

РАЗЛИЧНЫЕ РЕЖИМЫ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛИНЕЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ЗАТУХАНИЕМ И ИССЛЕДОВАНИЕ СООТВЕТСТВУЮЩИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

© 2008 В.В. Ильина, А.А. Лукичѳв

Институт геологии и природопользования
Дальневосточного отделения РАН, г. Благовещенск

В работе рассмотрены различные режимы вынужденных колебаний линейного осциллятора с затуханием. В зависимости от величины затухания выделены четыре различных режима колебаний осциллятора, определены границы существования каждого режима. Приведены соответствующие спектральные функции, проведено подробное их исследование.

Известно, что для описания поляризационных процессов в диэлектриках как резонансных, так и релаксационных, успешно применяется модель линейного осциллятора [1-3]. Эффективность такого подхода говорит об адекватности применяемой модели. Но различия между резонансной и релаксационной поляризацией весьма существенны. Очевидно, что они обусловлены тем, что в этих случаях режимы колебаний заряженных частиц в диэлектрике различны [2, 3]. Поэтому возникает задача исследования различных режимов колебаний линейного осциллятора.

При изменении внешних условий (температура, давление, напряжѳнность электрического поля) режим колебаний частиц может изменяться от резонансного до переторможенного, проходя через промежуточный режим. Каждый режим колебаний имеет свои особенности. Поскольку поляризация диэлектрика характеризуется, в первую очередь, спектральной функцией отклика поляризации на воздействие переменного электрического поля, дальнейший анализ посвящен изучению свойств спектральных функций линейного осциллятора. Для различных режимов колебаний стандартной задачей физики диэлектриков является определение свойств вещества по измеренным диэлектрическим спектрам, поэтому предложен достаточно полный набор формул, необходимых для анализа экспериментальных спектров с использованием теории линейного осциллятора.

Рассмотрим уравнение для линейного осциллятора с затуханием, совершающего вынужденные колебания под действием внешней гармонической силы [4-6]:

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F(\omega, t)}{m}, \quad (1)$$

где x – координата, m – масса осциллятора, β – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота, ω – частота изменения поля, t – время. Здесь и далее подразумеваем, что колеблется заряженная частица, а функция $F(\omega, t) = qE_0 e^{i\omega t}$ – сила, с которой переменное электрическое поле с амплитудой E_0 действует на частицу с зарядом q .

Решение уравнения (1) без правой части описывает свободное движение осциллятора:

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (2)$$

где $\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$ – корни характеристического уравнения, C_1 и C_2 – постоянные, зависящие от начальных условий [5, 6]. Если выполняется условие

$$\beta < \omega_0, \quad (3)$$

то корни характеристического уравнения становятся мнимыми, функцию (2) можно привести к виду:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

где φ – фаза колебаний. Это выражение содержит гармонические составляющие и описывает свободные гармонические колебания осциллятора. При условии

$$\beta \geq \omega_0 \quad (5)$$

корни характеристического уравнения стано-

вятся действительными, движение осциллятора становится аperiодическим, свободные колебания невозможны. Таким образом, мы можем выделить два режима свободных колебаний осциллятора: гармонический и аperiодический, а условие

$$\beta = \omega_0 \quad (6)$$

является границей между указанными режимами.

Для установившихся вынужденных колебаний закон движения осциллятора определяется внешней вынуждающей силой, Решая уравнение (1) подстановкой $x(t) = \tilde{A}(\omega)e^{i\omega t}$, находим комплексную спектральную функцию:

$$\tilde{A}(\omega) = \frac{A_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega} = A' - iA'' = A_0 \left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2} - i \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2} \right). \quad (7)$$

Здесь $A_0 = qE_0 / m$ – амплитудный коэффициент. Графики действительной $A'(\omega)$ и мнимой $A''(\omega)$ частей спектральной функции (7) для различных значений коэффициента затухания приведены на рис. 1. Графики построены в полупологарифмическом масштабе, это общепринятая форма представления спектров в физике диэлектриков. Как видно из рисунка, можно выделить, по крайней

мере, два различных режима вынужденных колебаний осциллятора, которые можно назвать резонансным и заторможенным. Приблизительная граница между ними определяется равенством (6), и, соответственно, различия между двумя выделенными режимами определяются величиной затухания.

