

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ МИНИМАЛЬНОЙ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ

© 2008 А.О. Борисов¹, М.В. Долгополов¹, М.Н. Дубинин², Э.Н. Рыкова¹

¹ Самарский государственный университет

² Московский государственный университет

Обсуждаются эффективные потенциалы в моделях с расширенным скалярным сектором при ненулевой температуре. Для двухдублетного сектора Хиггса МССМ рассмотрены возможности двух подходов – диаграммного и эффективного потенциала. В диаграммном подходе массы скалярных полей определяются в минимуме потенциала через поправки к его параметрам.

Введение

Стандартная модель (СМ) взаимодействия частиц, в последние десятилетия получила уверенное экспериментальное подтверждение как составная часть низкоэнергетического приближения более фундаментальной теории. Однако в рамках СМ не удается описать возникновение барионной асимметрии при электрослабом фазовом переходе [1]. Среди многочисленных обобщений модели Глешоу–Вайнберга–Салама наиболее мотивированной сегодня является минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ) [2, 3]. Это связано, прежде всего, с возможностью в рамках этой модели получить эффективное описание бариогенезиса (при ненулевой температуре), нарушения *CP*-инвариантности и усиления интенсивности фазового перехода первого рода, что соответствует выполнению условий Сахарова [4].

В статье рассматриваются температурные потенциалы (свободная энергия) Хиггса СМ и МССМ, полученные в подходе эффективного потенциала, и потенциал, полученный с использованием диаграммного метода, позволяющего учесть вклады скалярных кварков при различных масштабах массовых параметров.

Эффективный потенциал СМ при нулевой температуре

Поля с нулевым спином СМ [5] образуют *SU(2)*-инвариантный дублет

$$\Phi = \begin{pmatrix} \chi_1 + i\chi_2 \\ \frac{\phi_c + h + i\chi_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

в котором ϕ_c есть постоянное фоновое поле, h – скалярное поле, а χ_a ($a=1,2,3$) – поля голдстоуновских бозонов. Потенциал Хиггса на древесном уровне, записанный в терминах фонового поля, имеет вид

$$V_0(\phi_c) = -\frac{m^2}{2}\phi_c^2 + \frac{\lambda}{4}\phi_c^4, \quad (2)$$

с положительными λ и m^2 . Минимум потенциала определяется условием $v^2 = \frac{m}{\lambda}$. Массы скалярных полей равны

$$\begin{aligned} m_h^2 &= 3\lambda\phi_c^2 - m^2, \\ m_\chi^2 &= \lambda\phi_c^2 - m^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда с учетом условия минимума $m_h^2(v) = 2\lambda v^2 = 2m^2$ и $m_\chi^2(v) = 0$.

В однопетлевой эффективный потенциал дают вклад W^\pm - и Z^0 -бозоны с массами

$$\begin{aligned} m_W^2(\phi_c) &= \frac{g^2}{4}\phi_c^2, \\ m_Z^2(\phi_c) &= \frac{g^2 + g'^2}{4}\phi_c^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Основной фермионный вклад в однопетлевой эффективный потенциал представлен топ-кварком с массой

$$m_t^2(\phi_c) = \frac{h_t^2}{2}\phi_c^2, \quad (5)$$

где h_t – постоянная юкавского взаимодействия для топ-кварка.

Выражение для перенормированного однопетлевого эффективного потенциала получается с использованием ренормализационных условий [6] и включает в себя контрчлены, в том числе для вакуумной энергии. Мы приведем результаты с использованием регуляризации обрезанием. В данной схеме перенормировки игнорируется вклад в однопетлевой эффективный потенциал хиггсовского сектора и не присутствует космологическая постоянная. Однако, в отличие от других схем перенормировки, например, \overline{MS} -схемы, контрчлен для массы δm^2 содержит вклады калибровочных бозонов и топ-кварка. В этом случае перенормированный однопетлевой эффективный потенциал СМ может быть представлен [7] в ϕ_c -зависимом виде с конечной частью

$$V(\phi_c) = V_0(\phi_c) + \frac{1}{64\pi^2} \sum_i n_i \left\{ m_i^4(\phi_c) \left(\ln \frac{m_i^2(\phi_c)}{m_i^2(v)} - \frac{3}{2} \right) + 2m_i^2(v)m_i^2(\phi_c) \right\}, \quad (6)$$

