

## ЭВОЛЮЦИИ ВО ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИ АСИММЕТРИЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ

© 2006 В.В. Любимов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается нерезонансное движение динамически асимметричных космических аппаратов (КА) в атмосфере. Малая асимметрия этих аппаратов включает массовую, аэродинамическую и инерционную. При совпадении двух частот в системе уравнений движения КА может произойти реализация длительного резонанса, который приводит на практике к увеличению угла атаки до недопустимо больших величин. Основное внимание в работе сосредотачивается на изучении нерезонансных эволюций вращательного движения аппарата, вызванных влиянием резонанса. Эти явления известны как вторичные резонансные эффекты. Их исследование производится по усредненным в нерезонансном случае уравнениям движения КА. Аналитическое исследование вращательного движения динамически несимметричного аппарата сопровождается численными расчетами, результаты которых приводятся.

Несмотря на значительное число работ отечественных и зарубежных ученых по проблеме резонансов и их устойчивости при движении неуправляемого КА в атмосфере, в настоящее время некоторые вопросы остаются мало изученными. В частности, это относится к вторичным резонансным эффектам и связанной с ними внешней устойчивостью резонансов. Данные явления изучались также в работах Ю.А. Садова при рассмотрении двухчастотных систем с медленно изменяющимися переменными [1]. Кроме того, при анализе устойчивости главного резонанса в работе [2] Заболотновым Ю.М. было обнаружено нарастающее вращение КА с малой массовой и аэродинамической асимметриями (динамически симметричный аппарат) в атмосфере. Удалось показать [3], что указанное вращение аппарата вызвано влиянием вторичного резонансного эффекта. В представленной работе исследуется влияние вторичных резонансных эффектов на эволюции угловой скорости и угла атаки при движении динамически асимметричного КА в атмосфере.

В качестве исходных уравнений движения КА рассматривается нелинейная “низкочастотная” система, полученная из полной нелинейной системы с помощью

известного асимптотического метода [4]. Кроме того, можно показать, что данные уравнения можно получить методом интегральных многообразий [5]. Она существенно проще исходной системы и описывает эволюции во вращательном движении КА в атмосфере. Эта система имеет следующий вид:

$$\frac{d\omega_x}{dt} = -\varepsilon \frac{m^A}{I_x} \sin(\theta + \theta_2) + \varepsilon \frac{m^A \omega_{1,2}^2 \sin^2 \alpha}{I_x} \cos(2\theta + 2\theta_3), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} = & -\varepsilon \frac{2m^A \omega_a \omega_{1,2} \sin \alpha}{F_a} \times \\ & \times \left[ \omega_x + \frac{\omega_{1,2}^2 \sin^2 \alpha}{2\omega_a} \right] \cos(2\theta + 2\theta_3) - \\ & - \varepsilon \frac{2m^A \omega_a}{F_a} \cos(\theta + \theta_1) + \\ & + \varepsilon^3 \frac{4m_{zn} \omega_a^2 SL}{IF_a} \dot{q}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_{1,2} \cos \alpha. \quad (3)$$

Здесь  $\varepsilon$  – малый параметр, характеризующий величину малой асимметрии аппарата и медленность изменения параметров движения центра масс ( $\dot{q} = dq/dt = O(\varepsilon^3)$  – при входе в атмосферу влияние изменения скоростного напора на угол атаки слабее влияния асимметрии),  $\omega_x$  – угловая скорость КА относительно продольной оси,  $\alpha = \alpha_n$  – пространственный угол атаки,  $\theta = \varphi_n - \pi/2$ ,  $\varphi_n$  – аэродинамический угол крена,  $m_x^A$ ,  $m^A$ ,  $m^\Delta$  – обобщенные параметры асимметрии,

$$m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2},$$

$$m_{x1}^A = -c_{y1} \overline{\Delta y} \omega^2 \operatorname{tg} \alpha / m_{zn},$$

$$m_{x2}^A = -c_{y1} \overline{\Delta z} \omega^2 \operatorname{tg} \alpha / m_{zn},$$

$$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A,$$

$$\cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A,$$

$$m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2},$$

$$m_1^A = -(m_y^\Phi - c_{x1} \overline{\Delta z}) \omega^2 \operatorname{tg} \alpha / m_{zn},$$

$$m_2^A = -(m_z^\Phi + c_{x1} \overline{\Delta z}) \omega^2 \operatorname{tg} \alpha / m_{zn},$$

$$\sin \theta_1 = m_1^A / m^A, \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A,$$