Из рис. 1 видно, что спектральные функции заторможенных и резонансных вынужденных колебаний имеют существенные отличия. Действительная часть резонансной функции имеет узкий резонансный пик, положение максимума которого близко к ω_0 .

Ширина и амплитуда пика существенно зависят от ν . Для заторможенной функции резонанс отсутствует. На частотах много ниже резонансной ($\omega \ll \omega_0$) амплитуда действительной части постоянна и не зависит ни от частоты, ни от затухания. Мнимая часть функции (7) в резонансном режиме имеет узкий резонансный пик, положение максимума которого близко к ω_0 . Ширина и амплитуда пика также зависят от ν . В заторможенном режиме ширина пика не зависит от затухания (в логарифмических координатах) и существенно больше ширины резонансных пиков, амплитуда пиков не зависит от ν . Максимум пика находится на частотах, значительно более низких по сравнению с ω_0 .

Исследуем функцию (7), результаты ис-

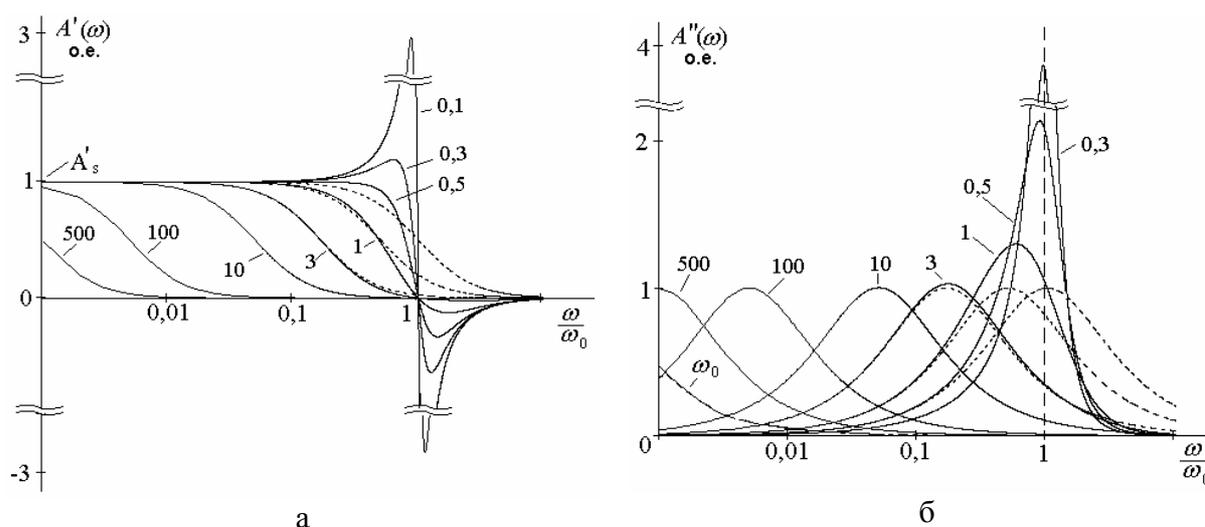


Рис. 1. Зависимость действительной (а) и мнимой частей (б) амплитуды колебаний (7) от относительной частоты для различных значений относительного затухания $k = \beta / \omega_0$. Случай $k = \omega_0$ соответствует сверхбольшим затуханиям (функция (37)), $k = 500$ – переходная функция. Пунктиром построены графики заторможенной функции (21)

следования потребуются нам для сравнения функции (7) с частными спектральными функциями.

