

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛЕГКОЙ КОНИЧЕСКОЙ КАПСУЛЫ СО СФЕРИЧЕСКИМ ЗАТУПЛЕНИЕМ ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРЕ

© 2005 Ю.М. Заболотнов, В.В. Любимов, А.В. Усалко

Самарский государственный аэрокосмический университет

В современной космонавтике для доставки с орбиты на поверхность Земли различных грузов, например, результатов экспериментов, начинают использоваться легкие спускаемые капсулы. В ряде работ [1, 2] рассматривается влияние асимметрии на устойчивость движения космических аппаратов в атмосфере. Однако к аварийной ситуации, вызванной значительными величинами углов атаки, может привести не только асимметрия капсулы, но и действие демпфирующих и антидемпфирующих моментов [3]. В ряде проектов, например YES-2 [4], капсула имеет форму конуса со сферическим затуплением и, как показали численные расчеты, при некотором сочетании геометрических параметров может терять устойчивость по углу атаки. В данной работе исследуется влияние аэродинамического демпфирования на амплитуду плоских колебаний по углу атаки конической капсулы со сферическим затуплением. Для этого используется метод исследования плоских колебаний, описанный в монографии Ярошевского В.А. [3].

Системы координат, силы и моменты, действующие на капсулу

Для задания движения будем использовать две декартовы системы координат: $Oxyz$ – связанную и $Ox_a y_a z$ – скоростную. Они показаны на рис. 1. Начало обеих систем координат совпадает с центром масс капсулы. В связанной системе координат ось x – это ось симметрии капсулы. В скоростной системе координат ось x_a направлена по вектору

скорости центра масс. Так как, в данной работе рассматривается только плоское движение капсулы, то будем считать, что вектор ее скорости лежит в плоскости Oxy , а ось z_a – совпадает с осью z связанной системы координат. Таким образом, плоскость Oxy совпадает с плоскостью $Ox_a y_a$. Переход между рассматриваемыми системами координат осуществляется по формулам:

$$x_a = x \cos \alpha - y \sin \alpha,$$

$$y_a = x \sin \alpha + y \cos \alpha, z_a = z,$$

где α – угол атаки.

Считается, что в процессе спуска на капсулу действуют аэродинамическая R и гравитационная G силы. При анализе вращательного движения капсулы учитывается только действие аэродинамического момента \vec{M} . В связанной системе координат аэродинамическая сила R раскладывается на осевую X и нормальную Y составляющие. В скоростной системе координат аэродинамическая сила R раскладывается на силу лобового сопротивления X_a и подъемную силу Y_a . Поскольку в данной работе рассматривается только плоское движение капсулы, то

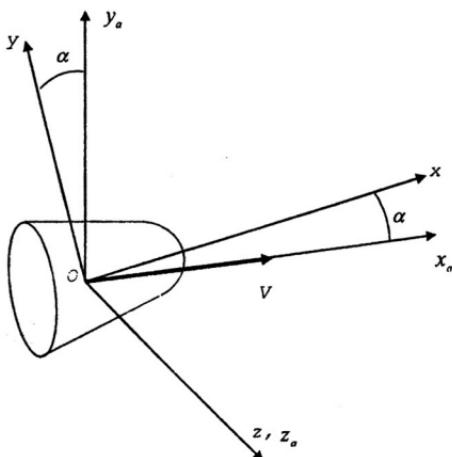


Рис. 1. Рассматриваемые системы координат

будем считать, что проекции аэродинамического момента \vec{M} на оси x, y, x_a, y_a равны нулю.

В дальнейшем, кроме аэродинамических сил и моментов будем использовать соответствующие безразмерные коэффициенты, которые определяются, например, для связанной системы координат в виде:

$$c_x = \frac{X}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}, \quad c_y = \frac{Y}{\frac{1}{2} \rho V^2 S},$$

$$m_z = \frac{M_z}{\frac{1}{2} \rho V^2 S L}.$$

Здесь ρ - плотность атмосферы, V - скорость центра масс капсулы, S - характерная площадь, L - характерная длина.