$$m^\Delta = \sqrt{(\overline{I_{yz}})^2 + (\overline{\Delta I})^2},$$

$$\sin 2\theta_3 = \overline{\Delta I} / m^\Delta, \quad \cos 2\theta_3 = -\overline{I_{yz}} / m^\Delta,$$

$$\overline{\Delta z} = \Delta z / L,$$

$\overline{\Delta y} = \Delta y / L$  – массовая асимметрия,

$m_y^\Phi, m_z^\Phi$  – аэродинамические коэффициенты асимметрии формы,

$$I = (I_y + I_z) / 2,$$

$$\Delta I = (I_z - I_y) / 2, \quad \overline{\Delta I} = \Delta I / I, \quad \overline{I_{yz}} = I_{yz} / I$$

– динамическая асимметрия,  $c_{x1}, c_{y1}, m_{zn}$  – коэффициенты лобового сопротивления, подъемной силы и восстанавливающего момента,  $\omega_{1,2} = (\overline{I_x} \omega_x / 2 \pm \omega_a) / \cos \alpha$  – частоты “прямой” и “обратной” прецессий,  $\omega_a = \sqrt{\overline{I_x} \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$ ,  $\omega^2 = -m_{zn} q S L \operatorname{ctg} \alpha / I$ ,  $q$  – скоростной напор, S и L – характерные размеры аппарата,

$$F_a = -\frac{m_{zn}^\alpha q S L}{I} + \omega_{1,2}^2 - 2\omega_a \omega_{2,1} \cos \alpha.$$

В уравнениях (1)-(3) учитывается главный резонанс, которому соответствует условие:  $\omega_x - \omega_{1,2} \cos \alpha \cong 0$ . Главный резонанс оказывает наибольшее влияние на эволюцию медленных переменных по сравнению с резонансами высших порядков. Из решения последнего уравнения находится резонансное значение угловой скорости

$\omega_x^r$ :

$$\omega_x^r = \pm \frac{\omega}{\sqrt{1 - \overline{I_x}}}. \quad (4)$$

Знак в выражении (4) совпадает со знаком угловой скорости  $\omega_x$ .

Система (1)-(3) является стандартной системой для применения метода усреднения. Она относится к классу систем с несколькими медленными переменными и одной быстрой фазой  $\theta$ . В стандартной форме она имеет следующий вид:

$$\frac{dz}{dt} = \varepsilon Z(z, \theta, \varepsilon), \quad (5)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(z). \quad (6)$$

Здесь  $z = \{\omega_x, \alpha\}$  – вектор медленных

переменных,  $\omega(z) = \omega_x - \omega_{1,2}$ ,  $Z(z, \theta, \varepsilon)$  – вектор-функция правых частей уравнений (1) и (2).

Усредняя систему (5)-(6) по быстрой фазе в нерезонансном случае (окрестность резонанса  $\omega_x - \omega_{1,2} = O(\sqrt{\varepsilon})$ ) можно получить уравнения, описывающие эволюцию медленных переменных:

$$\frac{dz^o}{dt} = \varepsilon A_1(z^o) + \varepsilon^2 A_2(z^o) + \varepsilon^3 A_3(z^o) + \dots, \tag{7}$$

где функции  $A_i, i=1,2,3,\dots$  – находятся с помощью известного метода [6].

Усредним систему (5)-(6) на нерезонансных участках движения с учетом высших приближений. Для описания нерезонансных эволюций, связанных с резонансом, во вращательном движении динамически симметричного КА достаточно учесть первые два приближения метода усреднения [3]. Причем эволюции проявляются во втором приближении (при нулевом первом приближении) и являются результатом действия возмущающих моментов от сочетания массовой и аэродинамической асимметрий.

При усреднении системы (1)-(3), влияние инерционной асимметрии на нерезонансные эволюции системы определяется членами третьего приближения метода усреднения. При этом первые два приближения должны быть равны нулю.

Анализ усредненных уравнений для динамически несимметричного КА показывает, что здесь возможны два частных случая по сочетаниям действующих возмущений.

**Первый частный случай.** Имеется аэродинамическая и инерционная асимметрия, а массовая асимметрия отсутствует, т.е.  $m_x^A = 0$ .

**Второй частный случай.** Имеются все

три типа асимметрий, однако, сочетание массовой и аэродинамической асимметрий таково, что обобщенный параметр  $m^A = 0$ .

Рассмотрим подробнее эти два случая.

