

ДИССИПАТИВНАЯ ДИНАМИКА НЕВЫРОЖДЕННОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ ДЖЕЙНСА-КАММИНГСА

© 2005 Е.К. Башкиров, М.С. Русакова

Самарский государственный университет

Исследована невырожденная двухфотонная модель Джейнса-Каммингса с учетом потерь фотонов из резонатора. Воздействие неидеальности резонатора на эволюцию среднего числа фотонов, атомных населенностей, полевой статистики и полевого сжатия рассмотрено на основании управляющего уравнения для матрицы плотности в приближении “одетых” состояний для начального сжатого состояния полевых мод и возбужденного состояния атома.

Введение

В последние 20 лет большое внимание уделялось исследованию свойств диссипативных обобщений модели Джейнса-Каммингса (МДК). Экспериментальная реализация взаимодействия единичного атома с электромагнитным полем в резонаторе [1] значительно стимулировала теоретические разработки. Эксперименты на сильно возбужденных ридберговских атомах позволили подтвердить некоторые предсказания, сделанные для обобщенной МДК. Кроме экспериментального успеха, существует также теоретические предпосылки к рассмотрению механизмов затухания в МДК, т.к. ее динамика с учетом неидеальности резонатора становится значительно более интересной. Диссипативные эффекты в МДК, обусловленные обменом энергией между атомом и его окружением, были исследованы в ряде работ [2]-[6]. В последнее время также интенсивно изучается МДК с фазовым затуханием [7, 8], в связи с исследованием декогерентности и перепутывания состояний атома и поля.

Известно, что двухфотонные процессы весьма значимы в атомных системах благодаря высокой степени корреляции между излученными фотонами. Поэтому одним из хорошо известных обобщений модели двухуровневого атома является двухфотонная МДК. В связи с экспериментальной реализацией двухфотонного микромазера [9] динамика диссипативной двухфотонной МДК была рассмотрена целым рядом авторов [10]-[12]. Во всех упомянутых работах была рас-

смотрена динамика вырожденной двухфотонной МДК. Делая шаг вперед в исследовании двухфотонных процессов, мы исследуем в данной работе диссипативную МДК с двухмодовым двухфотонным взаимодействием, или невырожденную МДК. Отличительная особенность данной модели заключается в том, что каждая мода поля может быть использована для воздействия на другую моду. Невырожденная модель в идеальном резонаторе использовалась для изучения эволюции атомных и фотонных операторов, корреляционной функции второго порядка, одно- и двухмодового полевого сжатия, сжатия атомного дипольного момента, спектра излучения, квантовой энтропии и перепутывания без учета и с учетом Штарковского сдвига в работах [13]-[16]. Влияние фазового затухания на неклассические свойства невырожденной МДК было рассмотрено в работе [16]. Влияние неидеальности резонатора на временное поведение атомной населенности в специальном случае, когда поля начально находятся в двухмодовом сжатом вакуумном состоянии было исследовано в статье [13]. Представляет значительный интерес рассмотреть роль диссипации энергии в динамике невырожденной МДК для произвольных начальных состояний полей и атома.

Гамильтониан модели и кинетическое уравнение

Невырожденная двухфотонная модель Джейнса-Каммингса представляет собой эффективный двухуровневый атом, где верхнее

и нижнее атомные состояния обозначены как $|e\rangle$ и $|g\rangle$ соответственно, взаимодействующий с двумя модами электромагнитного поля с частотами ω_1 и ω_2 посредством двухфотонных переходов. Гамильтониан такой системы в дипольном приближении и приближении вращающейся волны имеет вид

$$H = \hbar\omega_0 R^z + \hbar(\omega_1 a_1^+ a_1 + \omega_2 a_2^+ a_2) + \hbar g(a_1 a_2 R^+ + a_1^+ a_2^+ R^-), \quad (1)$$

здесь ω_0 – частота атомного перехода, ω_1 и ω_2 – частоты резонаторных мод, a_i^+ (a_i) – операторы рождения (уничтожения) фотонов ($i = 1, 2$), R^z – оператор инверсии населенностей, R^\pm – операторы, описывающие переходы между верхним и нижним уровнями и g – константа связи атома с полем. Мы не рассматривали Штарковский сдвиг, обусловленный промежуточным уровнем, и обозначили параметр расстройки как

$$\Delta = \omega_0 - \omega_1 - \omega_2,$$

который удовлетворяет условию $\Delta = \omega_0, \omega_1, \omega_2$.

Чтобы описать диссипацию, необходимо рассматривать открытую систему. В данной работе мы учтем только затухание в полевых модах за счет взаимодействия с равновесным резонатором. Будем для простоты полагать, что резонатор имеет нулевую температуру. Тогда управляющее уравнение для матрицы плотности системы атом+поле примет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i/\hbar [H, \rho] - \sum_{i=1}^2 k_i (a_i^+ a_i \rho - 2 a_i \rho a_i^+ + \rho a_i^+ a_i), \quad (2)$$

где $2k_i$ ($i = 1, 2$) – скорости потерь фотонов двух мод из резонатора. Из соображений простоты мы положим в дальнейшем $k_1 = k_2 = k$.