Действительная часть (7) в резонансном режиме имеет положительный и отрицательный экстремумы, которые находятся на частотах [3]:

$$\omega'_{\text{extr}} = \sqrt{\omega_0(\omega_0 \pm 2\beta)}, \quad (8)$$

минус соответствует максимуму. Условие существования максимума $\beta < 0,5\omega_0$. На низких частотах, $\omega \gg \omega_{\text{max}}$, амплитуда колебаний не зависит от частоты и равна

$$A'_s = \frac{A_0}{\omega_0^2}. \quad (9)$$

Амплитуда максимума действительной части будет

$$A'_{\text{max}} = \frac{A_0}{4\beta(\omega_0 - \beta)}. \quad (10)$$

Мнимая часть имеет максимум на частоте

$$\omega''_{\text{max}} = \sqrt{\frac{1}{3}(\omega_0^2 - 2\beta^2) + \frac{2}{3}\sqrt{\omega_0^4 - \beta^2\omega_0^2 + \beta^4}} \quad (11)$$

Для переторможенного режима практически важным является положение точки, равной половине статической амплитуды действительной части [1,2]. Эту величину можно определить, приравняв действительную часть (7) к половине выражения (9):

$$\omega'_{1/2s} = \sqrt{-2\beta^2 + \sqrt{4\beta^4 + \omega_0^4}}. \quad (12)$$

Получить компактное выражение для амплитуды пика мнимой части невозможно, но эту величину несложно вычислить, используя выражения (7) и (11). Также, используя (7) и (11), можно определить полуширину пика мнимой части.

Рассмотрим модуль амплитуды выражения (7):

$$|\tilde{A}(\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}. \quad (13)$$

Модуль выражает абсолютную амплитуду вынужденных колебаний заряженных частиц. В литературе по физике диэлектриков модуль амплитуды колебаний практически не рассматривается, несмотря на то, что большинство измерительных приборов измеряют модуль диэлектрической проницаемости.

Проведем анализ функции (13). Графики частотной зависимости модуля для различных

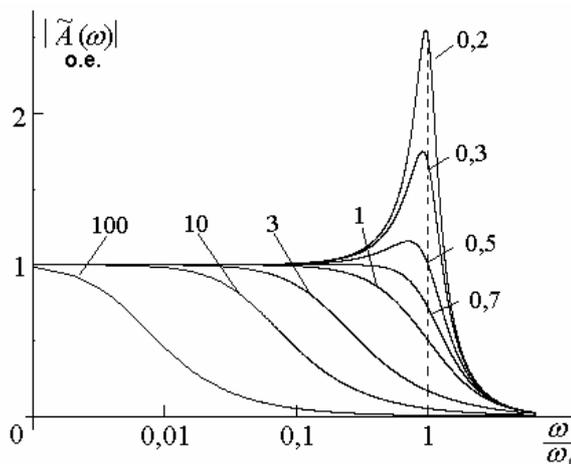


Рис. 2. Зависимость модуля амплитуды (13) от частоты для различных значений относительного затухания

затуханий показаны на рис. 2. Максимум резонансного пика модуля находится на частоте

$$\omega_{\text{max}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (14)$$

Как следует из (8), (11) и (14), максимум модуля находится между пиками мнимой и действительной частей. Условие существования максимума $\beta \leq \omega_0/\sqrt{2} = 0.707\omega_0$. Амплитуда модуля равна

$$|A(\omega_{\text{max}})| = \frac{A_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (15)$$

Заметим, что амплитуда модуля и действительной части (10), а также частоты экстремумов действительной части (8) связаны между собой соотношением:

$$\frac{|A_{\text{max}}|}{A'_{\text{max}}} = 2\sqrt{\frac{(\omega'_{\text{max}})^2 + \beta^2}{\omega_{\text{max}}^2}}. \quad (16)$$

При малых затуханиях $\omega'_{\text{max}} = \omega_{\text{max}}$, а соотношение (16) равно 2.

Полуширина пика модуля определяется формулой:

$$\Delta\omega_{1/2 \text{ mod}} = 2\sqrt{\beta\sqrt{3(\omega_0^2 - \beta^2)}}. \quad (17)$$

Значение равное половине статической амплитуды находится на частоте:

$$\Delta\omega_{1/2s \text{ mod}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \pm 2\sqrt{\beta^4 - \omega_0^2\beta^2 + \omega_0^4} \quad (18)$$

Статическая амплитуда модуля (при $\omega=0$) определяется выражением (9).