**Первый частный случай.** Усредняя уравнения (1) и (2) на нерезонансных участках движения КА с учетом первых трех приближений метода усреднения при  $m_x^A = 0$ , получим:

$$\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle = \varepsilon^3 \left\{ -\frac{\bar{m}^A f_3}{\Delta^2} \frac{\partial(\bar{m}^A f_3 \frac{\partial f_2}{\partial \alpha})}{\partial \alpha} + \frac{\bar{m}^A f_2 f_3}{\Delta^3} \frac{\partial(\bar{m}^A f_3 \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha})}{\partial \alpha} + \frac{3(\bar{m}^A f_3)^2}{\Delta^4} \times \right. \\ \left. \times \left( \Delta \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} - f_2 \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right)^2 \right) \right\} \times \frac{m^A \cos[2(\theta_1 - \theta_3)]}{8}, \tag{8}$$

$$\left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle = \varepsilon^3 \left\{ \frac{\bar{m}^A f_3 f_1}{\Delta^3} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (\bar{m}^A f_3) \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} - \bar{m}^A f_3 \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \alpha^2} \right] - \frac{\bar{m}^A f_3}{\Delta^3} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\bar{m}^A f_3 \Delta) \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} + \right. \\ \left. + \frac{f_1}{\Delta^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (\bar{m}^A f_3) \right]^2 - \frac{\bar{m}^A f_2}{\Delta^3} \frac{\partial f_3}{\partial \omega_x} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (\bar{m}^A f_3) \Delta + 2\bar{m}^A f_3 \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right] - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{(\bar{m}^A)^2 f_3}{\Delta^2} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} + \\
 & + \frac{(\bar{m}^A)^2 f_3^2}{2\Delta^4} \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left[ 7f_2 \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} - 4\Delta \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \right] + \\
 & + \frac{(\bar{m}^A)^2 f_3^2}{2\Delta^4} \left[ 2\Delta^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial \alpha^2} - f_1 \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right)^2 \right] \times \\
 & \times \frac{m^\Delta \cos[2(\theta_1 - \theta_3)]}{8} + \varepsilon^3 f_{13}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{2\omega_a \omega_{1,2} \sin \alpha}{F_a} \left( \omega_x + \frac{\omega_{1,2}^2 \sin^2 \alpha}{2\omega_a} \right), \\
 f_2 &= \frac{\omega_{1,2}^2 \sin^2 \alpha}{\bar{I}_x}, \quad f_3 = \frac{2\omega_a \omega^2}{F_a}, \\
 f_{13} &= \frac{4m_{zn} \omega_a^2 SL}{IF_a} \dot{q}.
 \end{aligned}$$

Из уравнений (8) и (9) следует, что скорости эволюций медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  в данном частном случае прямо пропорциональны величинам обобщенных параметров асимметрии. Кроме того, резонанс  $\Delta = 0$  приводит к этим эволюциям посредством вторичных резонансных эффектов, поскольку, все члены уравнений (8) и (9) содержат в знаменателях расстройку частот  $\Delta$ .

Из уравнений (8) и (9) следует, что характер эволюций переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  относительно резонанса  $\Delta = 0$  определяют также выражения, стоящие в этих уравнениях в фигурных скобках. Так, при выполнении условий (10)

$$|f_6| > |f_5|,$$

$$|f_8| > \left| f_7 + \frac{8f_{13}}{m^\Delta \cos(2\theta_1 - 2\theta_3)} \right|, \quad (10)$$

где  $f_5 = \frac{\bar{m}^A f_3}{\Delta^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \bar{m}^A f_3 \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \right) +$

$$+ \frac{3(\bar{m}^A f_3)^2 f_2}{\Delta^4} \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right)^2,$$

$$f_6 = \frac{\bar{m}^A f_2 f_3}{\Delta^3} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \bar{m}^A f_3 \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right) +$$

$$+ \frac{3(\bar{m}^A f_3)^2}{\Delta^3} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \frac{\partial f_2}{\partial \alpha},$$

$$f_7 = - \frac{\bar{m}^A f_3}{\Delta^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \bar{m}^A f_3 \right) \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} +$$

$$+ \frac{f_1}{\Delta^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \bar{m}^A f_3 \right) \right]^2 -$$

$$- \frac{\bar{m}^A f_2}{\Delta^2} \frac{\partial f_3}{\partial \omega_x} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \bar{m}^A f_3 \right) \right] -$$

$$- \frac{(\bar{m}^A)^2 f_3}{\Delta^2} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} +$$

$$+ \frac{(\bar{m}^A)^2 f_3^2}{2\Delta^4} \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left[ 7f_2 \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right] +$$