Используя представление

$$W(t) = e^{\frac{i}{\hbar} H t} \rho(t) e^{-\frac{i}{\hbar} H t}, \quad O(t) = e^{\frac{i}{\hbar} H t} O e^{-\frac{i}{\hbar} H t},$$

где O – произвольный оператор системы атом+поле, можно привести уравнение (2) к виду

$$\frac{\partial W}{\partial t} = - \sum_{i=1}^2 k (a_i^+ a_i W - 2 a_i W a_i^+ + W a_i^+ a_i). \quad (3)$$

Для решения уравнения (3) было использовано представление “одетых” состояний, т.е. представление, состоящее из полного набора собственных состояний гамильтониана системы. Для идеального резонатора полный набор “одетых” состояний

$$|\Psi_n^\pm\rangle = \frac{\gamma_{n_1 n_2}^\pm}{\sqrt{2}} |+, n_1, n_2\rangle \pm \frac{\gamma_{n_1 n_2}^m}{\sqrt{2}} |-, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle, \quad (4)$$

и соответствующих значений энергии

$$E_n^\pm = \hbar\phi_{n_1 n_2} \pm \hbar\Omega_{n_1 n_2},$$

где

$$\phi_{n_1 n_2} = \omega_1(n_1 + \frac{1}{2}) + \omega_2(n_2 + \frac{1}{2}),$$

$$\Omega_{n_1 n_2} = \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + g^2(n_1 + 1)(n_2 + 1)}, \quad \delta(n) = \Delta/\Omega(n).$$

Здесь $|\alpha; n\rangle$ – собственное состояние гамильтониана свободного двухуровневого атома, n_1, n_2 – число фотонов в модах поля и α нумерует состояния атома ($\alpha = e$ соответствует возбужденному состоянию и $\alpha = g$ соответствует основному состоянию).

$$|\alpha, n_1, n_2\rangle = |\alpha\rangle |n_1\rangle |n_2\rangle,$$

где $n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots$

Для неидеального резонатора состояния (4) необходимо дополнить состояниями :

$$|\Psi_1^l\rangle = |-, 1, 0\rangle, E = \hbar\omega_1 - \frac{1}{2}\hbar\omega_0;$$

$$|\Psi_2^l\rangle = |-, 0, 1\rangle, E = \hbar\omega_2 - \frac{1}{2}\hbar\omega_0;$$

$$|\Psi_3^l\rangle = |-, 0, 0\rangle, E = -\frac{1}{2}\hbar\omega_0,$$

которые учитывают потери фотонов без изменения состояния атома.

Используя секулярное приближение [3], т.е. пренебрегая быстро осциллирующими слагаемыми, уравнения для диагональных элементов матрицы плотности W можно записать как

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | \dot{W} | \Psi_{n_1 n_2}^\pm \rangle = \\ = -k \left\{ 2(n_1 + n_2) + \gamma_{n_1 n_2}^{m^2} \langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | W | \Psi_{n_1 n_2}^\pm \rangle - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-\frac{g^2(n_2+1)}{2} \left[\frac{n_1+1}{\Omega_{n_1 n_2}} \frac{\gamma_{n_1+1, n_2}^\pm}{\gamma_{n_1 n_2}^\pm} + \frac{n_1+2}{\Omega_{n_1+1, n_2}} \frac{\gamma_{n_1 n_2}^m}{\gamma_{n_1+1, n_2}^\pm} \right]^2 \langle \Psi_{n_1+1, n_2}^\pm | W | \Psi_{n_1+1, n_2}^\pm \rangle - \\
 &-\frac{g^2(n_2+1)}{2} \left[\frac{n_1+1}{\Omega_{n_1 n_2}} \frac{\gamma_{n_1+1, n_2}^m}{\gamma_{n_1 n_2}^m} - \frac{n_1+2}{\Omega_{n_1+1, n_2}} \frac{\gamma_{n_1 n_2}^m}{\gamma_{n_1+1, n_2}^\pm} \right]^2 \langle \Psi_{n_1+1, n_2}^m | W | \Psi_{n_1+1, n_2}^m \rangle - \\
 &-\frac{g^2(n_1+1)}{2} \left[\frac{n_2+1}{\Omega_{n_1 n_2}} \frac{\gamma_{n_1, n_2+1}^\pm}{\gamma_{n_1 n_2}^\pm} + \frac{n_2+2}{\Omega_{n_1, n_2+1}} \frac{\gamma_{n_1 n_2}^m}{\gamma_{n_1, n_2+1}^\pm} \right]^2 \langle \Psi_{n_1, n_2+1}^\pm | W | \Psi_{n_1, n_2+1}^\pm \rangle - \\
 &-\frac{g^2(n_1+1)}{2} \left[\frac{n_2+1}{\Omega_{n_1 n_2}} \frac{\gamma_{n_1, n_2+1}^m}{\gamma_{n_1 n_2}^m} - \frac{n_2+2}{\Omega_{n_1, n_2+1}} \frac{\gamma_{n_1 n_2}^m}{\gamma_{n_1, n_2+1}^\pm} \right]^2 \langle \Psi_{n_1, n_2+1}^m | W | \Psi_{n_1, n_2+1}^m \rangle,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\gamma_{n_1 n_2}^\pm = \sqrt{1 \pm \frac{\Delta}{2\Omega_{n_1 n_2}}}$$

