

## РАСЧЕТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

© 2006 Л.Л. Досколович<sup>1</sup>, Е.А. Кадомина<sup>2</sup>, И.И. Кадомин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет

В статье приведены общие сведения о поверхностных волнах (плазмонах) и методе их возбуждения. Предложена простая оптическая система с дифракционной решеткой для возбуждения и интерференции плазмонов. Результаты моделирования показывают возможность получения интерференционной картины плазмонов с частотой в 6 раз превышающей частоту исходной дифракционной решетки.

### Введение

Поверхностные электромагнитные волны нашли широкое применение в современных оптических приборах. Их уникальная способность к локализованному распространению вдоль границы раздела сред используется в датчиках оптических свойств среды, в оптической микроскопии, при контроле рельефа поверхностей, в оптических волноводах [1-8].

В настоящей статье рассматривается простая оптическая система для формирования высокочастотной интерференционной картины. Система состоит из дифракционной решетки и металлической пленки, расположенной в области подложки. Использование высших, симметричных дифракционных порядков решетки с номерами  $\pm m$ ,  $m > 1$  для возбуждения плазмонов позволяет получить интерференционную картину с частотой в  $2m$  раз выше, чем у исходной решетки. Такой подход кажется авторам перспективным для задач фотолитографии. Использование интерференции плазмонов дает способ записи фотошаблона высокочастотной дифракционной решетки на основе дифракционной решетки с “большим” периодом.

Статья состоит из двух частей. В первой части излагаются общие сведения о поверхностных волнах и способе их возбуждения. Во второй части описана система с дифракционной решеткой для возбуждения и интерференции поверхностных волн.

### Общие сведения

#### о поверхностных волнах

Поверхностные волны несложно получить из решения уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -ik_0 \varepsilon \mathbf{E} \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = ik_0 \mathbf{H} \quad (1)$$

для двух сред. Будем считать, что граница раздела сред с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  находится в плоскости  $Oxy$  и совпадает с осью  $Ox$ . При этом решение уравнений (1) для случая ТМ-поляризации имеет вид [7]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(j)}(x, y) &= (E_x, E_y, 0) \exp(ik_x x + ik_y^{(j)} y), \\ \mathbf{H}^{(j)}(x, y) &= (0, 0, H_z) \exp(ik_x x + ik_y^{(j)} y), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $j=1, 2$  – индекс среды,

$$k_x = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}, \quad (3)$$

$$\left(k_y^{(j)}\right)^2 = k_0^2 \varepsilon_j - k_x^2, \quad (4)$$

$k_0 = 2\pi / \lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны в вакууме. Уравнения (2) определяют плоские волны в средах 1, 2, а условия (3), (4) получены из условия непрерывности тангенциальных компонент полей на границе раздела сред.

Если существуют такие  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , что компонента  $k_x$  вещественна, а компоненты  $k_y^{(j)}$  – мнимы, то решение (2)–(4) определит волну,

распространяющуюся вдоль границы раздела (оси  $Ox$ ) и экспоненциально затухающую по оси  $Oy$ . Такого рода электромагнитные волны носят название *поверхностных волн*. Эти волны могут существовать на границе раздела сред с разными знаками диэлектрических проницаемостей и только для ТМ-поляризации [7,8].

В оптическом диапазоне поверхностные волны могут существовать на границе раздела “металл–диэлектрик”. В качестве металлов используются хорошие проводники (Au, Ag, Cu) для которых действительная часть  $\varepsilon$  отрицательная и большая по модулю, а мнимая часть – положительная и небольшая. В данной статье расчеты проведены для золота, у которого при  $\lambda = 630\text{нм}$   $\varepsilon = -20,86 + 0,28i$ .

Для возбуждения поверхностной волны используют стеклянную призму с металлической пленкой на основании (рис. 1). Призму освещают ТМ-поляризованной волной

$$H_z(x, y) = \exp(i(k_{0x}x + k_{0y}y)) = \exp(ik_0\sqrt{\varepsilon_{pr}}(\sin(\theta)x - \cos(\theta)y)), \quad (5)$$

где  $\theta$  – угол падения,  $\varepsilon_{pr}$  – диэлектрическая проницаемость материала призмы. Поверхностная волна формируется на нижней границе раздела между металлической пленкой и воздухом при некотором угле падения  $\theta_{PL}$  [8]. При этом угле наблюдается резкий минимум коэффициента отражения от металлической пленки.