где степени свободы n_i равны

$$n_W = 6, \quad n_Z = 3, \quad n_h = 1, \quad n_\chi = 3, \quad n_t = -12. \quad (7)$$

Температурный эффективный потенциал в СМ

Рассмотрим однопетлевой эффективный потенциал СМ при конечной температуре. Использование результатов приведенной выше ренормализационной схемы дает перенормированный эффективный потенциал при нулевой температуре, представленный выражением (6), содержащим вклады W^\pm - и Z^0 -бозонов и топ-кварка. Конечнотемпературная часть однопетлевого эффективного потенциала может быть записана [7] в виде

$$\Delta V^{(1)}(\phi_c, T) = \frac{T^4}{2\pi^2} \left[\sum_{i=W,Z} n_i J_B[m_i^2/T^2] + n_t J_F[m_t^2/T^2] \right], \quad (8)$$

где функции J_B и J_F не являются аналитическими по переменной $(\beta m)^2 \equiv (m/T)^2$ (случай малых m), и в общем случае определяются [8] как

$$J_B[m^2\beta^2] = \int_0^\infty dx x^2 \ln \left[1 - e^{-\sqrt{x^2 + m^2\beta^2}} \right], \quad (9)$$

$$J_F[m^2\beta^2] = \int_0^\infty dx x^2 \ln \left[1 + e^{-\sqrt{x^2 + m^2\beta^2}} \right]. \quad (10)$$

Если массы частиц по сравнению с температурой малы, то используют высокотемпературный предел (разложение) $(m/T \ll 1)$

функций J_B и J_F [8]:

$$J_B(m^2/T^2) \rightarrow J_B(m^2/T^2 \ll 1) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2 m^2}{12 T^2} - \frac{\pi}{6} \left(\frac{m^2}{T^2} \right)^{3/2} - \frac{1}{32} \frac{m^4}{T^4} \ln \frac{m^2}{a_b T^2} - 2\pi^{7/2} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l \frac{\zeta(2l+1)}{(l+1)!} \Gamma\left(l + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{m^2}{4\pi^2 T^2} \right)^{l/2}, \quad (11)$$

$$J_F(m^2/T^2) \rightarrow J_F(m^2/T^2 \ll 1) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2 m^2}{24 T^2} - \frac{1}{32} \frac{m^4}{T^4} \ln \frac{m^2}{a_f T^2} - \frac{\pi^{7/2}}{4} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l \frac{\zeta(2l+1)}{(l+1)!} (l-2)^{-2l-1} \Gamma\left(l + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{m^2}{\pi^2 T^2} \right)^{l/2}. \quad (12)$$

Выражения (6) и (8) в высокотемпературном приближении приводят к однопетлевому эффективному потенциалу СМ [7]:

$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_0^2)\phi_c^2 - ET\phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4, \quad (13)$$

с коэффициентами

$$D = \frac{2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2}{8v^2}, \quad (14)$$

$$E = \frac{2m_W^3 + m_Z^3}{4\pi v^3}, \quad (15)$$

$$T_0^2 = \frac{m_h^2 - 8Bv^2}{4D}, \quad (16)$$

$$B = \frac{3}{64\pi^2 v^4} (2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4), \quad (17)$$

$$\lambda(T) = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v^4} \left(2m_W^4 \ln \frac{m_W^2}{A_b T^2} + m_Z^4 \ln \frac{m_Z^2}{A_b T^2} - 4m_t^4 \ln \frac{m_t^2}{A_f T^2} \right), \quad (18)$$

где $\ln A_b = \ln a_b - 3/2$, $\ln A_f = \ln a_f - 3/2$, $a_b = 16\pi^2 \exp(3/2 - 2\gamma_E)$ ($\ln a_b = 5,4076$), $a_f = \pi^2 \exp(3/2 - 2\gamma_E)$ ($\ln a_f = 2,6351$).