и

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_i' | W | \Psi_i' \rangle &= -k(2 \langle \Psi_i' | W | \Psi_i' \rangle - \frac{g^2}{\Omega_{00}^2 \gamma_{00}^{\pm 2}} \langle \Psi_{00}^+ | W | \Psi_{00}^+ \rangle - \\
 &-\frac{g^2}{\Omega_{00}^2 \gamma_{00}^{\mp 2}} \langle \Psi_{00}^- | W | \Psi_{00}^- \rangle) \quad (i=1, 2), \tag{6}
 \end{aligned}$$

$$\langle \Psi_3' | W | \Psi_3' \rangle = 2k \left(\langle \Psi_1' | W | \Psi_1' \rangle + \langle \Psi_2' | W | \Psi_2' \rangle \right). \tag{7}$$

Уравнения для недиагональных элементов W с ненулевой правой частью выглядят как

$$\langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | W(t) | \Psi_{n_1 n_2}^m \rangle = -2k(n_1 + n_2 + 1) \langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | W | \Psi_{n_1 n_2}^m \rangle. \tag{8}$$

Решения уравнений (8) имеют вид

$$\langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | W(t) | \Psi_{n_1 n_2}^m \rangle =$$

$$= \langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | W(0) | \Psi_{n_1 n_2}^m \rangle \exp \{ -2kt(n_1 + n_2 + 1) \}$$

и решения уравнений (5)-(7) могут быть найдены только численными методами. Для этой цели можно предположить, что существует верхний предел на число фотонов N_1 и N_2 в обеих модах резонатора такой, что $\langle \Psi_{n_1 n_2}^\pm | W(t) | \Psi_{n_1 n_2}^m \rangle = 0$ для $n_1 > N_1, n_2 > N_2$. Это означает, что те матричные элементы равны нулю для всех t , так как в резонаторе не происходит увеличения числа фотонов. Тогда можно проводить итерации уравнений (5) и (6), начиная с $n_1 = N_1 + 1$ и $n_2 = N_2 + 1$, и до $n_1 = n_2 = 0$. Если верхнего предела на на-

чальное число фотонов не существует, N_1 и N_2 должны быть взяты достаточно большими, чтобы вычислить средние наблюдаемые с соответствующей точностью. Эти наблюдаемые величины можно получить стандартным образом

$$\langle O(t) \rangle = Sp O(t) W(t).$$

Решения уравнений (5)-(7) для произвольных начальных состояний атома и поля можно получить при помощи численных методов.

Далее мы рассматриваем невырожденную модель для возбужденного начального состояния атома и начального сжатого состояния полей. Сжатые состояния поля привлекают в последнее время особое внимание в связи с их возможным применением для высокоточных оптических измерений и передачи информации.

Результаты и обсуждение для сжатого начального состояния поля

Начальная матрица плотности $W(0)$ для атома в возбужденном состоянии и поля в сжатом состоянии имеет вид

$$\begin{aligned}
 W(0) &= \frac{P_{n_1} P_{n_2}}{2} \left(\gamma_{n_1 n_2}^+{}^2 | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | + \gamma_{n_1 n_2}^-{}^2 | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \langle \Psi_{n_1 n_2}^- | + \right. \\
 &+ \left. \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1 n_2}^- | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \langle \Psi_{n_1 n_2}^- | + \gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1 n_2}^+ | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | \right),
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 P_{n_i} &= \\
 &= \frac{1}{2^{n_i} n_i! \mu_i! |\mu_i|^{n_i}} H_{n_i}(z_i / \sqrt{2\mu_i v_i}) H_{n_i}(z_i^* / \sqrt{2\mu_i v_i}) \times \\
 &\times \exp \left[-|z_i|^2 + \frac{v_i}{2\mu_i} (z_i^2 + z_i^{*2}) \right],
 \end{aligned}$$

здесь $H_n(x)$ — полиномы Эрмита и

$$\mu_i = \cosh(r_i), v_i = \sinh(r_i), z_i = \mu_i \alpha_i + v_i \alpha_i^*, n_i = |\alpha_i|^2 + v_i^2.$$

В данных выражениях индекс j нумерует фотонную моду, а величина r_i является параметром сжатия соответствующей фотонной моды.

Сначала рассмотрим эволюцию среднего числа фотонов и средних атомных населенностей

$$\begin{aligned} \langle N_i(t) \rangle = & \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left\{ -\gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1 n_2}^- \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos(2\Omega_{n_1 n_2} t) + \right. \\ & \left. \left(n_i + \frac{\gamma_{n_1 n_2}^+{}^2}{2} \right) \langle \Psi_{n_1 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle + \left(n_i + \frac{\gamma_{n_1 n_2}^-{}^2}{2} \right) \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \right\} + \\ & + \langle \Psi_i^l | W | \Psi_i^l \rangle \quad (i=1,2), \\ \langle R_e(t) \rangle = & \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left\{ \frac{\gamma_{n_1 n_2}^+{}^2}{2} \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle + \frac{\gamma_{n_1 n_2}^-{}^2}{2} \langle \Psi_{n_1 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle + \right. \\ & \left. + \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1 n_2}^- \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos(2\Omega_{n_1 n_2} t) \right\}, \\ \langle R_g(t) \rangle = & \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left\{ \frac{\gamma_{n_1 n_2}^-{}^2}{2} \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle + \frac{\gamma_{n_1 n_2}^+{}^2}{2} \langle \Psi_{n_1 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle - \right. \\ & \left. \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1 n_2}^- \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos(2\Omega_{n_1 n_2} t) \right\} + \sum_{z=1}^3 \langle \Psi_z^l | W | \Psi_z^l \rangle. \end{aligned}$$

Средние населенности возбужденного атомного уровня в присутствии двух мод сжатого поля представлены на рис. 1 для различных δ и k . Для малых значений параметров δ и k можно наблюдать явления квантовых коллапсов и восстановлений осцилляций Раби. Они носят не настолько регулярный характер, как для однофотонного случая или вырожденной двухфотонной модели. Вследствие утечки фотонов и расстройки резонатора амплитуды осцилляций Раби значительно уменьшаются с течением времени. В случае больших потерь фотонов эффект затухания и восстановления осцилляций Раби не проявля-

ется. При сильном начальном поле влияние расстройки резонатора хорошо прослеживается как для амплитуды осцилляций, времени коллапса, так и для значения квазистационарного уровня атомной населенности.