Уравнения движения капсулы

Согласно [3] уравнение плоского движения капсулы относительно своего центра масс в атмосфере с учетом аэродинамического демпфирования имеет вид:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{qS}{V} \left[\frac{c_{yy}^\alpha(\alpha)}{m} - \frac{m_z \bar{\omega}_z(\alpha) L^2}{I_z} \right] \frac{d\alpha}{dt} - \frac{m_z(\alpha) q S L}{I_z} = 0 \quad (1)$$

где $c_{yy}^\alpha(\alpha)$ - производная коэффициента

подъемной силы по углу атаки, $m_z \bar{\omega}_z(\alpha)$ - коэффициент демпфирующего момента, m - масса капсулы, I_z - момент инерции капсулы

относительно ее поперечной оси, $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ - скоростной напор, $\rho = \rho_0 \exp(-\lambda H)$ - плотность атмосферы, H - высота полета капсулы над поверхностью Земли, ρ_0 - плотность ат-

мосферы на высоте $H = 0$, $\lambda = \frac{1}{7000} \frac{1}{m}$ - постоянный коэффициент.

Так как в уравнение (1) входят скорость и высота центра масс, то совместно с уравнением (1) необходимо рассматривать траекторные уравнения движения капсулы [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\left[\frac{c_{xy}(\alpha) q S}{m} + g \sin \theta \right], \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta, \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{g}{V} \left(1 - \frac{V^2}{g(R+H)} \right) \cos \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где θ - угол наклона траектории, g - ускорение свободного падения, R - средний радиус Земли, $c_{xy}(\alpha)$ - безразмерный коэффициент лобового сопротивления капсулы.

Анализ устойчивости

Рассматривается случай входа в атмосферу тела по траектории с большим углом наклона. В этом случае используются следующие допущения:

$$1) n_x \gg |\sin \theta|, \quad (3)$$

$$2) \theta \equiv const, \quad (4)$$

где n_x - перегрузка в проекции на ось x . В результате усреднения, уравнение (1) можно свести к виду [3]:

$$\frac{d\bar{I}}{dy} = \bar{I} \left[\xi(\bar{I}) - \frac{1}{2y} \right], \quad (5)$$

$$\bar{I} = \frac{\frac{\alpha_m}{\alpha_m} \frac{d\alpha}{dt} d\alpha}{\sqrt{\frac{q S l}{I_z}}} \quad \text{где } \sqrt{\frac{q S l}{I_z}} \text{ - безразмерный интеграл}$$

действия, α_m - амплитуда колебаний угла атаки, $y = \frac{\rho S}{2 \lambda m |\sin \theta|}$,

$$\xi(\bar{I}) = \frac{m_z \bar{\omega}_z}{i_z} (\alpha_m(\bar{I})) - c_{yy}^\alpha(\alpha_m(\bar{I})) + c_{xy}(\alpha_m(\bar{I})),$$

$$i_z = \frac{I_z}{m \cdot L^2}.$$

Из уравнения (5) следует, что достаточным условием монотонного убывания амплитуды на всем протяжении траектории спуска, является выполнение неравенства:

$$\xi(\bar{I}) < \frac{1}{2y}. \quad (6)$$

При этом правая часть неравенства (6)

характеризует убывание амплитуды в результате изменения плотности атмосферы в процессе спуска и играет основную роль на верхнем участке траектории (рис. 2, 3), поэтому здесь амплитуда всегда убывает. На нижнем участке траектории убывание или возрастание амплитуды зависит от знака и $\xi(\bar{I})$, так как правая часть неравенства (6) в этом случае принимает малые значения. В случае, когда $\xi(\bar{I}) > 0$ амплитуда на нижнем участке тра-

ектории возрастает и движение становится неустойчивым по углу атаки (рис. 2). Неравенство $\xi(\bar{I}) < 0$ является достаточным условием монотонного убывания амплитуды на нижнем участке траектории, т.е. движение становится устойчивым по углу атаки (рис. 3). Если $\bar{I} = \bar{I}_*$, $\xi(\bar{I}_*) = 0$, то амплитуда стремится к амплитуде автоколебаний, определяемой из выражения $\alpha_m = \alpha_m(\bar{I}_*)$.