Рассмотрим фазу колебаний, которая определяется выражением [4]:

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\text{Im} A(\omega)}{\text{Re} A(\omega)} = \text{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (19)$$

Зависимость фазы колебаний от частоты для различных значений коэффициента затухания показана на рис. 3. Как следует из рисунка, фаза колебаний в точке ω_0 равна $-\pi/2$, независимо от режима колебаний. Вне области дисперсии амплитуды фаза резонансных колебаний близка либо к 0, либо к $-\pi$.

Для описания различных режимов колебаний рассмотрим предельные случаи.

1. Низкое затухание, $\beta \ll \omega_0$. Это хорошо известный резонансный режим, который описывается спектральной формулой [3, 4]:

$$A(\omega) = \frac{A_0}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (20)$$

Формула описывает идеализированные колебания без потерь, которые не наблюдаются в реальных физических системах (кроме квантовых). По этой причине для описания колебаний с малыми затуханиями в физике диэлектриков используют следующие упрощения [8]. Поскольку дисперсия спектральной функции наблюдается только в полосе частот, определяемой шириной очень узкого резонансного пика, можно считать, что $\omega \approx \omega_0$. Отсюда также следует, что $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$. Преобразуем формулу (7) с учётом этих упрощений:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_R(\omega) &= \frac{1}{2\omega_0} \frac{A_0}{\Delta\omega + i\beta} = \\ &= \frac{A_0}{2} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0(\Delta\omega^2 + \beta^2)} - i \frac{\beta}{\omega_0(\Delta\omega^2 + \beta^2)} \right), \quad (21) \end{aligned}$$

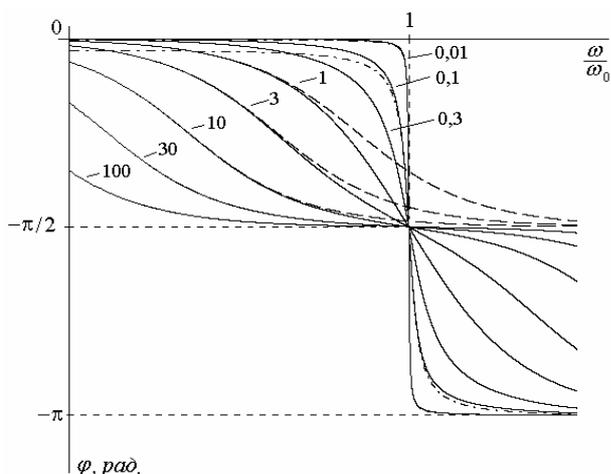


Рис. 3. Зависимость фазы колебаний (19) от частоты для различных значений относительного затухания. Пунктиром построены кривые для переторможенного режима, функция (33). Штрихпунктирная линия – график резонансной фазы (27)

здесь введено обозначение $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$, индекс R означает резонансный режим. Графики действительной и мнимой частей функции (21) в линейном масштабе приведены на рис. 4. Как следует из рисунка, в области дисперсии эта функция симметрична и с высокой точностью совпадает с неупрощенной функцией (7). Вне области дисперсии количественного совпадения нет, при $\omega \ll \omega_0$ формула (21) даёт значение амплитуды, заниженное в 2 раза. Амплитуда резонансного пика значительно превышает статическое значение функции. Мнимая часть представляет собой узкий симметричный пик. Максимумы действительной и мнимой частей находятся на частоте, близкой к ω_0 .

Найдём основные параметры функции (21). Экстремумы действительной части находятся на частотах $\omega_{extr} = \omega_0 \pm \beta$, или $\Delta\omega = \pm\beta$. Амплитудное значение пика действительной части равно

$$A'_{R\max} = \frac{A_0}{4\beta\omega_0}, \quad (22)$$

что совпадает с формулой (10) при $\beta \ll \omega_0$. Полуширина пика равна

$$\Delta\omega'_{R1/2} = 2\sqrt{17}\beta, \quad (23)$$

т.е. прямо пропорциональна затуханию. Очевидно, что положение полувысоты статической амплитуды действительной части (9) стремится к ω . При $\beta = 0,01\omega_0$ отклонение составляет не более 10^{-4} .