Угол  $\theta_{PL}$  оказывается близким к углу, при котором выполняется условие равенства  $x$ -компонент волновых векторов в падающей и

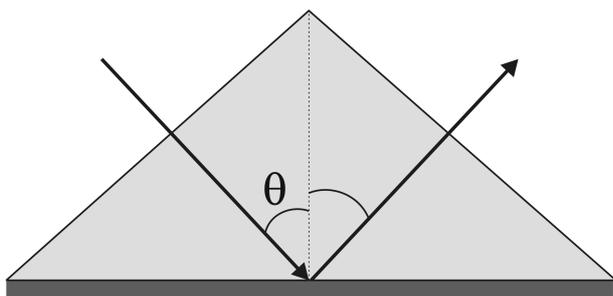


Рис. 1. Схема возбуждения поверхностной волны

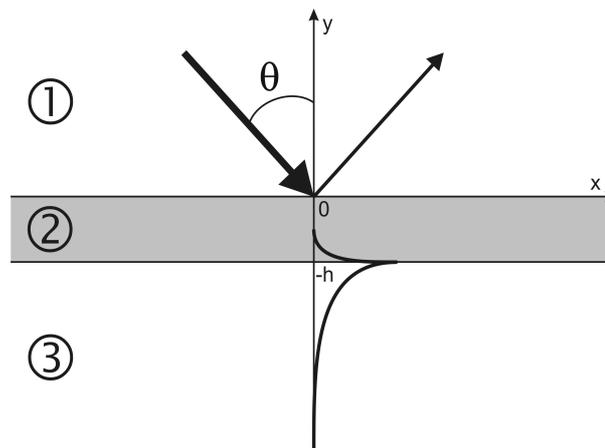


Рис. 2. Модель для расчета условий возбуждения поверхностной волны

поверхностной волна [7, 8]:

$$\sin(\theta_{PL}) \approx \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{pr}}} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}. \quad (6)$$

Формула (6) не учитывает толщину пленки. Более точные аналитические оценки угла  $\theta_{PL}$  приведены в [8]. В общем случае, для точного расчета угла падения  $\theta_{PL}$ , обеспечивающего минимум отражения, используется модель с двумя полубесконечными областями над и под металлической пленкой (рис. 2). Допустимость такой модели объясняется тем, что призма на рис. 1 не дает вторичных отражений.

Поле в этой модели описывается следующими выражениями:

$$\begin{aligned} H_z^{(1)}(x, y) &= \exp(i(k_{0x}x - k_y^{(1)}y)) + R \exp(i(k_{0x}x + k_y^{(1)}y)), \\ H_z^{(2)}(x, y) &= A \exp(i(k_{0x}x - k_y^{(2)}y)) + B \exp(i(k_{0x}x + k_y^{(2)}y)), \\ H_z^{(3)}(x, y) &= T \exp(i(k_{0x}x - k_y^{(3)}y)), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $(k_y^{(j)})^2 = k_0^2 \varepsilon_j - k_{0x}^2$ , а индекс  $j$  обозначает номер среды. Компоненты электрического поля находятся дифференцированием компо-

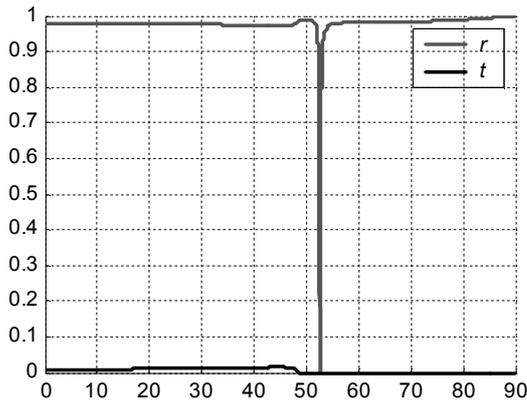


Рис. 3. Интенсивности отраженной и прошедшей волн в зависимости от угла падения

нент  $H_z^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, 3$ :

$$E_x^{(j)} = -\frac{1}{ik_0 \varepsilon} \frac{\partial H_z^{(j)}}{\partial y},$$

$$E_y^{(j)} = \frac{1}{ik_0 \varepsilon} \frac{\partial H_z^{(j)}}{\partial x}. \quad (8)$$