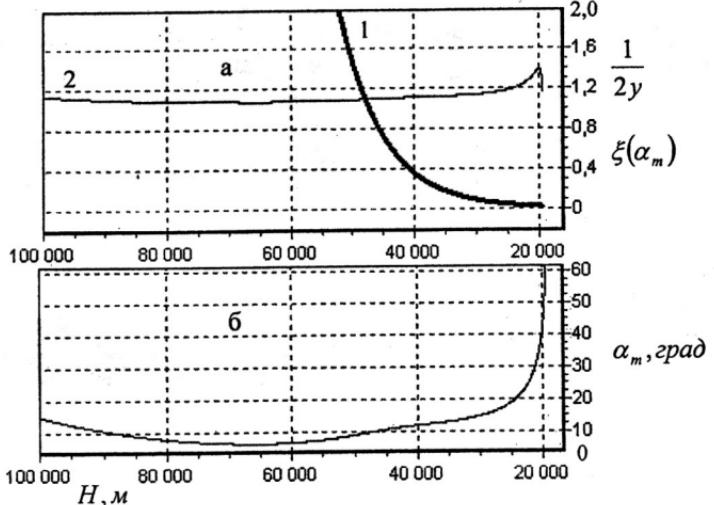


Рис. 2. Характеристики неустойчивого движения

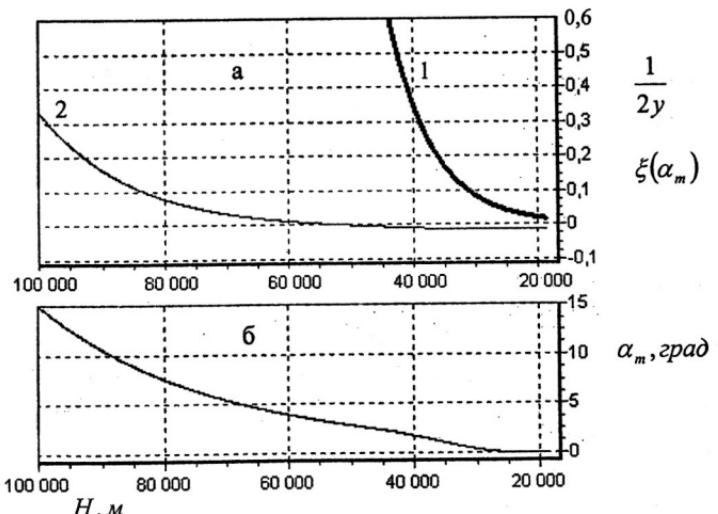


Рис. 3. Характеристики устойчивого движения

На рис. 2а и рис. 3а представлены графики зависимостей функций $\frac{1}{2y}$ и $\xi(\bar{I})$ от высоты центра масс капсулы, которые располагаются под номерами 1 и 2, соответственно.

На рис. 2б и рис. 3б изображается поведение амплитуды угла атаки α_m от высоты H в устойчивом и неустойчивом случаях. Расчитываемая капсула обладала следующими массово-геометрическими характеристиками (рис. 4): $m = 20 \text{ кг}$, $I_z = I_y = 1,4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

$$R = 0,8 \text{ м}, r_c = 0,6 \text{ м}, \theta_k = 19^\circ, m_z \bar{\omega}_z = 0,$$

$x_m = 0,4 \text{ м}$ - координата центра масс относительно носка капсулы. Рис. 2-3 получены в результате численного интегрирования системы уравнений (1), (2) со следующими начальными условиями движения: $\alpha_0 = 15^\circ$, $V_0 = 7700 \text{ м/с}$, $H_0 = 100000 \text{ м}$, $\theta_0 = -15^\circ$.

Во многих случаях, зависимость аэродинамических характеристик капсулы от угла атаки, можно представить в виде полинома от тригонометрических функций с независящими от угла атаки коэффициентами. Так, например, в работе [5] для капсулы, имеющей форму конуса со сферической лобовой частью, аэродинамические характеристики при $0 \leq \alpha \leq \theta_k$, где θ_k - угол полурасщора конуса, в проекции на оси скоростной системы координат для гиперзвуковых скоростей полета имеют вид:

$$c_{xy} = 2[f_1 \cos^2 \theta_k - 1]\sin \alpha - \frac{5}{2}f_2 \sin^3 \alpha; \quad (7)$$

$$c_{xz} = \frac{3}{2}f_1 \cos^2 \theta_k \cos \alpha - \frac{5}{2}f_2 \cos^3 \alpha, \quad (8)$$