Так как оба фотона поглощаются или испускаются в резонатор одновременно, можно говорить, что временное поведение среднего числа фотонов в моде 2 аналогично эволюции среднего числа фотонов в моде 1. На рис. 2 представлено временное поведение среднего числа фотонов для первой полевой моды. Для среднего числа фотонов характерны затухания и восстановления осцилляций Раби, как и для атомных населенностей. Сравнивая рис. 1 и 2, можно отметить, что неидеальность резонатора оказывает значительно более сильное влияние на эволюцию среднего числа фотонов, чем на атомную населенность. При больших потерях фотонов из резонатора среднее число фотонов уменьшается экспоненциально.

Для характеристики статистических свойств поля обратимся к корреляционной функции второго порядка $G^{(2)}(t)$. Для каждого из двух полей резонатора ее можно определить как

$$G_i^{(2)}(t) = \frac{\langle (a^+(t))^2 a^2(t) \rangle - \langle a^+(t) a(t) \rangle^2}{\langle a^+(t) a(t) \rangle^2}.$$

Для строго когерентного поля

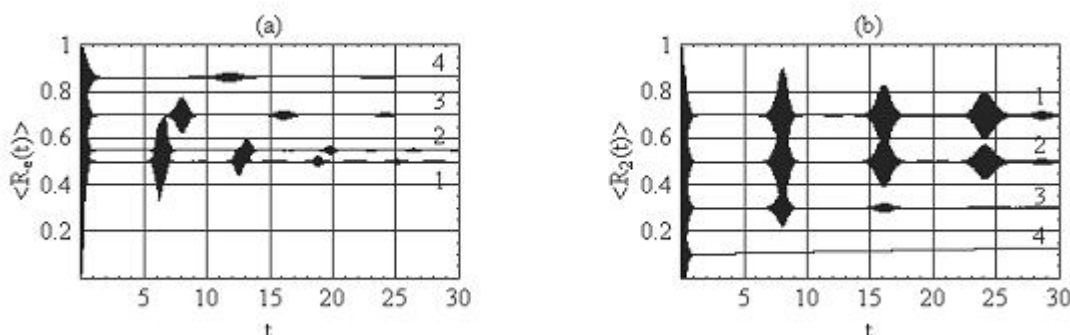


Рис. 1. Атомная населенность возбужденного состояния для $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle = 30$, $r_1 = 0,8$, $r_2 = 1$:

- a – $k=0,001$; 1 – $\delta = 0$; 2 – $\delta = 20$; 3 – $\delta = 50$; 4 – $\delta = 100$;
- b – $\delta = 50$; 1 – $k = 0$; 2 – $k = 0,0001$, 3. $k = 0,001$; 4 – $k = 0,01$.

Кривая 1 на графике (b) соответствует значению $\langle R_e(t) \rangle + 0.2$,

кривая 3 – $\langle R_e(t) \rangle - 0,2$, кривая 4 – $\langle R_e(t) \rangle - 0,4$

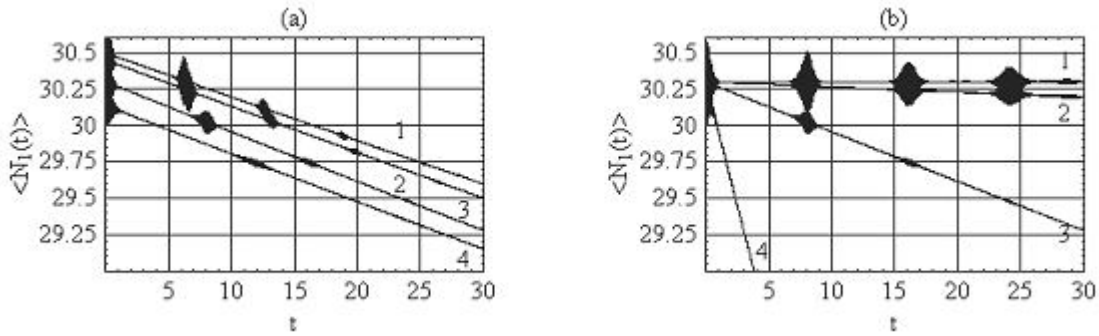


Рис. 2. Среднее число фотонов для первой моды поля и $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle = 30, r_1 = 0.8, r_2 = 1$

a – $k=0.001$; 1 – $\delta = 0$; 2 – $\delta = 20$; 3 – $\delta = 50$; 4 – $\delta = 100$;

b – $\delta = 50$; 1 – $k = 0$; 2 – $k = 0.0001$; 3 – $k = 0.001$; 4 – $k = 0.01$

