотические линии мнимы, а на поверхности оболочки гиперболического типа существуют два действительных семейства асимптотических линий. Вдоль асимптотических линий поверхность оболочки гиперболического типа легко переламывается или образуются складки в центральной части (рис. 3).

При симметричной схеме обтяжки нагрузка, приложенная к заготовке в зажимах пресса, совпадает с направлением обтяжки вдоль одной из линий главных кривизн, а результирующий вектор от нагрузки находится в плоскости симметрии поверхности оболочки  $F_1$  в течение процесса формообразования. При этом считается, что силы трения не влияют на направления главных осей, т.е. не вызывают касательных напряжений и, следовательно, сдвиговых деформаций.

Отработка симметричной схемы при обтяжке оболочки гиперболического типа выполнена на практике, что позволило обеспечить устойчивость в процессе формообразования. Однако надо обратить внимание на поведение этих оболочек в закритической области. В этом случае кривая равновесных форм выше критической точки оказывается

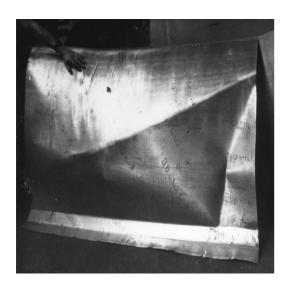




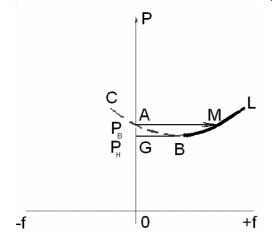
Рис. 3. Переломы и складки на поверхности оболочки гиперболического типа

несимметричной (рис. 4).

Здесь прогиб, направленный к центру кривизны, откладывается от оси ординат вправо, а направленный от центра — влево. Из графика видно, что оболочка "предпочитает" выпучиваться внутрь к центру кривизны. Это подтверждается на практике.

На участке AB равновесные формы являются неустойчивыми, а на участках AC и BML — устойчивыми. Для оболочек в этом случае различают верхнюю критическую нагрузку  $P_{u}$ .

Верхняя критическая нагрузка является наибольшей, до которой начальное состояние оболочки является устойчивым в малом, т.е. при малых отклонениях от начального равновесия (точка A). Нижней критической нагрузкой является нагрузка, до которой начальное состояние является единственно ус-



**Рис. 4.** График равновесных форм оболочки гиперболического типа

тойчивым состоянием (точка B).

Деформация оболочки гиперболического типа при статическом нагружении в направлении обтяжки и безмоментном напряженном состоянии происходит следующим образом. В начале нагрузка со стороны зажимов растет до верхнего критического значения  $P_{a}$  (точка A), при которой средняя часть оболочки "предпочитает" выпучиваться внутрь. Средняя часть оболочки представляет собой цилиндрический участок заготовкоторый в начальный момент подвергается воздействию сжимающих нагрузок  $F_{_{\mathrm{x}}}$  из-за резкого сползания деформируемых кромок заготовки к центру седлообразной впадины пуансона (рис. 5).

Так как упругое состояние равновесия центрального участка заготовки под действием непрерывно увеличивающейся нагрузки  $F_{_x}$  является неустойчивым, то в определенный момент j произойдет упругий хлопок этой части заготовки о поверхность пуансона.

Действие усилия  $F_x^j$  в момент j потери устойчивости заключается в особом характере распространения нагрузки P со стороны зажимов. Нагрузка P, приложенная в зажимах пресса, на стадии формообразования оболочки передается на основную часть заготовки, деформируемую упруго, несмотря на контакт с пуансоном, в зону вершин пуансона по асимптотическим линиям. Эти

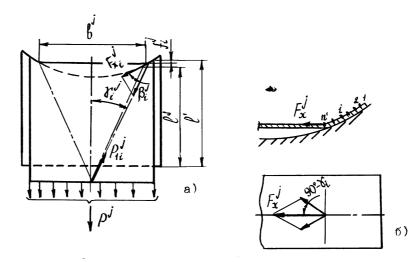


Рис. 5. Схема действия сил на свободный центральный участок заготовки

нагрузки стягивают деформируемую краевую часть заготовки под углом  $\gamma_i^j$  в направлении к центру.