Используя граничные условия на границах раздела сред, несложно получить систему линейных уравнений относительно коэффициентов  $R$ ,  $A$ ,  $B$  и  $T$ . При этом коэффициенты отражения и пропускания имеют вид [8]:

$$R = \frac{r_{12} + r_{23} e^{i2k_y^{(2)}h}}{1 + r_{12}r_{23} e^{2k_y^{(2)}h}},$$

$$T = \frac{\tau_{12}\tau_{23} e^{ik_y^{(2)}h}}{1 + r_{12}r_{23} e^{2k_y^{(2)}h}}, \quad (9)$$

где  $h$  – толщина металлической пленки,  $r_{12}$ ,

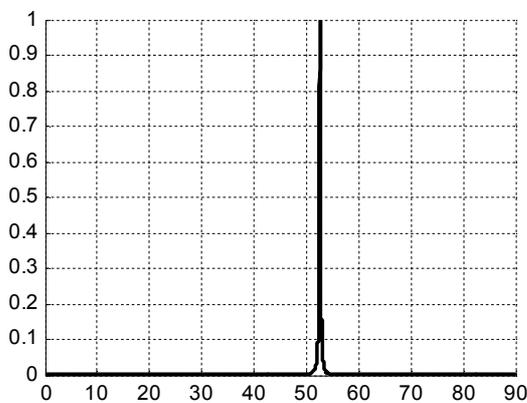


Рис. 4. Нормированная плотность энергии электрического поля в зависимости от угла падения света

$r_{23}$ ,  $\tau_{12}$ ,  $\tau_{23}$  – коэффициенты отражения и пропускания на соответствующих границах раздела сред:

$$r_{pq} = \frac{\varepsilon_q k_y^{(p)} - \varepsilon_p k_y^{(q)}}{\varepsilon_q k_y^{(p)} + \varepsilon_p k_y^{(q)}},$$

$$\tau_{pq} = \frac{2\varepsilon_q k_y^{(p)}}{\varepsilon_q k_y^{(p)} + \varepsilon_p k_y^{(q)}}. \quad (10)$$

Уравнения (9), (10) показывают сложную зависимость коэффициентов  $R$  и  $T$  от параметров от  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ ,  $h$  и  $\theta$ .

На рис. 4 приведены расчетные графики интенсивностей отраженных и прошедших волн ( $r \sim |R|^2$ ,  $t \sim |T|^2$ ) в зависимости от угла падения  $\theta$ . Графики рассчитаны для золотой пленки ( $\varepsilon_2 = -20,86 + 0,28i$ ) с толщиной  $h = 58$  нм при длине волны  $\lambda = 630$  нм,  $\varepsilon_1 = 4$ ,  $\varepsilon_3 = 2,25$ . Известно, что металлы в оптическом диапазоне хорошо отражают излучение. Рис. 3 показывает резкий минимум отражения при угле падения  $\theta_{PL} = 52,58^\circ$ . При этом угле происходит возбуждение поверхностной волны, которую принято называть *плазмоном*.

Рис. 4 показывает, что при тех же условиях наблюдается максимум плотности энергии электрического поля ( $W_E \sim |T|^2$ ) в зоне под металлической пленкой.

Возбуждение плазмона возможно только при условии  $\varepsilon_1 > \varepsilon_3$  [7,8]. Значение угла  $\theta_{PL}$ , при котором наблюдается минимум отражения, также зависит от диэлектрической проницаемости среды  $\varepsilon_3$  под металлической пленкой. На рис. 5 приведен расчетный график этой зависимости при вышеуказанных параметрах.