В высокотемпературном приближении из (6) сумма

$$\frac{1}{32\pi^2} \sum_i n_i m_i^2(v) m_i^2(\phi_c) \quad (19)$$

дает вклад в квадратичное слагаемое в потенциале, не влияющее на тип фазового перехода, его появление связано с выбором схемы перенормировки однопетлевого потенциала. Все массы, которые присутствуют в выражениях для коэффициентов, соотношения (14)-(18), являются физическими массами при нулевой температуре. Потенциал (13) обычно и является предметом исследований в теориях электрослабых фазовых переходов.

Эффективный потенциал МССМ при нулевой температуре

В общей двухдублетной модели (частным случаем которой является МССМ) [2] вводятся два идентичных скалярных дублета Φ_1 и Φ_2 комплексных полей

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+(x) \\ \phi_1^0(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\omega_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + \eta_1 + i\chi_1) \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+(x) \\ \phi_2^0(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\omega_2^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 e^{i\zeta} + \eta_2 + i\chi_2) \end{pmatrix} \quad (21)$$

с ненулевыми вакуумными ожиданиями

$$\langle \Phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle = \frac{e^{i\xi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\zeta} \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\theta} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Важным здесь является то, что поля ω_i , η_i , χ_i не являются физическими в произвольном базисе Φ_1 , Φ_2 . Можно переопределить базис (20), (21) выбором независимых скалярных компонент дублетов. Поэтому отношение абсолютных величин вакуумных

ожиданий – параметр $tg\beta = \frac{v_2}{v_1}$, ($v^2 = v_1^2 + v_2^2$),

не является полностью (однозначно) определенным [9]. Введенные фазы ζ и ξ отражают возможный произвол (физический) в выборе относительного разворота величин вакуумного ожидания и относительного поворота дублетов комплексных скалярных полей. Чтобы определить физические величины в общей модели, необходимо развить базисно-независимую технику [9,10].

В произвольном базисе полей Хиггса Φ , Φ_2 может содержать следующие инвариантные члены [2]:

$$U(\Phi_1, \Phi_2) = -\mu_1^2 (\Phi_1^+ \Phi_1) - \mu_2^2 (\Phi_2^+ \Phi_2) - \mu_{12}^2 (\Phi_1^+ \Phi_2) - \mu_{12}^{*2} (\Phi_2^+ \Phi_1) + \frac{\lambda_1}{2} (\Phi_1^+ \Phi_1)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\Phi_2^+ \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^+ \Phi_1) (\Phi_2^+ \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^+ \Phi_2) (\Phi_2^+ \Phi_1) + \frac{\lambda_5}{2} (\Phi_1^+ \Phi_2)^2 + \frac{\lambda_5^*}{2} (\Phi_2^+ \Phi_1)^2 + \lambda_6 (\Phi_1^+ \Phi_1) (\Phi_1^+ \Phi_2) + \lambda_6^* (\Phi_1^+ \Phi_2) (\Phi_1^+ \Phi_1) + \lambda_7 (\Phi_2^+ \Phi_2) (\Phi_1^+ \Phi_2) + \lambda_7^* (\Phi_2^+ \Phi_2) (\Phi_2^+ \Phi_1) \quad (23)$$

с эффективными действительными параметрами μ_1^2 , μ_2^2 , $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ и комплексными в общем случае параметрами μ_{12}^2 , λ_5 , λ_6 , λ_7 , нарушающими CP -инвариантность [2,11]. Заметим, что для получения поправок к параметрам $\lambda_{1,2,5,6,7}$ достаточно рассмотрение комбинаций нейтральных компонент дублетов, а для получения поправок в $\lambda_{3,4}$ необходимо рассмотрение и верхних (заряженных) компонент дублетов. Эти поправки считались рядом авторов, например, [2, 10, 11]. Отметим, что при рассмотрении двухдублетного сектора Хиггса МССМ вводятся суперсимметричные гранич-

ные условия на параметры потенциала $\lambda_{1,\dots,7}$, что приводит также к конкретизации параметра $tg\beta$ в массовом базисе скалярных полей.