$G_i^{(2)}(0) = 0$, в то время как отрицательные значения $G_i^{(2)}$ свидетельствуют об эффекте антигруппировки в моде i . В представлении “одетых” состояний корреляционная функция второго порядка для первой моды поля принимает вид

$$G_1^{(2)}(t) = \frac{1}{n_{N_1(t)} n_{N_2(t)}} \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left\{ \left(n_1^2 - n_1 \frac{\Delta}{2\Omega_{n_1 n_2}} \right) \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle + \left(n_1^2 + n_1 \frac{\Delta}{2\Omega_{n_1 n_2}} \right) \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle - 2n_1 \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1 n_2}^- \langle \Psi_{n_1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos(2\Omega_{n_1 n_2} t) \right\} - 1.$$

На рис. 3 мы привели $G_1^{(2)}$ для различных расстройках ($0 < \delta < 100$) и параметра потерь фотонов ($0 < k < 0.01$) для большой начальной интенсивности поля ($n > 20$). Для небольших расстройок ($\delta = 0, 10, 20$) и потерь фотонов можно наблюдать эффекты восстановления

и затухания осцилляций Раби. При этом значение корреляционной функции второго порядка весьма близко к нулевому. Следует отметить, что в отличие от случая начального когерентного состояния поля, для сжатого начального состояния поля корреляционная функция демонстрирует поведение, свидетельствующее об антигруппировке фотонов. И только для значительных расстройок ($\delta = 50, 100$) или потерь фотонов ($k=0.001, 0.01$) существует тенденция роста значения $G_1^{(2)}(t)$, так что на больших временах появляется эффект группировки фотонов. Однако уменьшение добротности резонатора и увеличение расстройки приводит к значительному уменьшению амплитуд осцилляций Раби.

В конце обсуждения остановимся под-

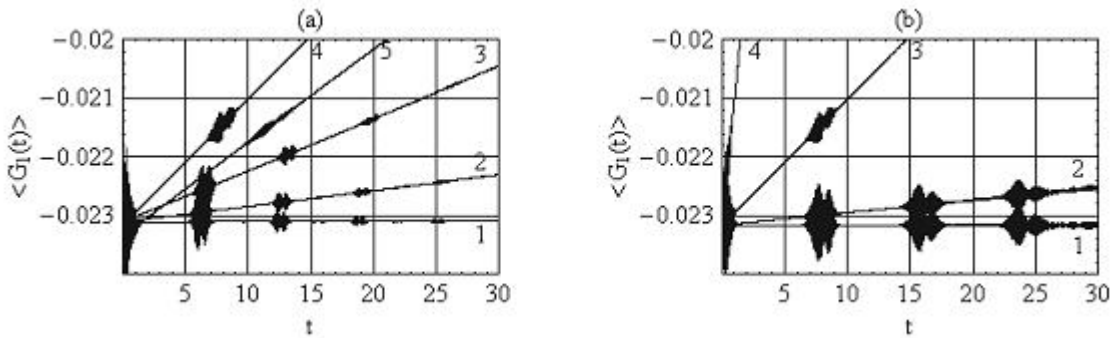


Рис. 3. Корреляционная функция второго порядка для первой моды поля при значениях параметров

$$\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle = 30, r_1 = 0.8, r_2 = 1$$

a – $k=0.001$; 1 – $\delta = 0$; 2 – $\delta = 10$; 3 – $\delta = 20$; 4 – $\delta = 50$; 5 – $\delta = 100$;

b – $\delta = 50$; 1 – $k = 0$; 2 – $k = 0.0001$; 3 – $k = 0.001$; 4 – $k = 0.01$

робнее на явлениях полевого и атомного сжатия. Для исследования свойств сжатия поля излучения определим медленно меняющиеся эрмитовы квадратурные операторы для полей

$$X_1^{(i)} = \frac{1}{2}(a_i e^{i\omega t} + a_i^+ e^{-i\omega t}),$$

$$X_2^{(i)} = \frac{1}{2\text{ч}}(a_i e^{i\omega t} - a_i^+ e^{-i\omega t}) \quad (i=1,2).$$

Коммутационное соотношение для $X_1^{(i)}$ и $X_2^{(i)}$ записывается как $[X_1^{(i)}, X_2^{(i)}] = \text{ч}/2$. Вариации

$$(\Delta X_j^{(i)})^2 = \langle (X_j^{(i)})^2 \rangle - \langle X_j^{(i)} \rangle^2 \quad (j=1,2)$$

удовлетворяют соотношению неопределенностей $(\Delta X_1^{(i)})^2 (\Delta X_2^{(i)})^2 \geq 1/16$. Для вакуумного и когерентного состояний поля вариации равны $1/4$. Поле находится в сжатом состоянии, если имеет место соотношение $(\Delta X_j^{(i)})^2 < 1/4$ для $j=1$ или 2 .

Условие сжатия в j -й квадратуре $\Delta X_j^{(i)}$ можно просто записать как

$$S_j^{(i)} < 1,$$

где параметр сжатия

$$S_j^{(i)} = 4\Delta X_j^{(i)} \quad (j=1,2).$$

Для определенности рассмотрим свойства сжатия для первой моды поля излучения. В терминах фотонных операторов параметр сжатия первой моды можно представить как

$$S = \langle a_1^2 \rangle + \langle a_1^{+2} \rangle + 2\langle a_1^+ a_1 \rangle - (\langle a_1^+ + a_1 \rangle)^2 + 1,$$