Участок этой кривой до  $\varepsilon \approx 3$  показывает квазилинейную зависимость угла  $\theta_{pl}$  от  $\varepsilon_3$ . Эффект зависимости  $\theta_{pl}$  от  $\varepsilon_3$  использу-

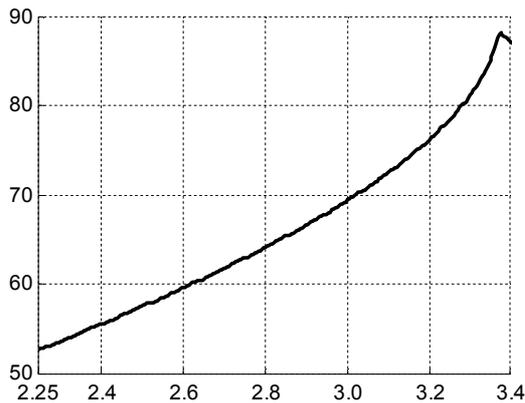


Рис. 5. Зависимость угла минимального отражения  $\theta_{PL}$  от  $\epsilon_3$

ется в датчиках мониторинга оптических свойств среды в зоне под металлической пленкой.

Формирование дифракционной решеткой высокочастотной интерференционной картины плазмонов.

Если в модели возбуждения плазмона (рис. 2) рассмотреть не одну, а две симметрично падающих волны

$$H_{0z}^{(1)}(x, y) = \exp\left(i(k_{0x}x - k_y^{(1)}y)\right) + \exp\left(-i(k_{0x}x + k_y^{(1)}y)\right), \quad (11)$$

где  $k_{0x} = k_0 \sqrt{\epsilon_1} \sin(\theta)$ , то в этом случае в зоне 3 будут возбуждаться две встречные поверхностные волны. В результате интерференции этих волн поле под пленкой примет вид:

$$H_z^{(3)}(x, y) = 2Te^{-ik_y^{(3)}y} \cos(k_{0x}x), \quad (12)$$

Согласно (8), (12), плотность энергии электрического поля  $W_E \sim |\mathbf{E}|^2$  под пленкой в этом случае имеет вид

$$W_E(x, y) \sim \left( (k_{0x}^2 - |k_y^{(3)}|^2) \sin^2(k_{0x}x) + |k_y^{(3)}|^2 \right) \times \exp(-2|k_y^{(3)}|y), \quad (13)$$

Выражение (13) описывает интерференционную картину, затухающую по оси Oy. Используя оценку (13), несложно получить контрастность интерференционной картины

$$K = \frac{W_E^{\max} - W_E^{\min}}{W_E^{\max} + W_E^{\min}} \approx \frac{1}{\frac{2\epsilon_2}{(\epsilon_2 + \epsilon_3)} - 1}. \quad (14)$$

Поскольку в рассматриваемых случаях хороших проводников  $|\epsilon_2| \ll \epsilon_3$ , то контрастность близка к 1. Период интерференционной картины будет таким же, как у функции  $\sin^2(k_{0x}x)$ , т.е.

$$d_{PL} = \frac{\pi}{k_{0x}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon_1} \sin \theta_{PL}}, \quad (15)$$

В данной работе для получения интерференции двух плазмонов предлагается использовать дифракционную решетку, расположенную над металлической пленкой (рис. 6). На рис. 6 показана простейшая бинарная решетка с одним штрихом на периоде.

При нормальном падении света на дифракционную решетку, отраженные и прошедшие порядки с номерами  $\pm m$  расходятся под симметричными углами

$$\sin \theta_m = m\lambda / \sqrt{\epsilon}d, \quad (16)$$

где  $\lambda$  – длина волны падающего излучения,  $m$  – номер порядка,  $d$  – период решетки,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды, в которой происходит распространение. При симметричном профиле решетки амплитуды порядков с номерами  $\pm m$  будут также одинаковы. Поскольку возбуждение плазмона происходит при строго определенном угле падения  $\theta_{PL}$ , то дифракционные порядки, распространяющиеся под другими углами, не смогут пройти через золотую пленку.