Экстремум мнимой части (11) находится на частоте $\omega = \omega_0$. Пик мнимой части (21) симметричен, максимум находится на частоте ω_0 (точно). Полуширина пика равна

$$\Delta\omega''_{R1/2} = 2\sqrt{3}\beta \quad (24)$$

Амплитуда пика мнимой части равна:

$$A''_{R\max} = \frac{A_0}{2\beta\omega_0}. \quad (25)$$

Формулы (22) - (24) совпадают с соответствующими выражениями для функции (7), если в них пренебречь β .

Модуль функции (21) при низких затуханиях достаточно хорошо совпадает с (13). Максимум модуля (21) равен:

$$A_{R\max} = \frac{A_0}{2\beta\omega_0} \quad (26)$$

и находится на частоте ω_0 . Точка половины

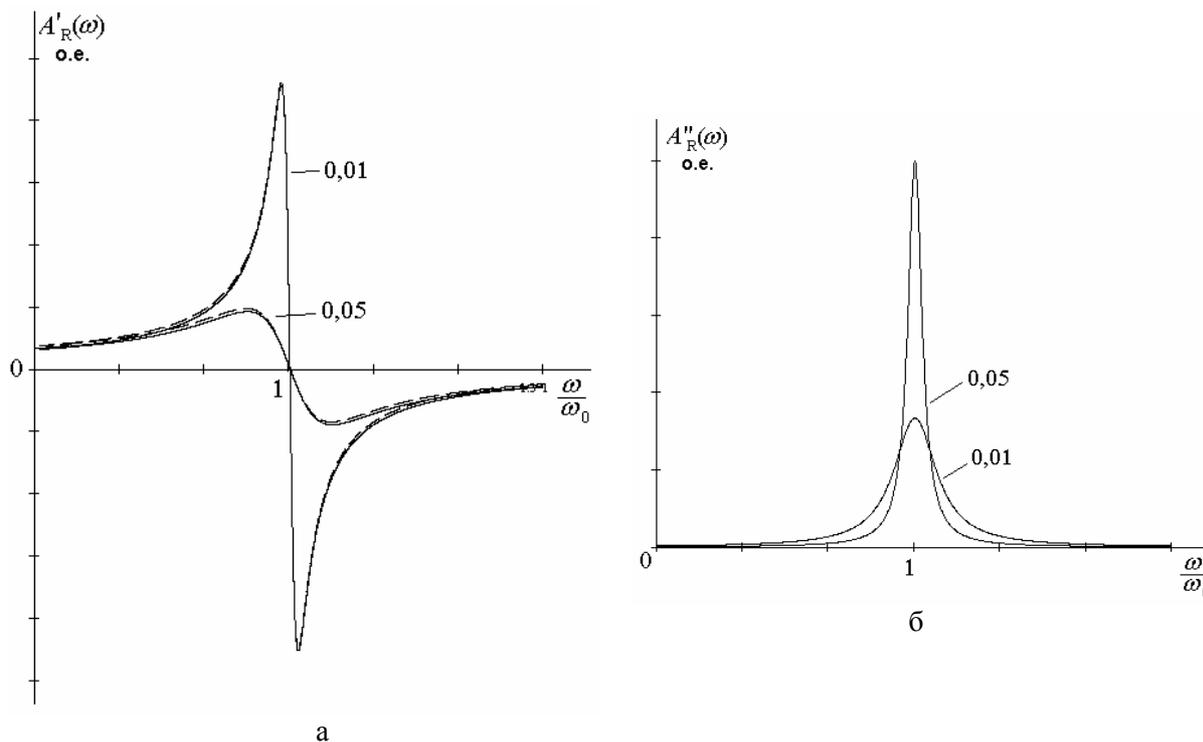


Рис. 4. Зависимость действительной (а) и мнимой (б) частей резонансной амплитуды (21) для различных относительных затуханий.

Пунктиром построена неупрощенная функция (7), на рис. 4б пунктирная и сплошная линии совпадают

статической амплитуды также находится на частоте близкой к ω_0 .