где $\bar{r}_c = r_c/R$ - относительный радиус закругления, r_c - радиус лобовой части, R - радиус донной части конуса (рис. 4),

$$f_1 = 2 - \bar{r}_c^2 \cos^2 \theta, f_2 = (2 - \bar{r}_c^2 \cos^2 \theta_k) \cos^2 \theta_k - \frac{4}{5}.$$

В работе [6] сказано, что для рассматриваемой капсулы приближенно можно считать коэффициент демпфирования $m_z \bar{\omega}_z$ независи-

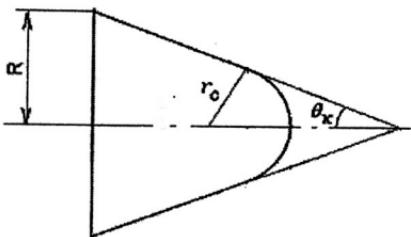


Рис. 4. Спускаемая капсула

щим от угла атаки, но зависящим от геометрических параметров капсулы

$$m_z \bar{\omega}_z = \text{const.} \quad (9)$$

Формулы (7), (8) и (9) можно представить в виде:

$$c_{xy} = A \cos \alpha + B \cos^3 \alpha, \quad (10)$$

$$c_{yz} = C \sin \alpha + D \sin^3 \alpha, \quad (11)$$

$$\frac{m_z \bar{\omega}_z}{i_z} = D. \quad (12)$$

где A, B, C, D - некоторые функции геометрических параметров капсулы, независящие от угла атаки. Тогда функция $\xi(\bar{I})$ примет вид:

$$\xi(\bar{I}) = D + (A - C - 3B) \cos(\alpha_m(\bar{I})) + 4B \cos^3(\alpha_m(\bar{I})) \quad (13)$$

Как уже отмечалось ранее, в результате изменения плотности атмосферы амплитуда колебаний капсулы на верхних участках траектории быстро убывает, до тех пор, пока величина функции $\xi(\bar{I})$ не становится "сравни-

мой" со значением функции $\frac{1}{2y} = \frac{\lambda m \sin \theta}{\rho_0 e^{-\lambda H} S}$.

Если принять, что к этому моменту амплитуда угла атаки становится достаточно малой, то есть можно положить $\cos(\alpha) \approx 1$, то условие дальнейшего убывания амплитуды приближенно можно записать следующим образом:

$$\xi(\bar{I}) \approx D + A - C + B < 0. \quad (14)$$

Подставляя в неравенство (14) значения

соответствующих коэффициентов, получим следующее условие устойчивости по углу атаки:

$$\frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{i_z} + 4 - 3(2 - \bar{r}_c^2 \cos^2 \theta_k) \cos^2 \theta_k < 0. \quad (15)$$

Если в неравенстве (15) поставить знак равенства, то получим уравнение для критических значений параметров капсулы θ_k и \bar{r}_c в зависимости от отношения $m_z^{\bar{\omega}_z} / i_z$

$$\frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{i_z} + 4 - 3(2 - \bar{r}_c^2 \cos^2 \theta_k) \cos^2 \theta_k = 0. \quad (16)$$

Из уравнения (16), при заданном \bar{r}_c , можно определить критическое значение угла полураствора конуса

$$\theta_{kp} = \arccos\left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 - 3\sqrt{9 - 3\bar{r}_c^2}\left(4 + \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{i_z}\right)}{\bar{r}_c}}\right). \quad (17)$$

И наоборот, при заданном θ_k , можно определить критическое значение относительного радиуса закругления \bar{r}_c

$$\bar{r}_{kp} = \frac{\sqrt{2 \cos^2 \theta_k - \frac{1}{3} \left(\frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{i_z} + 4 \right)}}{\cos^2 \theta_k}. \quad (18)$$

Так, например, если не учитывать аэродинамического демпфирования $m_z^{\bar{\omega}_z} = 0$, то при $\bar{r}_c = 0.75$ ($R = 0.8 \text{ м}$, $r_C = 0.6 \text{ м}$), из формулы (17) следует, что $\theta_{kp} = 19.5^\circ$. А для того, чтобы движение спутника в атмосфере было асимптотически устойчивым при $\theta_k = 45^\circ$ и $\bar{r}_c = 0.75$, необходимо чтобы во все время движения выполнялось условие:

$$\frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{i_z} < -1.421875000.$$

На рис. 5 представлены линии критических значений θ_k и \bar{r}_c в зависимости от отношения $m_z^{\bar{\omega}_z} / i_z$

Линии критических значений, приведенные на рис. 5, являются границами областей устойчивости движения рассматриваемой капсулы при различных значениях производной коэффициента демпфирования $m_z^{\bar{\omega}_z}$.

