

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ЕЁ ОХЛАЖДЕНИИ

© 2008 Б.А. Соломин, А.М. Ходаков

Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники РАН

Решена обратная задача теплопроводности, с целью определения коэффициента температуропроводности многокомпонентной жидкости при её охлаждении. Найдена температурная зависимость указанного коэффициента для конкретной конструкции вибровискозиметра.

При использовании многокомпонентных жидкостей возникает задача контроля вязкостно-температурных свойств таких веществ, а также других теплофизических параметров. Например, в нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности имеется необходимость контроля параметров топлив, масел и других жидкостей. В частности, для нахождения такого теплофизического параметра как температуропроводность жидкости, требуется решить обратную задачу теплопроводности, с использованием экспериментально найденного распределения температуры её охлаждения.

Для решения обратной задачи определения зависимости коэффициента температуропроводности охлаждаемой жидкости от температуры  $a(T)$ , по теоретическом  $T_{жс}(t)$  и экспериментальном  $T_D(t)$  распределениям её температуры, предложена следующая геометрия схемы установки, которая представлена на рис.1. В основу положено устройство, представленное в изобретении [1], В этом устройстве применён метод вибровискозиметра. Вибродатчик температуры  $D$  помещён на расстоянии  $z_0$  в цилиндрическую кювету  $K$ , заполненную жидкостью. Ко дну кюветы прикладывается тепловой поток, который обеспечивает заданное распределение температуры кюветы  $T_k(t) = j(t)$ . Скорость изменения температуры кюветы превышает скорость процессов установления температуры исследуемой жидкости. Предполагается, что кювета и датчик изготовлены из материала с большим по отношению к жидкости коэффициентом температуропроводности, а величина теплового потока выбирается такой, что можно пренебречь конвективным переносом

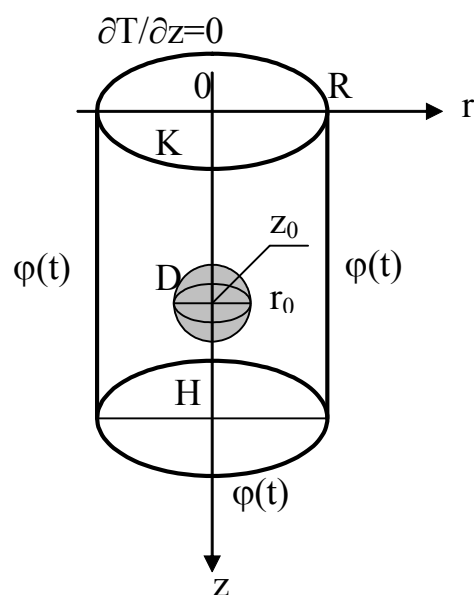


Рис. 1. Геометрическая схема установки

тепла жидкостью. В расчётной схеме, для приведения к единой цилиндрической формы геометрии, сферический датчик  $D$  заменяется на цилиндрический, с равной площадью боковой поверхности и соответствующей высотой  $2h = r_0$ .

Алгоритм решения был следующим. Нелинейное уравнение теплопроводности для определения распределения температуры жидкости  $T_{жс}$

$$c(T_{жс})\rho(T_{жс})\frac{\partial T_{жс}}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T_{жс})\text{grad}T_{жс}) \quad (1)$$

решалось на отдельных временных интервалах  $t_j - t_{j+1}$ , внутри которых коэффициент температуропроводности  $a$  считался постоянным. Полученная температура в конце каждого расчётного промежутка являлась начальной для следующего и служила основанием

для задания нового  $a$ . Само его значение определялось из выражения аналитического решения уравнения теплопроводности (1) с заданными граничными условиями и экспериментально полученной температурой датчика  $T_D$  в левой части.

На указанных временных интервалах задача формулируется следующим образом:

если  $a = \lambda / c\rho = const$ , то уравнение (1) при  $T = T_{жс} - T_0$  будет

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right),$$

$(0 < r < R, 0 < z < H, t_j < t < t_{j+1}), j = 0..(J-1)$ ; (2)  
начальное условие:

$$T(r, z, 0) = 0; \quad (3)$$

граничные условия:

$$T(R, z, t) = \varphi(t), \quad T(r, H, t) = \varphi(t),$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad T(0, z, t) \neq \infty, \quad (4)$$

где  $\varphi(t) = T_0(e^{-p^* t} - 1)$ , причём  $T_0$  – начальная температура, а  $p^* = \frac{p}{T_0}$ ,  $p \geq 0$  – скорость изменения температуры кюветы.

Применяя к функции  $T(r, z, t)$  преобразования Ханкеля и Фурье [2]

$$T_G = \int_0^R r T(r, z, t) J_0(\mu_k r / R) dr,$$

где  $m_k > 0$  – корни уравнения  $J_0(m) = 0$ ,

$$T_F(\mu_k, n, t) = \int_0^H T_G(\mu_k, z, t) \cos \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi z}{H} \right] dz$$

получаем решение в виде

$$T_{жс}(r, z, t) = T_0 e^{-p^* t} + \frac{4T_0}{\pi} \sum_{k=ln=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{J_0\left(\mu_k \frac{r}{R}\right)}{\mu_k^2 \left(n - \frac{1}{2}\right) J_1(\mu_k)} \otimes \cos \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi z}{H} \right] \left\{ \frac{p^* (e^{-Fat} - 1) - aF (e^{-p^* t} - 1)}{p^* - aF} \right\}, \quad (5)$$