Фаза колебаний резонансного режима равна

$$\varphi_R = \arctg \frac{\beta}{\omega_0(\Delta\omega^2 + \beta^2)}. \quad (27)$$

Графики для резонансной фазы показаны на рис. 3. Функция (27) хорошо воспроизводит поведение фазы в окрестностях точки ω_0 . Количественное расхождение формул (19) и (27) наблюдается уже на частотах, незначительно отличающихся от ω_0 . Значения фазы в максимуме пиков действительной и мнимой частей $\varphi = -\pi/2$.

2. *Высокое затухание, $\beta > \omega_0$.* Это переторможенный режим колебаний, осциллятор двигается в среде с высоким затуханием. В этом режиме трение полностью гасит силу инерции, поэтому первым членом в уравнении (1), отвечающим за инерцию, мы можем пренебречь [4]:

$$2\beta \dot{x} + \omega_0 x = \frac{F(p)}{m}. \quad (28)$$

Решая уравнение (28) получаем спектральную функцию для этого случая:

$$\tilde{A}_D(\omega) = \frac{A_0}{\omega_0^2 + 2i\beta\omega} = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{A_0}{1 + i\omega\tau} =$$

$$= \frac{A_0}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} - i \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \right), \quad (29)$$

где $\tau = 2\beta/\omega_0^2$ – постоянная времени [8], индекс *D* (damped), означает заторможенный режим.

Рассмотрим графики действительной и мнимой частей спектральной функции (29) (рис. 1). Действительная часть не имеет резонансного пика, мнимая часть имеет пик, амплитуда и ширина которого в логарифмических координатах не зависят от βb . На графике пик симметричен, но в линейных координатах он резко ассиметричен, координата максимума пика делит полуширину на отрезки, относящиеся как 1:3,7. Из рисунка видно, что (29) полностью совпадают с переторможенной функцией (7) приблизительно при $\beta \geq 3\omega_0$. Это означает, что при выполнении условия (5) инерция компенсируется трением не полностью, и масса осциллятора в области $\omega_0 \leq \beta \leq 3\omega_0$ еще оказывает влияние на характер колебаний. Отсюда следует, что можно выделить ещё один режим колебаний – переходный, где характер колебаний отличается как от резонансного, так и от переторможенного.

Определим основные параметры функции (29). На низких частотах ($\omega \ll \omega_0$) дей-

ствительная часть этой функции совпадает с действительной частью (7) при любых значениях коэффициента затухания, амплитуда определяется формулой (9). Положение максимума пика мнимой части (29) определяется формулой [1, 8]:

$$\omega_{D \max} = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0^2}{2\beta}, \quad (30)$$

которую несложно получить, исследуя мнимую часть зависимости (22) на экстремум. Частота максимума (30) является практически важной точкой переторможенного спектра. Амплитуда действительной части (29) в этой точке равна половине своего максимального значения (9). Амплитуда пика мнимой части равна

$$A_{D \max}'' = \frac{A_0}{2\omega_0^2}, \quad (31)$$

его полуширина определяется выражением

$$\Delta\omega_{D 1/2}'' = \frac{\sqrt{3}\omega_0^2}{\beta} = \frac{2\sqrt{3}}{\tau}, \quad (32)$$

т.е. обратно пропорциональна затуханию.

Фаза колебаний для переторможенного режима будет

$$\varphi_D = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2} = \arctg \omega\tau. \quad (33)$$

Зависимость фазы колебаний от частоты для различных значений коэффициента затухания показана на рис. 3. На частоте ω_{\max}'' фаза равна $-p/4$. Как видно из рисунка, фаза колебаний в точке ω_0 близка к $-p/2$, но рассматривать эту точку имеет смысл только для резонансных колебаний, поскольку амплитуда переторможенных колебаний в этой точке и на более высоких частотах мала (рис. 1). Таким образом, для переторможенных колебаний предельным значением фазы будет $\varphi = -p/2$. Область дисперсии фазы совпадает с областью дисперсии спектральной функции, ширина этой области приблизительно равна ω_0 , т.е. признаком переторможенного режима колебаний является наличие заметного фазового сдвига в диапазоне частот от ≈ 0 до ω_0 .

