

УДК 519.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНКУРЕНЦИИ ВО ФЛУКТУИРУЮЩИХ СРЕДАХ НА КЛАСТЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

© 2005 С.В. Востокин, С.Е. Курушина

Самарский государственный аэрокосмический университет

Предложена методика проведения вычислительного эксперимента на кластере рабочих станций для исследования отношений конкуренции двух видов экологических сообществ за общий ресурс, описываемых уравнениями типа Лотки—Вольтерры, учитывающими подвижность особей слабого вида и флуктуации ресурса в пространстве и во времени. Метод позволяет обнаруживать области срезов параметрического портрета системы уравнений, в которых наблюдается кинетический переход типа “заселения среды” (индуцированный шумом фазовый переход) и проводить качественный анализ условий его возникновения. Выявлена область параметров, которой соответствует “инверсия” свойств слабого и сильного видов.

Введение

Процессы конкуренции представляют большой интерес при исследовании поведения сильно неравновесных открытых систем различной физической природы. К числу таких процессов относятся конкурентный отбор в экосистемах [1-3], химические модели эволюции [4-6], конкуренция между модами в лазере, возникновение турбулентности в жидкости и газе и так далее. Более того, как результат конкуренции можно рассматривать процесс самоорганизации сложных систем, заключающийся в спонтанном образовании упорядоченных структур [7].

По аналогии с теорией равновесных фазовых переходов второго рода при адиабатическом исключении быстро осциллирующих переменных и в приближении, аналогичном теории самосогласованного поля, с учетом иерархии порядков характерных “микроскопических” масштабов уравнений разработаны аналитические методы [2,3,5,6], позволяющие определять критическую интенсивность шума, при которой происходит кинетический переход.

Сложность и ограниченная применимость аналитических методов делает актуальным построение численных моделей для исследования процессов конкуренции. Трудности, возникающие при численном моделировании, в свою очередь, связаны с высокой вычислительной сложностью моделей. Для на-

блюдения предсказываемых теорией эффектов необходимо разбиение пространства на большое число точек и значительное число отсчетов в модельном времени до наступления стационарного режима. Кроме этого, эффект “заселения среды”, поиск которого составляет суть исследования модели, наблюдается в узких областях срезов параметрического пространства, границы которых можно указать лишь приблизительно. Это требует разработки специальных инструментальных методик проведения численных экспериментов.

В статье предлагается новый подход для качественного исследования процесса конкуренции на основе численного моделирования с использованием кластерных вычислительных систем с централизованным управлением вычислительным процессом.

Формулировка задачи и численный метод

Исследуемая модель процесса конкуренции описывается уравнениями типа Лотки—Вольтерры (1):

$$\left. \begin{aligned} \dot{N} &= (BM - A)N \\ \dot{n} &= (bM - a)n + D\Delta n \\ \dot{M} &= Q - GM - CN - cn + f(t, t) \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Все коэффициенты в (1) положительны. Дополнительно предполагается, что выполнено условие $A/B < a/b$.

В биологической интерпретации переменные N и n означают плотности численности сильного и слабого вида, соответственно. Первые два уравнения системы (1) показывают, что скорости роста численности сильного и слабого видов линейно зависят от количества имеющейся пищи M и отрицательны, когда пища отсутствует. Во второе уравнение системы (1) добавлен диффузионный член $D\partial n/\partial x$, учитывающий подвижность особей слабого вида. Третье уравнение описывает динамику изменения плотности пищи M : пища растет сама по себе с постоянной скоростью Q и ее предельная плотность ограничена механизмом распада (слагаемое $-GM$). Пища поглощается особями сильного и слабого видов в количестве C и c за единицу времени, соответственно. Последнее слагающее третьего уравнения системы (1) задает пространственные и временные гауссовые флуктуации плотности пищи с корреляционной функцией (2):

$$\begin{aligned} \langle f(\bar{r}, t) f(\bar{r}', t') \rangle &= \\ &= 2G \Theta \exp(-k_f |\bar{r} - \bar{r}'|) \delta(t - t'). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $r_f = k_f^{-1}$ определяет типичный пространственный размер флуктуации, величина I характеризует интенсивность флуктуаций. Случайный шум предполагается дельта-коррелированным по времени.

Известно, что когда флуктуации отсутствуют ($I = 0$), система уравнений (1) имеет единственное устойчивое стационарное решение:

$$n = 0, \quad M_s = \frac{A}{B}, \quad N = \frac{Q - GM_s}{C}. \quad (3)$$

То есть конкуренция ведет к вымиранию слабого вида - выполняется теорема Гаузе. Однако при наличии внешнего шумового воздействия, начиная с некоторой критической интенсивности шума, слабый вид может выживать. Происходит стационарное статистическое сосуществование двух соревнующихся видов, которое может служить примером кинетического перехода типа "заселения среды". Наша цель состояла в построении численной модели, позволяющей наблюдать данное явление.