Температурный эффективный потенциал в МССМ

В случае декаплинга, если $m_h \ll m_\Phi$, $\Phi = H, A, H^\pm$, $m_\Phi^2(\phi) \cong m_\Phi^2 \phi^2 / v^2$, переходя к полярной системе координат (см. [12]), потенциал МССМ (23) в высокотемпературном приближении можно привести к виду потенциала СМ (13) с коэффициентами

$$D = \frac{6m_w^2 + 3m_z^2 + 6m_t^2 + m_H^2 + m_A^2 + 2m_{H^\pm}^2}{24v^2}, \quad (24)$$

$$E = \frac{6m_w^4 + 3m_z^4 + m_H^4 + m_A^4 + 2m_{H^\pm}^4}{12\pi v^3}, \quad (25)$$

$$B = \frac{1}{64\pi^2 v^4} (6m_w^4 + 3m_z^4 - 12m_t^4 + m_H^4 + m_A^4 + 2m_{H^\pm}^4), \quad (25)$$

$$\lambda(T) = \frac{m_h^2}{2v^2} \left[1 - \frac{1}{8\pi^2 v^2 m_h^2} (6m_w^4 \ln \frac{m_w^2}{A_B T^2} + 3m_z^4 \ln \frac{m_z^2}{A_B T^2} - 12m_t^4 \ln \frac{m_t^2}{A_F T^2} + (26) \right.$$

$$\left. m_H^4 \ln \frac{m_H^2}{A_B T^2} + m_A^4 \ln \frac{m_A^2}{A_B T^2} + 2m_{H^\pm}^4 \ln \frac{m_{H^\pm}^2}{A_B T^2} \right), \quad (27)$$

где из-за расширения сектора Хиггса учтены дополнительные степени свободы

$$n_H = n_A = 1, \quad n_{H^\pm} = 2, \quad (28)$$

связанные с четырьмя новыми физическими бозонами Хиггса (H, A, H^\pm) МССМ. Из (25) видно, что, по сравнению с (15) коэффициент E в МССМ увеличивается за счет расширения сектора Хиггса, и тем самым способствует усилению фазового перехода первого рода.

В случае отсутствия явного режима декаплинга для точного представления двухдублетного температурного эффективного потенциала необходимо учитывать две нейтральные степени свободы – два поля в потенциале, что приводит к значительным усложнениям, связанным с рассмотрением функций массовых матриц.

Результаты для МССМ в диаграммном подходе

Рассмотрим конечнотемпературные вклады в параметры λ_i ($i=1, \dots, 7$) потенциала (23) для невырожденного массового случая (отличающихся масс скалярных кварков), происходящие из сектора “бозоны Хиггса - скалярные кварки” МССМ [2], полученные в диаграммном подходе с мнимым временем теории поля при конечной температуре. Например, конечнотемпературный вклад в λ_5 имеет вид

$$\Delta\lambda_5 = 3h_t^4 \mu^2 A_t^2 I [m_Q, m_U, T] + 3h_b^4 \mu^2 A_b^2 I [m_Q, m_D, T], \quad (29)$$

где μ – массовый параметр хиггсина (параметр смешивания в хиггсовском секторе), A_t, A_b – трилинейные константы взаимодействия в скалярном секторе, m_Q, m_U, m_D – массовые параметры скалярных кварков. Аналитические выражения для суммы по частотам Мацубара, возникающие после интегрирования по трехмерному импульсу для диаграмм, определяющих вклад в данном случае в параметр λ_5 , обозначены через $I[m_Q, m_D, T]$.