Согласно рисунку 5 угол  $\gamma_i^j$  для любого i-ого элемента на j-ой стадии, когда в очаг деформации вошло n элементов, определяется относительно направления обтяжки. Поскольку первых стадиях формообразования оболочки передача усилия в зону вершин пуансона передается через упругую зону заготовки, то усилие, приложенное в зажимах пресса, будет равно:

$$P^{j} = P_{e}^{j} \cdot \exp(\mu \alpha_{\nu}), \tag{1}$$

где  $P_s^j$  — усилие, приложенное к центральному сечению обшивки, на *j*-той стадии;

 $\mu$  — коэффициент трения между заготовкой и пуансоном;

 $lpha_{_{\scriptscriptstyle K}}$  – угол охвата заготовкой пуансоном.

Усилие  $P_s^j$  разложим на составляющие для каждого i-ого элемента очага деформации в районе вершин по направлению угла  $\gamma_i^j$  и с учетом сил трения запишем выражение для усилия:

$$P_{1i}^{j} = \frac{P^{j}}{2n^{2} \cdot \exp(\mu \alpha_{x})} \cdot \cos \gamma_{i}^{j}. \tag{2}$$

Спроектируем усилие  $P_{1i}^{j}$  на касательную к контуру центрального поперечного сечения в районе  $n^{j}$  элемента, который во-

шел в очаг деформации, и запишем выражение для усилия  $F_{xi}^{\ j}$  согласно правилу силового параллелограмма:

$$F_{xi}^{\ j} = 2P_{1i}^{\ j} \cdot \sin(\gamma_i^{\ j} + \beta_{i=n}^{\ j}). \tag{3}$$

Суммируя усилия  $F_{xi}^{\ j}$  с учетом (2) для всех i-ых элементов, которые вошли в очаг деформации, получим усилие, появившееся от сползания очага деформации в направлении "полюса" центрального поперечного сечения:

$$F_x^j = \frac{P_s^j}{2n!} \sum_{i=1}^{n} \cos \gamma_i^j \cdot \sin \left( \gamma_i^j + \beta_{i=n}^j \right). \tag{4}$$

Потеря устойчивости центральной части заготовки шириной  $b^j$  в момент упругого хлопка этой части о поверхность пуансона остановиться не может, так как работа внешних сил растет быстрее энергии упругой деформации, связанной с хлопком. Оболочка совершит хлопок к положению M (рис. 4), после чего нагрузка будет повышаться до полного формообразования оболочки в центральном поперечном сечении.

Процесс разгрузки оболочки происходит в начале по линии LMB и на уровне нижней критической нагрузки происходит скачок по линии BG и снижении нагрузки от точки G до нуля. Однако при снижении нагрузки до нижней критической величины  $P_{_{_{\it H}}}$  произойдет обратное выщелкивание оболочки в форме переломов и складок, которым легче проявиться вдоль асимптотических линий.

В случае обратного выщелкивания при

нагрузке  $P_{_{_{\it H}}}$  — появление на границе складок пластических деформаций, дальнейшее прощелкивание сопряжено с большим расходом энергии, которая не восполняется работой внешних сил, и, следовательно, складкообразование приостанавливается. Таким образом, определение нижней критической нагрузки  $P_{_{\it H}}$  невозможно без учета пластических деформаций. Тогда в этом случае достаточно дать оценку сверху.

По краям в центральной части заготовки при обтяжке, как известно, одновременно развиваются два очага деформаций. Такая особенность обуславливает необходимость анализа напряженного состояния центрального участка заготовки с целью определения критериев потери устойчивости, связанная с хлопком о поверхность пуансона.

Следуя работе [3], рассматривается близкое к данному деформированное состояние центрального участка, т.е. момент потери устойчивости, сопровождаемый хлопком о поверхность оболочки. При этом предполагается, что центральный участок находится в упругом состоянии, поэтому при бесконечно малых вариациях деформации он тоже остается упругим.