Модуль выражения (29) незначительно отличается по форме от действительной части. Полувысота модуля находится на частоте

$$\omega_{s 1/2} = \frac{\sqrt{3}\omega_0^2}{2\beta} = \frac{\sqrt{3}}{\tau}. \quad (34)$$

Фаза колебаний в этой точке равна $-\pi/3$

и не зависит от затухания.

Значение модуля в точке $\omega_{\max} = \frac{1}{\tau}$ равно

$$|A(\omega_{\max})| = \frac{A}{\sqrt{2}\omega_0^2}. \quad (35)$$

3. Переторможенные колебания, $\beta > \omega_0^2$.

В этом случае сила инерции и квазиупругая сила становятся пренебрежимыми по сравнению с силой трения, потому в уравнении (1) отбрасываем первое и третье слагаемые.

$$2\beta \dot{x} = \frac{F(\omega, t)}{m}. \quad (36)$$

Решение этого уравнения даёт спектральную функцию:

$$\tilde{A}(\omega) = \frac{A_0}{i\omega\beta}. \quad (37)$$

Функция чисто мнимая, это означает, что при сверхвысоких затуханиях амплитуда колебаний, совпадающая по фазе с вынуждающей силой, близка к нулю. Очевидно, что график функции (37) – гипербола. Числовые оценки показывают, что использованное в этом случае приближение является достаточно грубым. На низких частотах амплитуда мнимой части функции (7) ограничена значением (31), в то время как (37) неограниченно растёт. Но, тем не менее, эта функция позволяет качественно рассмотреть особенности сильно заторможенных колебаний осциллятора.

4. Промежуточный режим колебаний.

Из приведённого выше анализа следует, что существует ещё один режим колебаний, не описанный выше. Это промежуточный режим, находящийся между резонансным и заторможенным, в довольно узкой области, определяемой приближительным неравенством $0,1\omega_0 < \beta < 3\omega_0$. В этом режиме колебания могут иметь признаки как резонансного, так и заторможенного режима. И это единственный режим, где необходимо применять неупрощённую спектральную формулу (7).

Для того чтобы более точно ограничить область действия промежуточного режима, найдём области применения признаков рассмотренных выше режимов колебаний осциллятора. Для этого определим значения коэффициента затухания, при которых значения параметров осциллятора, вычисленные по частным спектральным функциям совпа-

дают вычисленными по общей формуле (7) с точностью не хуже 1%. Например, определим значения коэффициента затухания, при которых частота максимума пика мнимой части для заторможенного режима (30) совпадает с точностью 1% с вычисленной по неупрощенной формуле (11):

$$\frac{\omega_0^2 \sqrt{\frac{1}{3}(\omega_0^2 - 2\beta^2) + \frac{2}{3}\sqrt{\omega_0^4 - \beta^2\omega_0^2 + \beta^4}}}{2\beta} < 1,01. \quad (38)$$

Решая это неравенство относительно β , получаем: $\beta > 1,6\omega_0$. Результаты определения области применения различных формул приведены в табл. 1. Если в качестве переходного режима рассматривать область, в которой все параметры режима отличаются от вычисленных по частным спектральным формулам не более чем на 1%, то мы получаем интервал, определяемый неравенством: $0,03\omega_0 < \beta < 5\omega_0$. Если учесть, что реальная точность измерений, как правило, много более 1%, обычно 10-15%, то реальные грани-

цы переходного режима лежат в узких пределах $0,3\omega_0 < \beta < 2\omega_0$. Таким образом, можно сказать, что переходный режим на практике встречается очень редко. То же самое можно сказать о необходимости практического применения спектральной формулы (7). При рассмотрении колебательных процессов, основными расчётными формулами должны быть (21) и (29).

Заключение

Выше мы выделили четыре режима вынужденных колебаний линейного осциллятора, которые имеют различные признаки и формы спектральных зависимостей. Основными часто встречающимися режимами являются резонансный и заторможенный. В резонансном режиме характер колебаний определяется, в основном, инерцией, в заторможенном – трением. В переходном режиме значимыми являются оба фактора одновременно.