где  $J_0$  и  $J_1$  – функции Бесселя 0-го и 1-го по-

$$\text{рядков; } F = \frac{\mu_k^2}{R^2} + \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{H} \right]^2.$$

Средняя температура по датчику определялась как

$$\overline{T_{жс}}(t) = \frac{2\pi}{V_D} \int_0^{r_0} r dr \int_{z_0-h}^{z_0+h} T(r, z, t) dz, \quad (6)$$

где объём датчика  $V_D = \pi r_0^3$ , или

$$\overline{T_{жс}}(t) = T_0 e^{-p^* t} + \frac{8HRT_0}{\pi^2 r_0 h} \sum_{k=ln=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{J_1\left(\mu_k \frac{r_0}{R}\right)}{\mu_k^2 \left(n - \frac{1}{2}\right) J_1(\mu_k)} \otimes \sin \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi h}{H} \right] \cos \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi z_0}{H} \right] \left\{ \frac{p^* (e^{-Fat} - 1) - aF (e^{-p^* t} - 1)}{p^* - aF} \right\}. \quad (7)$$

Расчёты проводились для различных жидкостей при использовании конкретного вибровискозиметра со следующими характеристиками:

$T_0 = 300\text{К}$ ;  $R = 2,5\text{мм}$ ;  $r_0 = 1,5\text{мм}$ ;  $H = 15\text{мм}$ ;  $z_0 = 10\text{мм}$ ;  $p = 0,28\text{град/с}$ ;  $t_j - t_{j+1} = 1\text{с}$ .

Они показали, что при заданных параметрах вибродатчика (7) приводится к следующему выражению

$$\overline{T_{жс}}(t) = T_0 e^{-p^* t} + \frac{8HRT_0 p^*}{\pi^2 r_0 h} \sum_{k=ln=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{J_1\left(\mu_k \frac{r_0}{R}\right)}{\mu_k^2 \left(n - \frac{1}{2}\right) J_1(\mu_k)} \otimes \sin \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi h}{H} \right] \cos \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi z_0}{H} \right] \left\{ \frac{1 - \exp[-aFt]}{aF} \right\}. \quad (8)$$

Поэтому можно использовать в рассматриваемой термодинамической системе регулярный тепловой режим второго рода [3]. В этом случае поведение системы в зависимости от изменения температуры кюветы описывается только двумя интегральными термодинамическими параметрами:

$F$  – коэффициентом формы, который зависит только от геометрии термодинамической системы,  $\Theta$  – темпом охлаждения, характеризующим общую временную инерционность охлаждаемой среды. Тогда

$$a = \Theta \cdot F. \quad (9)$$

Используя это приближение, решение прямой задачи находится как реакция интегрирующей цепи на входное воздействие. В частности, при изменении температуры кюветы  $T_k(t) = T_0 \exp(-p^*t) \gg T_0 - pt$  получим:

$$T(t) = \frac{p}{\Theta} (1 - e^{-t\Theta}). \quad (10)$$

На рис. 2 показаны зависимости от температуры температуропроводности декана и тетрадекана. Справочные данные для температуропроводности декана приведены в соответствии с данными, опубликованным в [4]. Видно, что в области низких температур отличие между полученными и справочными данными составляет не более 4%.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веснин В. Л., Конторович М. Л., Соломин Б. А., Ходаков А. М., Черторийский А. А., Галкин В. Б., Паничкин Г. Н. Динамический способ исследования теплофизических свойств жидкостей и устройство для исследования теплофизических свойств жидкостей. Патент № 2263305 от 19.07.2004.

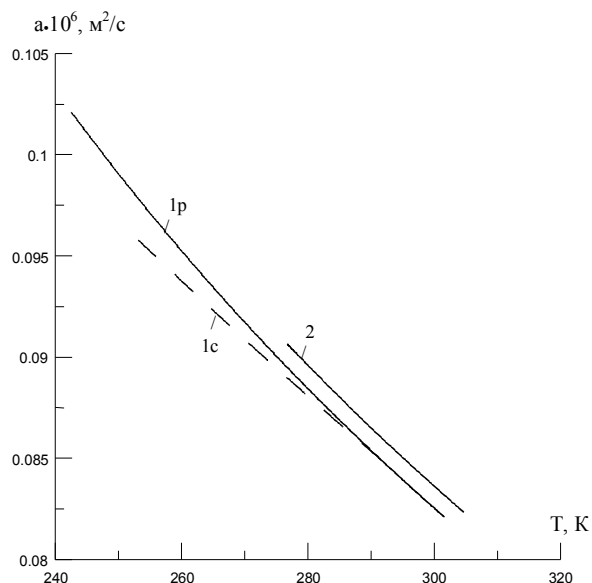


Рис. 2. Зависимость температуропроводности от температуры:  
1 – декан ( 1р – расчёт, 1с – справочные данные);  
2 – тетрадекан

2. Янке Е., Эмде Ф. Интегральные преобразования. М.: ИЛ, 1959.
3. Кондратьев Г.М. Регулярный тепловой режим. М.: Гостехиздат, 1954.
4. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.

### DEFINITION OF THERMAL DIFFUSIVITY OF A MULTICOMPONENT LIQUID AT IT COOLING

© 2008 B.A. Solomin, A.M. Hodakov

Ulyanovsk Branch of Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Science

The return problem of heat conduction is resolved, with the purpose of definition of a thermal diffusivity of a multicomponent liquid at it cooling. The temperature relation of the indicated factor for a concrete design thermo-freezing device is retrieved.