здесь

$$\begin{aligned} \langle a_1^2 \rangle + \langle a_1^{+2} \rangle &= \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} \sqrt{n_1+2} \left(\gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+2 n_2}^+ \sqrt{n_1+1} + \gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+2 n_2}^- \sqrt{n_1+3} \right) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+2 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \cos([\Omega_{n_1+2 n_2} - \Omega_{n_1 n_2}]t) + \\ &+ (\gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+2 n_2}^- \sqrt{n_1+1} - \gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+2 n_2}^+ \sqrt{n_1+3}) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+2 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \cos([\Omega_{n_1+2 n_2} + \Omega_{n_1 n_2}]t) + \\ &+ (\gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+2 n_2}^- \sqrt{n_1+1} + \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+2 n_2}^+ \sqrt{n_1+3}) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \langle \Psi_{n_1+2 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos([\Omega_{n_1+2 n_2} - \Omega_{n_1 n_2}]t) + \\ &+ (\gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+2 n_2}^+ \sqrt{n_1+1} - \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+2 n_2}^- \sqrt{n_1+3}) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+2 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos([\Omega_{n_1+2 n_2} + \Omega_{n_1 n_2}]t) \}, \\ \langle a_1 \rangle + \langle a_1^+ \rangle &= \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} \left(\gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+1 n_2}^+ \sqrt{n_1+1} + \gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+1 n_2}^- \sqrt{n_1+2} \right) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \cos([\Omega_{n_1+1 n_2} - \Omega_{n_1 n_2}]t) + \\ &+ (\gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+1 n_2}^- \sqrt{n_1+1} - \gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+1 n_2}^+ \sqrt{n_1+2}) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+1 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^+ \rangle \cos([\Omega_{n_1+1 n_2} + \Omega_{n_1 n_2}]t) + \\ &+ (\gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+1 n_2}^- \sqrt{n_1+1} + \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+1 n_2}^+ \sqrt{n_1+2}) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+1 n_2}^- | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos([\Omega_{n_1+1 n_2} - \Omega_{n_1 n_2}]t) + \\ &+ (\gamma_{n_1 n_2}^- \gamma_{n_1+1 n_2}^+ \sqrt{n_1+1} - \gamma_{n_1 n_2}^+ \gamma_{n_1+1 n_2}^- \sqrt{n_1+3}) \times \\ &\times \langle \Psi_{n_1+1 n_2}^+ | W | \Psi_{n_1 n_2}^- \rangle \cos([\Omega_{n_1+1 n_2} + \Omega_{n_1 n_2}]t) \}, \\ \text{и } \langle a_1^+ a_1 \rangle &= \langle N_1(t) \rangle. \end{aligned}$$

Значение $S(t) < 1$ подразумевает сжатие в первом квадратурном компоненте. На рис. 4 представлена динамика параметра сжатия для различных значений δ и k и большой начальной интенсивности поля. При различных расстройках возникает сжатие как в начальный момент времени (так как поле в начальный момент приготовлено в сжатом состоянии), так и через довольно большой интервал времени. С увеличением δ наблюдается тенденция к увеличению промежутка времени, через который вторично появляется сжатие, и увеличение времени существования сжатого поля. При этом значение сжатия почти достигает начального уровня. В неидеальном резонаторе эффект сжатия пропадает (сжатое поле существует очень незначительное время в начальный момент). Таким образом, можно сделать вывод, что неидеальность резонатора разрушает свойства сжатия поля.

Для исследования атомного сжатия воспользуемся следующими определениями дисперсионного и абсорбционного компонентов медленно меняющегося атомного дипольного момента [33]

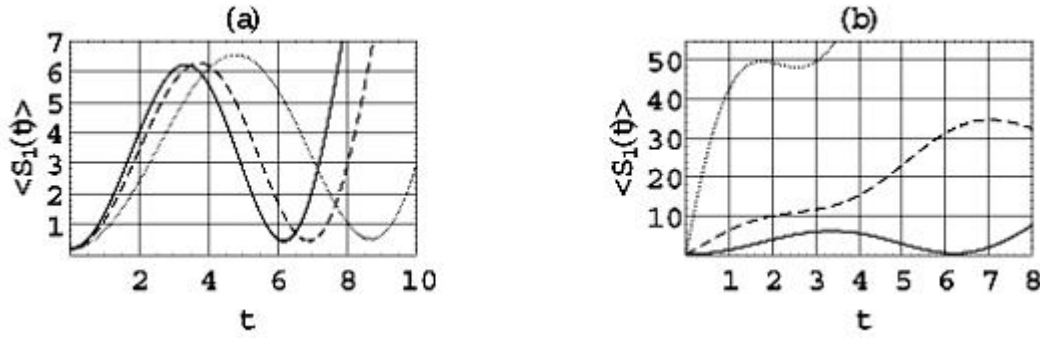


Рис. 4. Сжатие для первой моды поля при значениях параметров $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle = 50, r_1 = 0,8, r_2 = 1$
 а – $k = 0$ и $\delta = 0$ (сплошная кривая), $\delta = 50$ (штрихованная кривая), $\delta = 100$ (точечная кривая);
 б – $\delta = 10$ и $k = 0$ (сплошная кривая), $k = 0,0001$ (штрихованная кривая), $k = 0,001$ (точечная кривая)

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} (R^+ e^{-i\omega_0 t} + R^- e^{i\omega_0 t})$$

и

$$\sigma_2 = \frac{1}{2i} (R^+ e^{-i\omega_0 t} - R^- e^{i\omega_0 t})$$

соответственно. Они подчиняются коммутационному соотношению

$$[\sigma_1, \sigma_2] = \frac{1}{2} \sigma_3$$

и соответствующему соотношению неопределенностей

$$(\Delta\sigma_1)^2 (\Delta\sigma_2)^2 \geq \frac{1}{16} \langle \sigma_3 \rangle^2.$$