Согласно известному энергетическому методу критическое состояние центрального участка заготовки соответствует равенству приращений работ, производимых внешними и внутренними силами при его выпучивании. В результате решения такой задачи с учетом цилиндрической жесткости центрального участка получили выражение:

$$F^{(\kappa)} = \frac{4}{3\pi^2} \cdot \frac{D}{h \cdot R_2^e} \left(\pi^2 + 1\right),\tag{5}$$

где h – толщина заготовки,

 $R_2^{\it e}$  — радиус кривизны вершин пуансона в центральном поперечном сечении,

D — цилиндрическая жесткость центрального участка заготовки.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-v)},$$
 (6)

где v – коэффициент Пуассона,

E — модуль упругости.

Подставив (6) в (5), после преобразова-

ний получим:

$$\left(\frac{h}{R_2^s}\right)_{\kappa} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{E} \cdot \frac{1-v^2}{\pi^2 + 1}} \cdot F^{(\kappa)}, \qquad (7)$$

где  $F^{(\kappa)}$  — значение нагрузки, соответствующее верхнему критическому значению  $P_{\epsilon}$  при обтяжке оболочки, которое выбирается из числа отдельных значений  $F_x^j$ , определяемых по формуле (4) на каждой j-ой стадии формообразования.

Результаты таких расчетов сведены в номограмму в зависимости от модуля упру-

гости  $E \cdot 10^4 (\frac{MH}{M^2})$ , коэффициента Пуассона v, коэффициента трения  $\mu$  и геометрического коэффициента обтяжки  $K_{_\Gamma}$  (рис. 6). Коэффициент  $K_{_\Gamma}$  определяется через гауссову кривизну  $K_{_0}$  в точке O.

Схема определения  $\left(\frac{h}{R_2^s}\right)_{\kappa}$  из номограммы изображена стрелками. Полученное зна-

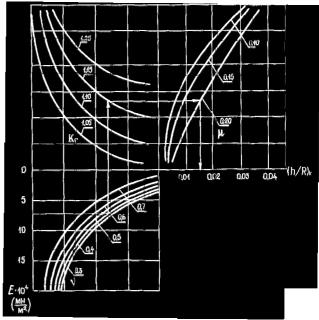


Рис. 6. Номограмма для определения

критического значения 
$$\left(rac{h}{R_2^s}
ight)_s$$



Рис. 7. Оболочка выпукло-вогнутой формы из заготовки с избыточной шириной

чение  $\left(\frac{h}{R_2^s}\right)_{\kappa}$  соответствует верхней крити-

ческой нагрузке  $P_{\scriptscriptstyle g}$  и характеризует склонность оболочки к потере устойчивости и возможность обратного прощелкивания средней

части заготовки с образованием складок вдоль асимптотических линий.

Для уменьшения этой тенденции определяются технологические приемы. Наиболее радикальным способом предупреждения сползания краев заготовки служит выполнения на вершинах пуансона и применение заготовки увеличенной шириной (рис. 7).

Заготовка с увеличенной шириной при обтяжке охватывает закругленные вершины пуансона, образуя "замок", который предотвращает интенсивное "сползание" деформируемых частей и, следовательно, упругий хлопок средней части заготовки о поверхность пуансона, предшествующий при разгрузке к обратному "выщелкиванию" оболочки в форме переломов и складок. Их проявление приводит к неисправимому браку уже отформованной детали.

Внедрение предложенного технологического приема на производстве повысила устойчивость процесса формообразования обтяжкой оболочек выпукло-вогнутой формы и обеспечил их высокий уровень технологичности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформированных систем. М.: Наука, 1967.
- 2. *Тимошенко С.П.* Устойчивость, стержней, пластин и оболочек. М.: Наука, 1971.

3. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы об-STABILITY OF DOUBLE CURVATURE COVERS BY FORMING M.: Изд-во AH СССР, 1963. © 2004 V.A. Mikheev

## Samara State Aerospace University

In the article are determined the conditions of the steady forming of the shell of convexo-concave form without the fold formation taking into account the real lines of the distortion of the zero spin stressed state. The shells of convexo-concave form are hyperbolic type shells, on surface of which are located rectilinear asymptotic lines. The surface easily breaks in two along them and folds with the lower critical load are formed, to which the initial state is singularly steady state. Therefore it suffices to carry out estimation with the upper critical load. For increasing the stability of the process of the stretch-wrap forming of the shells of convexo-concave form was used the billet with bigger width, which encompasses the rounded apexes of punch.