Конечнотемпературные вклады в параметры λ_i в пределе численно совпадают с результатами при нулевой температуре как для невырожденных масс, так и для равных массовых параметров [2].

Учет температурных поправок из сектора скалярных кварков позволяет определить спектр тепловых масс бозонов Хиггса. Ринг-вклады этого сектора увеличивают коэффициент (25) при кубическом по полю слагаемом в высокотемпературном приближении потенциала МССМ.

Учет ring-вкладов

Для учета вкладов ring-диаграмм (см., например, [13] - ring-диаграммы в СМ) в эффективный потенциал следует добавить [14] следующее слагаемое (метод Арнольда–Эспиноза):

$$\Delta V_{ring}(\phi, T) = -\frac{T}{12\pi} \sum_{i=bosons} n_i [M_i^3(\phi, T) - m_i^3(\phi)], \quad (30)$$

где операторы $M_i^2(\phi, T)$ содержат $m_i^2(\phi)$ и температурные вклады, причем, как обычно, $m_i^2(\phi) = h_i^2 \phi^2$ и $n_{\tilde{h}_1} = n_{\tilde{h}_2} = 6$. Например, для стоп-кварка (левого (L) и правого (R), 1 и 2, соответственно) с массой $m_{\tilde{t}_{L,R}}(\phi)$, будем иметь

$$M_{\tilde{t}_{L,R}}^2(\phi, T) \equiv m_{\tilde{t}_{L,R}}^2(\phi) + \Pi_{\tilde{t}_{L,R}}(T), \quad (31)$$

где зависящий от температуры вклад собственной энергии есть

$$\begin{aligned} \Pi_{\tilde{t}_L}(T) &= \frac{4}{9} g_s^2 T^2 + \frac{1}{4} g^2 + \frac{1}{108} g'^2 T^2 + \frac{1}{6} h_t^2 T^2, \\ \Pi_{\tilde{t}_R}(T) &= \frac{4}{9} g_s^2 T^2 + \frac{4}{27} g'^2 T^2 + \frac{1}{3} h_t^2 T^2, \end{aligned} \quad (32)$$

и g_s – константа сильного взаимодействия.

Тогда оказывается возможным подобрать

такую область параметров теории – т.н. окно легкого стопа [15], при которой проявляется электрослабый бариогенезис. Масса стоп-кварка определяется соотношением

$$m_{\tilde{t}}^2 \approx m_U + 0,15 m_Z^2 \cos 2\beta + m_t^2 \left(1 - \frac{\tilde{A}_t^2}{m_Q^2} \right), \quad (33)$$

где $\tilde{A}_t = A_t - \mu / \text{tg}\beta$ – параметр смешивания для стоп-кварка. Фазовый переход первого рода наиболее интенсивен [15] при значении нарушающего симметрию параметра $m_U^2 = -\Pi_{\tilde{t}_R}(T)$. Тогда для коэффициента при кубическом члене в эффективном потенциале МССМ получается выражение

$$E \approx E_{CM} + \frac{h_t^3 \sin^3 \beta (1 - \tilde{A}_t^2 / m_Q^2)^{3/2}}{4\sqrt{2}\pi}, \quad (34)$$

значение которого может быть больше, чем E_{CM} (E в СМ (15)) [15]. В принципе, в этом случае для массы бозона Хиггса порядка 100 ГэВ можно говорить о сильном фазовом переходе первого рода.