Положим, что взаимодействие популяций происходит в конечном, но достаточно большом, пространстве размерности один. Тогда систему уравнений (1) с учетом нормировки на стационарные состояния можно переписать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial \tau} &= (\tilde{M} - 1)\tilde{N} \\ \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tau} &= \left(\frac{b}{B}\tilde{M} - \frac{a}{A} \right)\tilde{n} + \frac{D}{A} \frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \tilde{M}}{\partial \tau} &= \frac{QB}{A^2} - \frac{G}{A}\tilde{M} - \frac{B}{A^2} \left(Q - G \frac{A}{B} \right) \tilde{N} - \\ &- \frac{c}{C} \frac{B}{A^2} \left(Q - G \frac{A}{B} \right) \tilde{n} + \frac{B}{A^2} f(x, \tau) \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где

$\tau = At$; $\tilde{N} = N/N_s$; $M = M/M_s$; $\tilde{n} = n/N_s$. Предполагается непроницаемость границ для особей обоих видов (граничные условия 2-го рода или условия Неймана):

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{n}}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Для численного моделирования выбрана шеститочечная разностная схема типа Кранка-Николсона (с весом $y=1/2$) [8]. Заменив производные соответствующими конечноразностными формулами, получена система уравнений (6), описывающая значения мгновенных плотностей пищи и численностей видов для соседних отчетов времени:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_i &= (\tilde{M}_i^1 - 1)\tilde{N}_i^1 + \tilde{N}_i^1 \\ \tilde{n}_{i+1}^1 - \tilde{n}_i^1 \left(2 + \frac{A\tilde{h}}{D\sigma} \right) + \tilde{n}_{i-1}^1 &= \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \left(\tilde{n}_{i+1}^1 - 2\tilde{n}_i^1 + \tilde{n}_{i-1}^1 \right) - \\ \frac{A\tilde{h}}{D\sigma} \tilde{n}_{i+1}^1 &= \frac{A\tilde{h}}{D\sigma} \tilde{n}_i^1 \left(\frac{b}{B}\tilde{M}_i^1 - \frac{a}{A} \right) \\ \tilde{M}_i^1 &= \\ &= \left(\frac{QB}{A} \frac{G}{M_i^1} - \frac{B}{A} \left(Q - G \frac{A}{B} \right) \right) \tilde{N}_i^1 - \frac{c}{CA} \left(Q - G \frac{A}{B} \right) \tilde{n}_i^1 + \frac{B}{A} f_i^1 + \\ &+ \tilde{M}_i^1. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь f_i^1 – реализации случайного гауссового поля с соответствующей функцией корреляции.

Разностные граничные условия определяются выражениями:

$$\begin{aligned} n_{-1}^j &= n_1^j; n_{\max i+1}^j = n_{\max i-1}^j; \\ N_{-1}^j &= N_1^j; N_{\max i+1}^j = N_{\max i-1}^j; \\ M_{-1}^j &= M_1^j; M_{\max i+1}^j = M_{\max i-1}^j. \end{aligned} \quad (7)$$

Система (6) с граничными условиями (7) решается стандартным методом прогонки. Итерационный процесс останавливается, когда среднее по объему значение плотности численности слабого вида стабилизируется на определенном уровне.

Методика вычислительного эксперимента

При помощи описанного выше численного метода удается смоделировать кинетический переход типа "заселения среды". Однако из-за того, что время проведения одного численного эксперимента, в котором наблюдается это явление, составляет для рабочей станции на базе процессора Intel Pentium IV с частотой 3,4ГГц несколько часов и по причине отсутствия теоретических сведений о расположении точек кинетического перехода в параметрическом пространстве, подбор параметров модели является нетривиальной задачей. Авторами разработана методика численного эксперимента, позволяющая преодолеть указанные трудности.

Методика основана на следующих эмпирических наблюдениях за поведением модели.

Первое. Размерность и объем парамет-

рического пространства можно сократить, так как свойства модели определяются отношениями некоторых параметров, а не их абсолютными значениями.

Второе. Для значительного числа точек параметрического пространства, как при последовательном, так и при случайному переборе, плотность численности слабого вида быстро спадает к нулю. Поэтому для неудачных значений параметров можно прерывать эксперимент по прошествии нескольких секунд, что значительно увеличивает скорость сканирования параметрического пространства.

Третье. Искомые параметры модели легко обнаруживаются при ручном анализе таблицы, устанавливающей соответствие между значениями параметров модели и временем достижения определенного малого уровня численности слабого вида. Это можно сделать, например, в СУБД Microsoft Access. Заметим что, если уровень численности слабого вида не достигнут, то моделирование останавливается по прошествии заданного времени.