Выберем период решетки в виде

$$d = \frac{m\lambda}{n \sin \theta_{PL}}. \quad (17)$$

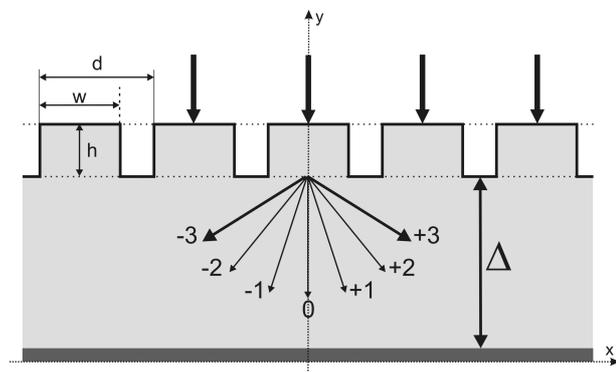


Рис. 6. Бинарная решетка с металлической пленкой

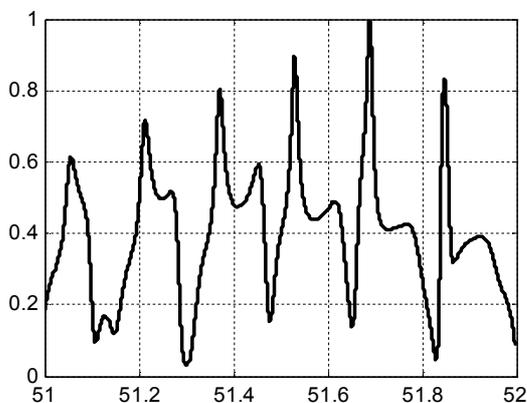
При этом дифракционные порядки с номерами  $-m, +m$  сформируют поверхностные волны на нижней стороне металлической пленки. При этом период  $d_{PL}$  интерференционной картины этих волн будет в  $2m$  раз меньше, чем период исходной решетки

$$d / d_{PL} = 2m. \quad (18)$$

Это позволяет использовать решетку с периодом  $d$  для получения интерференционной картины с периодом в  $2m$  раз меньшим, чем у исходной решетки. Данный эффект может быть использован для изготовления высокочастотных решеток литографическим способом.

Отметим, что уравнения (17), (18) дают свободу выбора номера порядков  $m$ . С ростом номера  $m$  период решетки, которую можно использовать для синтеза более высокочастотной, растет, однако, при этом доля энергии, которую удается направить в  $\pm m$  порядки, как правило, уменьшается.

За счет выбора геометрических параметров профиля решетки (ширины  $w$  и высоты  $h$  ступеньки) можно повысить интенсивность дифракционных порядков, используемых для возбуждения плазмонов. Для  $m=3$ ,  $\lambda = 630 \text{ нм}$ ,  $\varepsilon = 4$  (диэлектрическая проницаемость материала решетки) и при ранее указанных условиях возбуждения плазмона ( $h = 58 \text{ нм}$ ,  $\theta_{PL} = 52,58^\circ$ ,  $\varepsilon_2 = -20,86 + 0,28i$ ,  $\varepsilon_3 = 2,25$ ), период решетки должен быть равным  $d = 1190 \text{ нм}$ . Отметим, что используемое значение диэлектрической проницаемости в

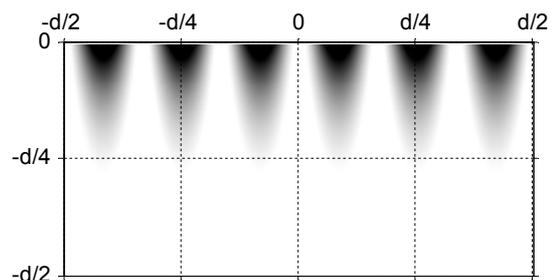


**Рис. 7.** Зависимость максимальной амплитуды плотности энергии электрического поля за пленкой от толщины подложки  $\Delta$  (мкм)

зоне за пленкой  $\varepsilon_3 = 2,25$  соответствует диэлектрической проницаемости стандартных фоторезистов. Максимальная интенсивность дифракционных порядков  $I_3 = I_{-3} = 11,3\%$  достигается при  $w = 0,7d$ ,  $h = 0,86\lambda$ . Параметры  $w, h$  были найдены простым перебором значений. При этом для расчета интенсивностей порядков использовался метод связанных волн (rigorous coupled-wave analysis) [9-11]. Данный метод решения уравнений Максвелла является модификацией дифференциального метода и позволяет моделировать процесс дифракции световой волны на диэлектрических и металлических дифракционных решетках со сложным профилем периода [9-11]. Еще одним параметром оптимизации является толщина подложки  $\Delta$ , определяющая расстояние от решетки до золотой пленки. Как правило, существует спектр значений  $\Delta$ , обеспечивающих высокие значения амплитуды плотности энергии поля за пленкой. На рис. 7 приведен нормированный график максимальной амплитуды плотности энергии поля в зависимости от параметра  $\Delta$ . Максимальное значение достигается при  $\Delta = 51,69 \text{ мкм}$ .