Выводы и перспективы

В статье рассмотрены основные подходы к вычислению эффективного потенциала в моделях с расширенным скалярным сектором, например, в двухдублетном секторе Хиггса минимальной суперсимметричной модели. Интерес представляет описание фазового перехода первого рода в таких моделях. Увеличение интенсивности перехода сильно зависит от нулевых мод Мацубара для дополнительных скалярных бозонов в расширениях СМ, которые определяют величину кубического по полям слагаемого в эффективном температурном потенциале. Представляется перспективным вычисление параметров потенциала в диаграммном подходе, поскольку метод разложения эффективного потенциала не позволяет рассмотреть ситуацию, например, с невырожденными массовыми параметрами сектора бозоны Хиггса – скалярные кварки.

Благодарности

А.О. Борисов выражает благодарность за финансовую поддержку фонду Династия и МЦФФМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубаков В.А., Шапошников М.Е. Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях // УФН. 1996. Т.166. №5.
2. Ахметзянова Э.Н., Долгополов М.В., Дубинин М.Н. Нарушение CP-инвариантности в двухдублетном хиггсовском секторе МССМ // ЭЧАЯ. 2006. Т. 37. В.5.
3. Борисов А.О., Долгополов М.В., Рыкова Э.Н. Сценарии бариогенезиса и необходимость расширения Стандартной модели // Известия Самарского научного центра РАН. 2008. Т.10. № 3.
4. Сахаров А.Д. Нарушение CP-инвариантности, C-асимметрия и барионная асимметрия Вселенной // Письма в ЖЭТФ. 1967. Вып.5.
5. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. М.:УРСС, 2005.
6. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.:Наука, 1990.
7. Anderson G.W., Hall L.J. The electroweak phase transition and baryogenesis // Phys. Rev. D. 1992. V.45.
8. Dolan L., Jackiw R. Symmetry behavior at finite temperature // Phys. Rev. D. 1974. V.9.
9. Davidson S., Haber H.E. Basis-independent methods for the two-Higgs-doublet model // Phys. Rev. D. 2005. V. 72; Haber H.E., O'Neil D. Basis-independent methods for the two-Higgs-doublet model II. The significance of $tg\beta$ // Phys.Rev. D. 2006. V.74; Gunion J.F., Haber H.E. Conditions for CP-violation in the general two-Higgs-doublet model // Phys. Rev. D. 2005. V.72.
10. Branco G.C., Lavoura L., Silva J.P. CP Violation. Jul 1999. 544pp. International Series of Monographs on Physics, No. 103. / / Oxford University Press. Oxford, UK: Clarendon, 1999; Branco G.C., Rebelo M.N., Silva-Marcos J.I. CP-odd invariants in models with several Higgs doublets // Phys. Lett. B 2005. V.614.
11. Dubinin M.N., Semenov A.V. Triple and quartic interactions of Higgs bosons in the Two-Higgs-Doublet Model with CP violation // Eur. J. Phys. 2003. V. C28.
12. Kanemura S., Okada Y., Senaha E. Electroweak baryogenesis and quantum corrections to the triple Higgs boson coupling // Phys.Lett.B. 2005. V.606.
13. Carrington M.E. The effective potential at finite temperature in the standard // Phys. Rev. D. 1992. V.45.
14. Brignole A., Espinosa J.R., Quiros M. and Zwirner F. Aspects of the electroweak phase transition in the minimal supersymmetric standard model // Phys. Lett. B. 1994. V.324.
15. Carena M., Quiros M., Wagner C.E.M. Opening the window for electroweak baryogenesis // Phys. Lett. B. 1996. V.380.

THE TEMPERATURE EFFECTIVE POTENTIAL IN THE MINIMAL SUPERSYMMETRY STANDARD MODEL

© 2008 A.O. Borisov¹, M.V. Dolgoplov¹, M.N. Dubinin², E.N. Rykova¹

¹ Samara State University

² Moscow State University

The basic approaches to the effective potentials in the models with the extended scalar sector at finite temperature are discussed. For the two-doublet Higgs MSSM sector the opportunities of two approaches – diagram and effective potential – are considered. In the diagram approach the masses of scalar fields are determined in the minimum of effective potential through evolution of its parameters.