$$+ \frac{(\bar{m}^A)^2 f_3^2}{\Delta^4} \left[ \Delta^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial \alpha^2} - \frac{f_1}{2} \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right)^2 \right],$$

$$f_8 = \frac{\bar{m}^A f_3 f_1}{\Delta^3} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \bar{m}^A f_3 \right) \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\bar{m}^A f_3}{\Delta^3} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \alpha^2} \left] - \frac{(\bar{m}^A f_3)^2}{\Delta^3} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} - \right. \\
 & -\frac{\bar{m}^A f_2}{\Delta^3} \frac{\partial f_3}{\partial \omega_x} \left[ 2\bar{m}^A f_3 \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \right] - \\
 & -\frac{2(\bar{m}^A)^2 f_3^2}{\Delta^3} \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \right]
 \end{aligned}$$

резонанс  $\Delta = 0$  сохраняет тенденцию своего влияния на переменные  $\omega_x$  и  $\alpha$  в пределах нерезонансных участков движения (“притягивает” их к себе или “отталкивает” от себя) вне зависимости от того, с какой стороны по отношению к нему происходит эволюция ( $\Delta > 0$  или  $\Delta < 0$ ).

Напротив, при выполнении условий (11)

$$\begin{aligned}
 & |f_5| > |f_6|, \\
 & |f_7| > \left| f_8 + \frac{8f_{13}}{m^A \cos(2\theta_1 - 2\theta_3)} \right|, \quad (11)
 \end{aligned}$$

влияние резонанса  $\Delta = 0$  на эволюцию переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  определяется тем, с какой стороны по отношению к нему происходит эволюция. Например, при выполнении первого условия (11), если при  $\Delta > 0$

резонанс  $\Delta = 0$  “притягивал” значения угловой скорости  $\omega_x$  ( $\omega_x \rightarrow \omega_x^r$  на нерезонансных участках), то при  $\Delta < 0$  он будет “отталкивать” значения  $\omega_x$  и наоборот.

На рис.1 представлены эволюции медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$ , вызванные влиянием резонанса  $\Delta = 0$  в данном частном случае. Кривая 1 на данном рисунке показывает изменение со временем резонансных значений угловой скорости  $\omega_x$ . Кривые 2 и 3 описывают поведение, соответственно, усредненной и не усредненной угловой скорости  $\omega_x$ , а кривые 4 и 5 – определяют изменение усредненного и не усредненного угла атаки  $\alpha$ .

Из рис.1 следует, что усредненные значения данных медленных переменных, качественно, повторяют эволюции этих переменных до их усреднения. Кроме того, на рис.1 прослеживается увеличение скорости изменения переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  при приближении к резонансу  $\Delta = 0$ . Такое поведение медленных переменных характерно при вторичных резонансных эффектах.

**Второй частный случай.** Аналогично, усредняя уравнения (1) и (2) на нерезонансных участках движения КА с учетом первых трех приближений метода усреднения при  $m^A = 0$  получим:

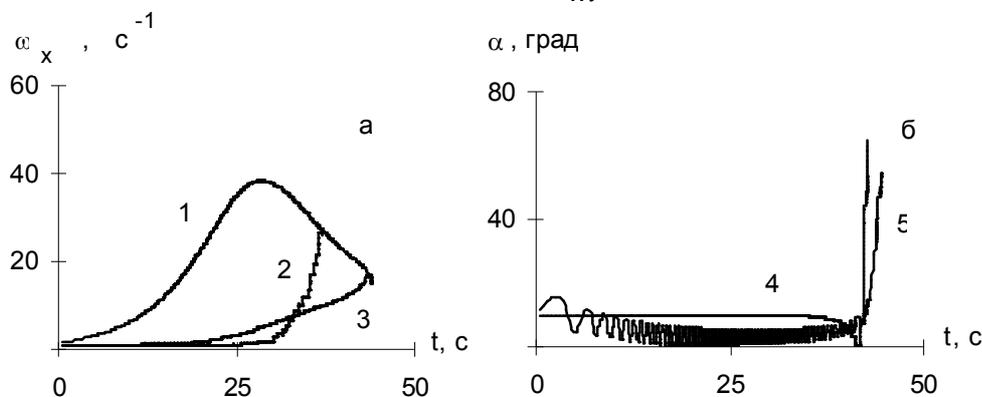


Рис. 1. Эволюции медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$ :

Исходные данные для построения  $-\bar{m}^A m^A = 0.005, 2\theta_2 - 2\theta_3 = 0$ .