В качестве инструментального средства моделирования используется кластер рабочих станций под управлением системы пакетной обработки заданий Condor [9] и интерпретатора визуального языка описания сценариев распределенной обработки GraphPlus [10]. Схема вычислений организована по принципу "мешок с задачами" и на языке GraphPlus выглядит следующим образом (рис.1).

В схеме присутствует один процесс, от-

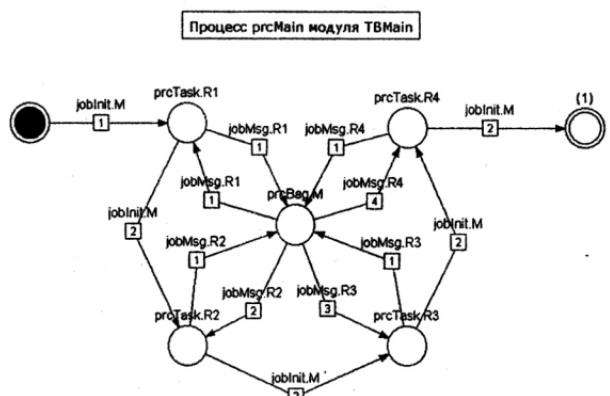


Рис. 1. Диаграмма верхнего уровня схемы организации вычислений на языке GraphPlus

вечающий за выдачу заданий (prcBag), и несколько процессов выполняющих задания (prcTask). При этом процессы-исполнители активны в том смысле, что они являются инициаторами запроса задания и действуют асинхронно по готовности. Исполнение задания заключается в переборе подобласти параметрического пространства.

Несмотря на то, что настройку пакетной системы можно выполнить вручную, удобно использовать специальные управляющие программы. Применение системы GraphPlus, в частности, позволяет: представить схему организации вычислительного эксперимента в наглядной форме; автоматизировать процесс формирования заданий; преодолеть проблемы, связанные с разной длительностью обработки заданий и гетерогенностью вычислительной системы; оперативно наблюдать за ходом вычислений; приостанавливать и возобновлять вычисления; переключаться с од-

ного пула рабочих станций на другой.

Результаты моделирования

В процессе сканирования срезов параметрического пространства модели были найдены области соответствующие явлению критического перехода типа "заселения среды". Данный фазовый переход иллюстрируют графики изменения средних по объему плотностей численности видов в процессе конкуренции (рис. 2). Из приведенного графика видно, что плотность численности как слабого, так и сильного вида стабилизируется на некотором ненулевом уровне.

Варьирование значений коэффициента диффузии (рис. 3), отвечающего за подвижность слабого вида, а также интенсивности флуктуаций (рис. 4) приводит к тому, что слабый вид изменяет свои конкурентные способности. Данное свойство адекватно моделируемым явлениям и теоретически обосновано [2].

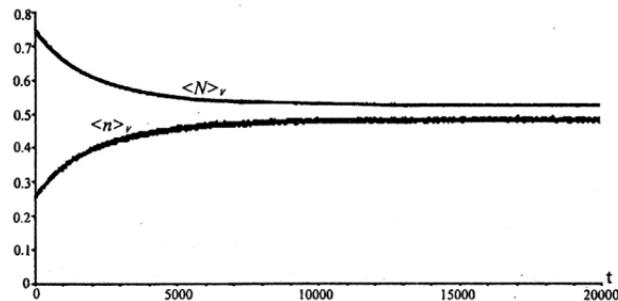


Рис. 2. Динамика изменения во времени средних по объему плотностей численности слабого $\langle n \rangle_v$ и сильного $\langle N \rangle_v$ видов при эффекте "заселения среды":

$A=B=1$; $a=4,755278$; $b=4,751796$; $C=c=1$; $D=0,01$; $Q=9,251636$; $G=3,681062$; $I=0,70411$; $k_i=5,406388$

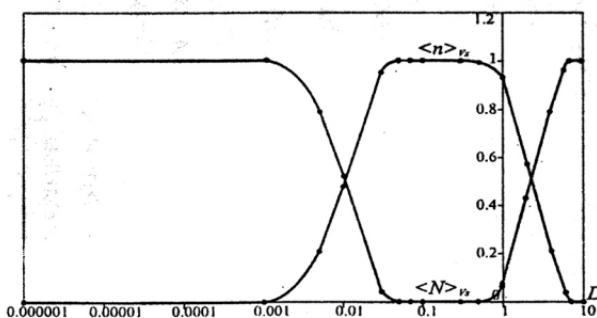


Рис. 3. Зависимость асимптотических по времени и средних по объему плотностей численностей слабого $\langle n \rangle_v$ и сильного $\langle N \rangle_v$ видов от коэффициента диффузии D :

$A=B=1$; $a=4,755278$; $b=4,751796$; $C=c=1$; $Q=9,251636$; $G=3,681062$; $I=0,70411$; $k_i=5,406388$