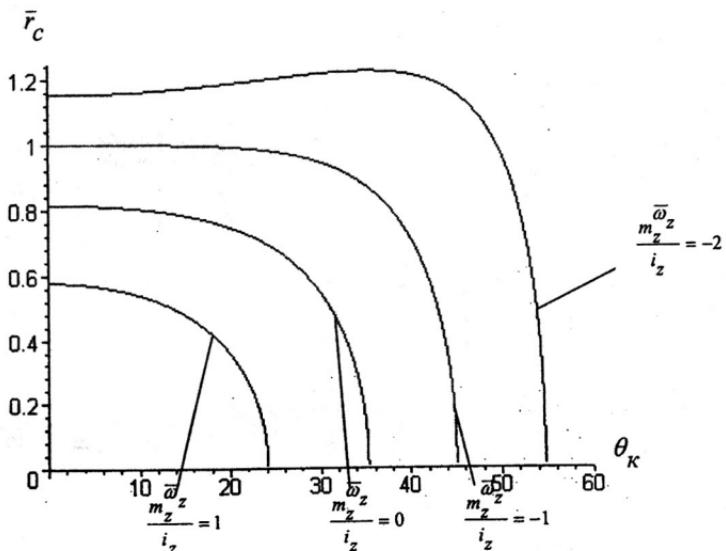


Рис. 5. Линии критических значений

Области значений геометрических параметров рассматриваемой капсулы \bar{r}_c и θ_k , при которых ее движение в атмосфере, с учетом принятых выше допущений, будет устойчивым, располагаются под соответствующими кривыми. Следовательно, уменьшение параметра $m_z \frac{\bar{\omega}_z}{i_z}$ приводит к расширению области устойчивости по параметрам \bar{r}_c и θ_k капсулы.

Таким образом, получено приближенное условие устойчивости (15), для конической капсулы со сферическим затуплением, учитывавшее влияние аэродинамического демпфирования на амплитуду плоских колебаний по углу атаки, зависящее от геометрических параметров капсулы. Это условие имеет простой вид и может быть использовано при проектировании спускаемых капсул в форме конуса со сферическим затуплением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Заболотнов Ю.М., Любимов В.В. Вторич-

ный резонансный эффект при движении КА в атмосфере // Космические исследования. 1998. Т. 36. №2.

2. Любимов В.В. Анализ внешней устойчивости резонанса при входе асимметричного космического аппарата в атмосферу // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем: процессы, модели, эксперименты. Казань. Daytona Beach. 2001. Вып. 2(12).
3. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978.
4. Zabolotnov Yu. M. Movement of light re-entry capsule around of the center of mass in an atmosphere // Proceeding of the Russian – European Summer Space School "Future Space Technologies and Experiments in Space". European Space Agency. 2004.
5. Аржанников Н.С., Садекова Г.С. Аэродинамика летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1983.
6. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973.

STABILITY EASY CONIC CAPSULE WITH SPHERICAL PART AT DESCENT IN ATMOSPHERE

© 2005 Yu.M. Zabolotnov, V.V. Lyubimov, A.V. Usalko

Samara State Aerospace University

In modern cosmonautics for delivery from a orbit on a surface of the Earth of the various freights, for example, results of experiments, begin to be used easy descent capsule. In a number of work [1,2] influence of asymmetry to stability of movement of a space vehicles in atmosphere is considered. However in a emergency, called by significant sizes of corners of attacks, can result not only asymmetry capsul, but also action damping and antidamping of moment [3]. In a number of the projects, for example YES-2 [4], the capsule has the form of a cone with spherical part and, as have shown numerical accounts, at some combination of geometrical parameters can lose stability on corner of attack. In given work influence of aerodynamic damping to amplitude of aerodynamic damping to amplitude of flat fluctuations on a corner of attack conic capsule with spherical part in investigated. A method of research of flat fluctuations, described in book of Yaroshevsky V.A. is for this purpose used [3].