$$\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle = \varepsilon^3 (\bar{m}_x^A)^2 m^\Delta \cos[2(\theta_2 - \theta_3)] \times$$

$$\times \left\{ \frac{f_4^2}{16\Delta^4} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left[ 7 \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} f_1 - 4 \frac{\partial f_1}{\partial \omega_x} \Delta \right] + \right.$$

$$+ \frac{f_4^2}{16\Delta^4} \left[ 2\Delta^2 \frac{\partial^2 f_2}{\partial \omega_x^2} - \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \right)^2 f_2 \right] -$$

$$\left. - \frac{f_4^2}{8\Delta^3} \frac{\partial}{\partial \omega_x} \left[ \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} f_2 \right] \right\}, \quad (12)$$

$$\left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle = \varepsilon^3 (\bar{m}_x^A)^2 m^\Delta \cos[2(\theta_2 - \theta_3)] \times$$

$$\times \left\{ \frac{f_4^2 f_1}{8\Delta^4} \left[ \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \omega_x^2} \Delta - 3 \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \right)^2 \right] + \right.$$

$$+ \frac{f_4^2}{8\Delta^3} \left[ 3 \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{\partial f_1}{\partial \omega_x} - \frac{\partial^2 f_1}{\partial \omega_x^2} \Delta \right] \left. \right\} +$$

$$+ \varepsilon^3 \frac{4m_{zn} \omega_a^2 SL}{IF_a} \dot{q}, \quad (13)$$

где  $f_4 = \frac{\omega^2}{I_x}$ .

Уравнения (12) и (13) описывают эволюцию угловой скорости  $\omega_x$  и угла атаки  $\alpha$  в случае  $m^A=0$  на нерезонансных участках движения, вызванную влиянием главного резонанса  $\Delta=0$ . Это следует из вида данных уравнений, которые содержат в знаменателях своих правых частей резонансные расстройки частот  $\Delta$ . При приближении к резонансу  $|\Delta|$  уменьшаются, поэтому скорость эволюций переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  увеличивается. Так проявляют себя вторичные резонансные эффекты.

Из уравнений (12) и (13) видно, что скорости эволюций переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  прямо пропорциональны обобщенному параметру асимметрии

$$\left( \bar{m}_x^A \right)^2 m^\Delta \cos(2\theta_2 - 2\theta_3).$$

Характер поведения этих медленных переменных относительно резонанса  $\Delta=0$  определяют также выражения, стоящие в фигурных скобках в уравнениях (12) и (13). Например, при выполнении условий (14)

$$|f_9| < |f_{10}|,$$

$$\left| f_{11} + \frac{8f_{13}}{m^\Delta (\bar{m}_x^A)^2 \cos(2\theta_2 - 2\theta_3)} \right| < |f_{12}|,$$

(14)

где  $f_9 = \frac{f_4^2}{2\Delta^4} \left[ 7 \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} f_1 + \right.$

$$\left. + 2\Delta^2 \frac{\partial^2 f_2}{\partial \omega_x^2} - \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \right)^2 f_2 \right],$$

$$f_{10} = \frac{f_4^2}{\Delta^3} \left[ 2 \frac{\partial f_1}{\partial \omega_x} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \omega_x} \left[ \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} f_2 \right] \right],$$

$$f_{11} = \frac{f_4^2}{\Delta^2} \left[ \frac{\partial^2 f_1}{\partial \omega_x^2} \right] + \frac{f_4^2 f_1}{\Delta^4} \left[ 3 \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \right)^2 \right],$$

$$f_{12} = \frac{f_4^2 f_1}{\Delta^3} \left[ \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \omega_x^2} \right] + \frac{f_4^2}{\Delta^3} \left[ 3 \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{\partial f_1}{\partial \omega_x} \right]$$

резонанс  $\Delta=0$  сохраняет тенденцию своего влияния на переменные  $\omega_x$  и  $\alpha$  в пределах нерезонансных участков движения (“притягивает” их к себе или “отталкивает” от себя) вне зависимости от того, с какой стороны по отношению к нему происходит эволюция ( $\Delta > 0$  или  $\Delta < 0$ ).