Атомное состояние является сжатым, когда y_1 или y_2 удовлетворяет соотношению

$$(\Delta\sigma_i)^2 < \frac{1}{4} |\langle \sigma_3 \rangle|, \quad (i=1,2). \tag{9}$$

Так как

$$(\Delta\sigma_1)^2 = \frac{1}{4} - (\text{Re} \langle \sigma \rangle e^{i\omega_0 t})^2,$$

$$(\Delta\sigma_2)^2 = \frac{1}{4} - (\text{Im} \langle \sigma \rangle e^{i\omega_0 t})^2,$$

то условие, описанное уравнением (9) можно представить в виде

$$F_1 = \frac{1 - 4 (\text{Re} \langle \sigma \rangle e^{i\omega_0 t})^2}{|\langle \sigma_3 \rangle|} < 1$$

или

$$F_2 = \frac{1 - 4 (\text{Im} \langle \sigma \rangle e^{-i\omega_0 t})^2}{|\langle \sigma_3 \rangle|} < 1$$

для сжатия дисперсионного или абсорбционного компонента атомного дипольного момента.

Здесь

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle e^{-i\omega_0 t} = & \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} \{ \gamma_{n_1+1, n_2}^+ \gamma_{n_1, n_2}^- e^{-i(\Omega_{n_1+1, n_2+1} - \Omega_{n_1, n_2})} \langle \Psi_{n_1, n_2}^+ | W | \Psi_{n_1+1, n_2+1}^+ \rangle - \\ & \gamma_{n_1+1, n_2+1}^+ \gamma_{n_1, n_2}^+ e^{-i(\Omega_{n_1+1, n_2+1} + \Omega_{n_1, n_2})} \langle \Psi_{n_1, n_2}^- | W | \Psi_{n_1+1, n_2+1}^+ \rangle + \\ & \gamma_{n_1+1, n_2+1}^- \gamma_{n_1, n_2}^- e^{i(\Omega_{n_1+1, n_2+1} + \Omega_{n_1, n_2})} \langle \Psi_{n_1, n_2}^+ | W | \Psi_{n_1+1, n_2+1}^- \rangle - \\ & \gamma_{n_1+1, n_2+1}^- \gamma_{n_1, n_2}^+ e^{i(\Omega_{n_1+1, n_2+1} - \Omega_{n_1, n_2})} \langle \Psi_{n_1, n_2}^- | W | \Psi_{n_1+1, n_2+1}^- \rangle \}, \end{aligned}$$

и $\langle \sigma_3 \rangle = \langle R_e \rangle - \langle R_g \rangle$ – атомная инверсия в представлении “одетых” состояний.

Результаты для обоих компонентов для различных k и δ и средних по интенсивности начальных полей ($\langle n_1 \rangle = 15, \langle n_2 \rangle = 10$) представлены на рис. 5-6. Дисперсионная часть F_1 не испытывает сжатия в начальный момент времени, абсорбционная часть F_2 , напротив, практически сразу уменьшается до значений < 1 .

Как F_1 , так и F_2 рекуррентно демонстрируют сжатие только на малых временах атомно-полевого взаимодействия. Количество сжатия уменьшается с увеличением параметра k . Если параметр k достаточно велик, то сжатие в дисперсионной части исчезает, а сжатие в абсорбционной части возни-

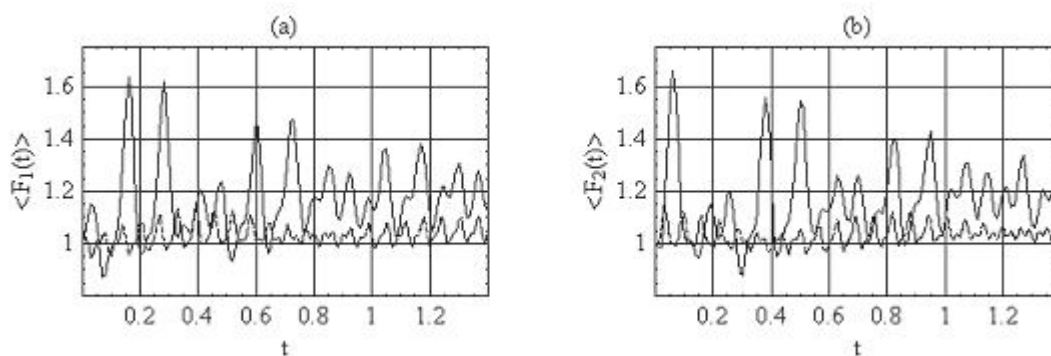


Рис. 5. Дисперсионная (а) и абсорбционная (б) компоненты атомного дипольного момента

для $\langle N_1 \rangle = 15$, $\langle N_2 \rangle = 10$, $r_1 = 0,8$, $r_2 = 1$ $k = 0,001$:

$\delta = 0$ (сплошная кривая); $\delta = 100$ (точечная кривая)