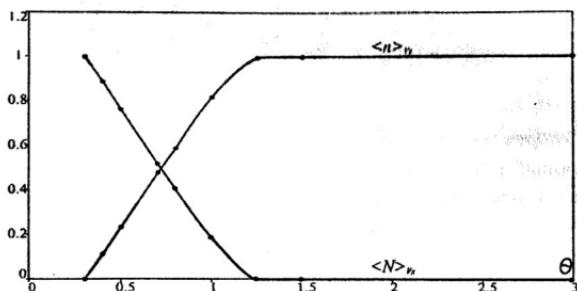


Рис. 4. Зависимость асимптотических по времени и средних по объему плотностей численности слабого $\langle n \rangle_v$ и сильного $\langle N \rangle_v$ видов от интенсивности флюктуаций шума I :
 $D=0,01$; $A=B=1$; $a=4,755278$; $b=4,751796$; $C=c=1$; $Q=9,251636$; $G=3,681062$; $k=5,406388$.

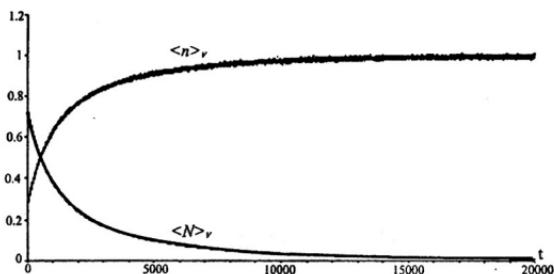


Рис. 5. Динамика изменения во времени средних по объему плотностей численности слабого $\langle n \rangle_v$ и сильного $\langle N \rangle_v$ видов при "инверсии":
 $A=B=1$; $a=4,755278$; $b=4,751796$; $C=c=1$; $D=0,5$; $Q=9,251636$; $G=3,681062$; $I=0,70411$; $k=5,406388$.

В результате моделирования было обнаружено явление "инверсии" свойств сильного и слабого вида рис. 5.

Приведенные выше результаты свидетельствуют о том, что в некоторой узкой области среза параметрического пространства подвижность особей слабого вида и флюктуации внешней среды приводят к новой качественной перестройке в эволюции экосистемы. Такое "инверсное" поведение экосистемы можно интерпретировать как еще один новый индуцированный шумом фазовый переход.

Теоретическое обоснование и дальнейшее численное исследование обнаруженного явления авторы откладывают до следующей более подробной работы.

Заключение

На основании результатов численных экспериментов можно утверждать, что разработанный метод адекватно описывает каче-

ственные характеристики моделируемых явлений. Это открывает возможности для совершенствования численных имитационных методов моделирования процессов конкуренции и для более детального аналитического исследования их свойств. Работа поддержана грантом Y2-P-14-04 в рамках программы "Фундаментальные исследования и высшее образование" (BRHE), а также грантом в области технических наук молодым ученым Самарской области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976.
2. Михайлов А.С., Упоров И.В. Критические явления в средах с размножением, распадом и диффузией // Успехи физических наук. Т.144. 1984. Вып. 1.
3. Михайлов А.С. Неравновесный фазовый переход в биологическом сообществе //

- ДАН СССР. Т. 243. 1978.
4. Эйген М. Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул. М.: Мир, 1973.
5. Михайлов А.С., Упоров И.В. Индуцированный шумом фазовый переход и переколяционная задача для флуктуирующих сред с диффузией // ЖЭТФ, Т.79. 1980. Вып. 5(11).
6. Михайлов А.С., Упоров И.В. Кинетика гетерогенной цепной реакции со случайной вариацией центров размножения// ЖФХ, Т.56. 1982. № 3.
7. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.
8. М. Холодник, А. Клич, М. Кубичек, М. Марек. Методы анализа нелинейных динамических моделей. М.: Мир, 1991.
9. Condor® Version 6.6.8 Manual. Condor Team, University of Wisconsin–Madison. February 8, 2005.
10. Востокин С.В. Технология моделирования распределенных систем, основанная на визуальном языке и ее приложения // Известия СНЦ РАН. Т. 6. 2004. №1.

MODELING OF COMPETITION PROCESS IN NOISY MEDIUM ON CLUSTER-BASED COMPUTING SYSTEMS

© 2005 S.V. Vostokin, S.E. Kurushina

Samara State Aerospace University

The article describes numerical method and instrumental techniques based on cluster of high performance workstations for solving modified Lotka-Volterra equation. The modification takes into consideration process of diffusion and external noise in 1D interaction medium. The method makes possible to detect slices in model parametric space where phase transitions of different kinds takes place. Among known types of phase transitions we detect effect called "property inversion", then relatively weak but mobile population suppresses the strong one.