В механических системах заторможен-

Таблица 1. Результаты определения области применения различных формул

Признаки	Резонансный режим	Область существования	Заторможенный режим	Область существования
Наличие резонансного максимума действительной части	есть	$\beta < 0,5 \omega_0$	нет	$\beta > 0,5 \omega_0$
Положение максимума пика мнимой части амплитуды	ω_0	$\beta < 0,14 \omega_0$	$\frac{2\beta}{\omega_0^2}$	$\beta > 1,6 \omega_0$
Положение половины статической амплитуды	$\frac{\omega_0}{2} + \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4} - \beta^2}$	$\beta < 0,1 \omega_0$	$\frac{2\beta}{\omega_0^2}$	$\beta > 1,33 \omega_0$
Амплитуда пика мнимой части.	$\frac{A_0}{2\beta\omega_0}$	$\beta < 0,60 \omega_0$	$\frac{A_0}{2\omega_0^2}$	$\beta > 5 \omega_0$
Полуширина пика мнимой части	$\Delta\omega_{1/2} = 2\sqrt{3}\beta$	$\beta < 0,25 \omega_0$	$\Delta\omega_{1/2} = \frac{\sqrt{3}\omega_0^2}{\beta}$	$\beta > 2 \omega_0$
Симметрия пика мнимой части	Симметричен	-	Резко ассиметричен	-
Фаза в максимуме пика мнимой части	$-\pi/2$	$\beta < 0,03 \omega_0$	$-\pi/4$	$\beta > 1,9 \omega_0$
Предел, к которому стремиться фаза при с ростом частоты.	$-\pi$	-	$-\pi/2$	-
Свободное движение осциллятора	$x(t) = A_0 e^{-t/\beta} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$	$\beta < \omega_0$	$A(t) = A_0 e^{-t/\tau}$	$\beta ? \omega_0$

ные и переторможенные колебания малоаметны. В теории диэлектриков до последнего времени считалось, что релаксационная поляризация имеет неколебательную природу [1, 2]. По этой причине заторможенным колебаниям до сих пор не уделяли достаточного внимания.

Приведенные выше формулы могут быть полезны при анализе любых колебательных систем, в том числе и диэлектрических. Основной задачей при анализе экспериментальных диэлектрических спектров является, во-первых, определение соответствия спектров приведенным выше теоретическим зависимостям, во-вторых, определение основных параметров осциллятора: A_0 , ω_0 , β . Для резонансного режима колебаний эти параметры в большинстве случаев определяются достаточно просто. По заторможенным спектрам можно определить только два параметра: A_0 и τ . Одновременное определение ω_0 и β по форме спектра невозможно.

Ввиду очевидности формул (8), (9), (10), (11), (14), (15), (22), (24), (25), (31), (33) авторы допускают, что они могли быть получены кем-либо ранее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поплавко Ю.М. Физика диэлектриков. Киев: Вища школа, 1980.
2. Костюков Н.С., Лукичев А.А. Связь гармонических функций с формулами Дебая для частотной зависимости// Электричество, 2002, № 1.
3. Диэлектрики и радиация: в 4-х кн./ Под общей ред. Н.С. Костюкова. Кн. 2: Костюков Н.С., Лукичев А.А., Муминов М.И. и др. ϵ и $\text{tg } \delta$ при облучении. М.: Наука, 2002.
4. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1991.
5. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1965.
6. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. СПб.: "Лань", 2005.
7. Теория автоматического управления/ Под ред. Нетушила А.В. М.: Высшая школа, 1976.
8. Деккер А. Физика электротехнических материалов: пер. с англ. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962.
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1978.
10. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972.

VARIOUS VIBRATIONS REGIMES OF THE LINEAR DAMPED OSCILLATOR AND CORRESPONDING SPECTRAL FUNCTIONS INVESTIGATION

© 2008 V.V. Iljina, A.A. Lukichev

Institute of Geology and Nature Management of Far East Branch
of Russian Academy of Science, Blagoveshchensk

In this paper various regimes of the linear damped oscillator vibrations is considered. Four different regimes depend on damping are found. The definitional domains for each regime were determined. The corresponding spectral functions are given and investigated in detail.