Напротив, при выполнении условий

(15)

$$|f_9| > |f_{10}|,$$

$$|f_{11}| > \left| f_{12} + \frac{8f_{13}}{m^\Delta (\bar{m}_x)^2 \cos(2\theta_2 - 2\theta_3)} \right|,$$

(15)

где  $\Delta = 0$  на изменение переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  зависит от того, с какой стороны по отношению к нему происходит эволюция. Например, при выполнении условия (16), если при  $\Delta > 0$  резонанс  $\Delta = 0$  “притягивал” значения угловой скорости  $\omega_x$  ( $\omega_x \rightarrow \omega_x^r$  на нерезонансных участках), то при  $\Delta < 0$  он будет “отталкивать” значения  $\omega_x$  и наоборот.

На рис.2 показываются эволюции медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$ , вызванные влиянием резонанса  $\Delta = 0$ .

Обозначения кривых полностью соответствует обозначениям рис.1.

Из рис.2 также следует, что эволюции усредненных значений медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$  повторяет качественно эволюции этих переменных в не усредненном случае. С другой стороны такое изменение данных медленных переменных характерно для вторичных резонансных эффектов.

Исходные данные для построения

рис.2.12:  $\bar{m}_x m^\Delta = 0.007, 2\theta_2 - 2\theta_3 = \pi$ .

Таким образом, получены усредненные уравнения, которые позволяют изучить влияние различных сочетаний массовой, аэродинамической и инерционной асимметрий на движение динамически несимметричного ТТ относительно центра масс. Эти уравнения позволяют сформулировать некоторые новые условия, отражающие особенности влияния резонанса на эволюции медленных переменных при движении динамически несимметричного ТТ в атмосфере.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Садов Ю.А. Вторичные резонансные эффекты в механических системах // Известия РАН. Механика твердого тела. М: 1990. Вып. 4.
2. Заболотнов Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией III // Космические исследования. 1994. Т.32. Вып.4-5.
3. Заболотнов Ю.М., Любимов В.В. Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере // Космические исследования. 1998. Т36. Вып. 2.
4. Белоконов В.М., Белоконов И.В., Заболотнов Ю.М. Ускоренный расчет траекторий снижения в атмосфере неуправляемых КА с учетом их движения относительно центра масс // Космические исследования. 1983. Т.21. Вып. 4.

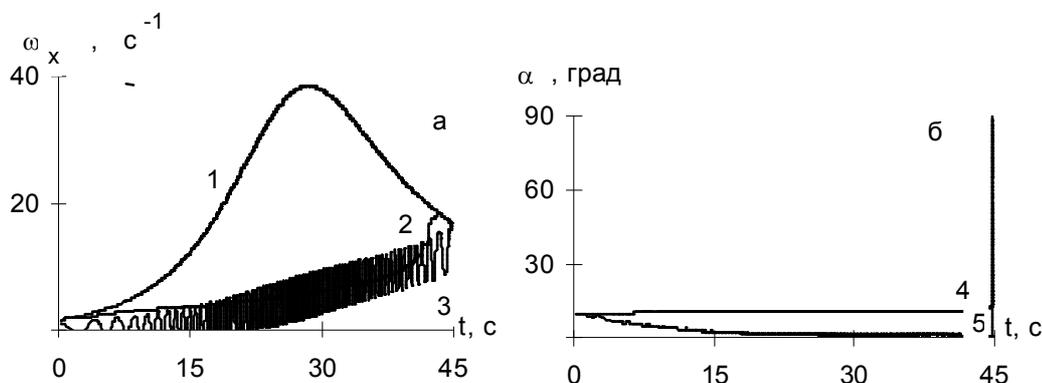


Рис. 2. эволюции медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$

5. *Заболотнов Ю.М.* Метод исследования резонансного движения одной нелинейной колебательной системы // МТТ. 1999. Вып. 1.
6. *Мусеев Н.Н.* Асимптотические методы нелинейной механики // Наука, 1969.

## **EVOLUTIONS IN ROTARY MOVEMENT DYNAMICALLY ASYMMETRIC SPACECRAFTS IN ATMOSPHERE**

© 2006 V.V. Lyubimov

Samara State Aerospace University

Is considered non resonance movement dynamically asymmetric spacecrafts in atmosphere. The small asymmetry of this vehicles includes mass, aerodynamic and inertial. At concurrence of two frequencies in a system of equations of movement spacecraft realization of a long-duration resonance can take place, which results in practice in a increase of a corner of attack up to inadmissibly large sizes. Main attention in work give on study non resonance evolutions of rotary movement of a vehicle, called by influence of resonance. These phenomena are known as secondary resonant effects. Their research is made on averaging in non resonance case to equations of movement spacecraft. The analytical research of rotary movement dynamically asymmetric of a vehicle is accompanied by numerical accounts, the results of which are resulted.