На рис.8 представлено распределение энергии электромагнитного поля в зоне под металлической пленкой, полученное для рассмотренной решетки. Распределение также рассчитано по методу связанных волн. Размер области наблюдения совпадает с периодом  $d = 1190 \text{ нм}$  по оси  $Ox$  и имеет размер  $d/2 = 595 \text{ нм}$  по оси  $Oy$ .

Рис. 8 показывает четкую интерференционную картину с в 6 раз более высокой частотой. Период интерференционной картины составляет  $d_{PL} = 198 \text{ нм}$ .



**Рис. 8.** Плотность энергии электрического поля под металлической пленкой на одном периоде решетки

Данный пример показывает перспективность использования подобной оптической схемы в литографии для получения высокочастотных решеток.

### Заключение

Проведенное исследование показывает возможность использования системы из дифракционной решетки и металлической пленки для формирования высокочастотной интерференционной картины плазмонов. Приведенные результаты расчета и моделирования системы показывают высокое качество интерференционной картины при шестикратном уменьшении периода.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 04-01-96517, гранта CRDF RUE1-005064-SA-05, министерства образования РФ, Администрации Самарской области, гранта CRDF SA-014-02, гранта ИИТАС N 04-77-7198.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *S. Patskovsky, A. Kabashin, M. Meunier*, Properties and sensing characteristics of surface-plasmon resonance in infrared light// *J. Opt. Soc. Am. A*/Vol. 20, No.8/August 2003.
2. *A.S. Barker Jr.*, Optical Measurements of Surface Plasmons in Gold, *Phys. Rev. B*, Vol.8, No. 12.
3. *A. Bouhelier, G.P. Wiederrecht*, Excitation of broadband surfaces plasmon polaritons: Plasmonic continuum spectroscopy, *Phys. Rev. B* 71, 195406 (2005).
4. *J. Homola, S. Yee, G. Gauglitz*, Surface plasmon resonance sensors: review, *Sensors and Actuators B*, 54 (1999), pp. 3–15.
5. *C. Berger, T. Beumer, R. Kooyman, J. Greve*, Surface plasmon resonance multisensing, *Anal. Chem.* 1998, Vol. 70, pp. 703–706.
6. *X. Luo, T. Ishihara*, Surface plasmon resonant interference nanolithography technique, *Appl. Phys. Letters*, Vol. 84, No. 23, 7 June 2004.
7. *M. P. Nezhad, K. Tetz, Y. Fainman*. Gain assisted propagation of surface plasmon polaritons on planar metallic waveguides // *Optics Express*, 2004, Vol. 12, No. 17, pp. 4072-4079.
8. *K. Kurihara, K. Suzuki*, Theoretical understanding of an absorption-based surface plasmon resonance sensor based on Kretschman's theory, *Anal. Chem.* 2002, vol. 74, No.3, February 1, pp.696-701
9. *M. Moharam, D.Pommet, E.Grann*. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach // *Journal of Optical Society of America A*. - 1995 - Vol.12, №5. - P.1077-1086.
10. *Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A., Gay-lord T.K.* Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings // *Journal of Optical Society of America A*. - 1995. - Vol.12, №5. - P.1068-1076.
11. *L. Li*. Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures // *Journal of Optical Society of America A*. - 1996. - Vol.13, № 9. - P.1870-1876.

## DESIGN AND SIMULATION OF OPTICAL SYSTEMS BASED ON SURFACE PLASMON POLARITONS

© 2006 L.L. Doskolovich<sup>1</sup>, E.A. Kadomina<sup>2</sup>, I.I. Kadomin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Image Processing Systems Institute of Russian Academy of Science, Samara

<sup>2</sup> Samara State Aerospace University

General information on surface electromagnetic waves (plasmons) and method of their excitation are considered. Simple optical scheme with diffraction grating for excitation and interference of two plasmons is proposed. The results of simulation demonstrate generation of plasmon interference pattern with frequency being 6 times higher than frequency of initial grating.