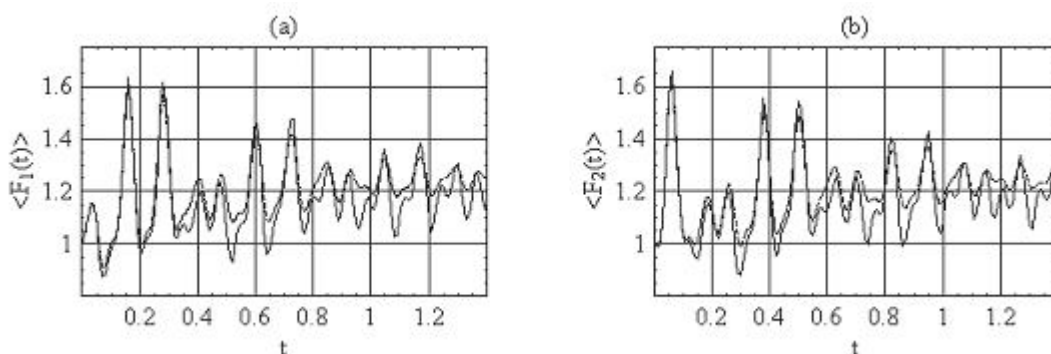


Рис. 6. Дисперсионная (а) и абсорбционная (б) компоненты атомного дипольного момента

для $\langle N_1 \rangle = 15$, $\langle N_2 \rangle = 10$, $r_1 = 0,8$, $r_2 = 1$ $\delta = 0$

$k = 0$ (сплошная кривая); $k = 0,001$ (точечная кривая)

кает только один раз в начальный момент времени. С увеличением параметра δ количество сжатия в дисперсионном и абсорбционном компонентах уменьшается, в то время как временной интервал, для которого еще возникает сжатие, увеличивается.

Заключение

В данной работе была рассмотрена невырожденная двухфотонная модель Джейнса-Каммингса в неидеальном резонаторе с расстройкой. На основе решений уравнения матрицы плотности в представлении “одежных” состояний проведен анализ динамического поведения среднего числа фотонов, атомных населенностей, корреляционных функций второго порядка и параметров сжатия для поля и атома. Неидеальность резонатора оказывает значительное влияние на амплитуды осцилляций среднего числа фотонов, атомных населенностей, корреляцион-

ной функции второго порядка, на свойства сжатия поля и атомного дипольного момента. Для небольших потерь фотонов из резонатора эффект сжатия поля пропадает. За рамками данного исследования оставлен Штарковский сдвиг. Влияние данного эффекта на динамику модели будет рассмотрено позднее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физика квантовой информации / Под ред. Д. Боумейстера и др. М.: Постмаркет, 2002. Walter W 1996 Usp. Fiz. Nauk. 777.
2. Barnett S.M., Knight P.L. Dissipation in a fundamental model of quantum optical resonance // Phys.Rev. 1986. V.A33. №4.
3. Puri R.R., Agarwal G.S. Finite-Q cavity electrodynamics; Dynamical and statistical aspects // Phys.Rev. 1987. V.A35. №8.
4. Bashkirov E K, Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Collective spontaneous radiation of two

- atoms in finite-Q cavity // *Physica* . 1990. V.A167.
5. *Gea-Banachloce J.* Jaynes-Cummings model with quasiclassical fields: The effect of dissipation // *Phys. Rev.* 1993. V.A47. №3.
 6. *Linder A et al.* Jaynes-Cummings-model with damping at resonance // *Eur. Phys. J.* 2001. VD17.
 7. *Kuang L.M., Chen X., Chen G.H., Ge M.L.* Jaynes-Cummings model with phase damping // *Phys. Rev.* 1997. V.A56. №4.
 8. *Hessian H.A., Ritsch H.J.* Influence of phase damping on nonclassical properties of two-mode Jaynes-Cummings model // *J.Phys.* 2002. V.B35.
 9. *Brune M., Raimond J.M., Goy P., Davidovich L., Haroche S.* Realization of a two-photon maser oscillator // *Phys. Rev. Lett.* 1987. V.A59. №17.
 10. *Puri R.R., Agarwal G.S.* Coherent two-photon transitions in Rydberg atoms in a cavity with finite Q // *Phys.Rev.* . 1988. V.A37. №10.
 11. *Adam G., Seke J., Hittmair O.* Two- and One-photon transitions in a three-level atom inside a cavity with arbitrary damping // *Phys. Rev.* 1990. V.A42.
 12. *Zhou L., Song H.S., Luo Y.X., Li C.* Dissipative dynamics of two-photon Jaynes-Cummings model with the Stark shift in the dispersive approximation // *Phys. Lett.* 2001. V.A284.
 13. *Gou S.C.* Quantum behaviour of a two-level atom interacting with two modes of light in a cavity // *Phys. Rev.* 1989. V.A40. №9.
 14. *Gerry C.C., Eberly J.H.* Dynamics of a Raman coupled model interacting with two quantized cavity field // *Phys. Rev.* 1990. V.A42. № 11.
 15. *Joshi A., Puri R.R.* Characteristics of Rabi oscillations in the two-mode squeezed state of the field // *Phys. Rev.* 1990. V.42. №7.
 16. *Ashraf M.M.* Cavity field spectra of the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model // *Phys.Rev.* 1994. V.A50. №6.

DISSIPATIVE DYNAMICS OF NONDEGENERATE TWO-PHOTON JAYNES-CUMMINGS MODEL

© 2005 E.K. Bashkirov, M.S. Rusakova

Samara State University

A nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model is investigated where the leakage of photon through the cavity is taken into account. The effect of cavity damping on the mean photon number, atomic populations, field statistics and both field and atomic squeezing is considered on the basis of master equation in dressed-state approximation for initial squeezed fields and excited atom.