УДК 629.78 : 681.51

УТОЧНЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО ТЕЛЕСКОПА НА ОСНОВЕ АПОСТЕРИОРНОЙ БОРТОВОЙ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

© 2008 Е.И. Сомов, С.А. Бутырин

Самарский научный центр РАН

Представляются инновационные методы апостериорной бортовой обработки измерительной информации для уточнения ориентации перспективных космических аппаратов землеобзора.

Введение

Характеристики наведения оси визирования космического телескопа на объекты наблюдения и качество получаемой наблюдательной информации во многом зависит от точности определения взаимного положения систем координат (СК), связанных с телескопом и с основными измерительными приборами – астродатчиками (АД), используемыми системой управления ориентацией космического аппарата (КА). Для взаимной привязки этих СК организуется специальный режим, где выполняется сканирование телескопом звездного неба и одновременно фиксируются измерения оптико-электронных астродатчиков. Полученная при этом информация традиционно передается в наземный специальный комплекс (НСК) для уточнения взаимного положения указанных СК и фактического положения телескопа относительно наземных объектов в процессе его маршрутного движения. С применением такой информации в НСК выполняется формирование (цифровая "сшивка") электронных изображений, удаление ("обрезание") излишней информации и оформление космических снимков для представления их заказчику.

При выходе на международный рынок космической видеоинформации такая отработанная российская технология оказывается неприемлемой – многие зарубежные космические центры имеют собственные программные средства для "сшивки" электронных изображений и заказывают только предварительно обработанную электронную видеоинформацию по строго заданному наземному участку непосредственно с борта КА, дополненную служебной информацией о фактических условиях космической съемки – параметры внешнего ориентирования космического телескопа на объекты наблюдения.

В статье кратко представляются разработанные инновационные методы уточнения фактической ориентации космического телескопа на основе апостериорной обработки измерительной информации непосредственно на борту КА.

Системы координат и постановка задач

Вводятся базисы, составленные из ортов, и системы координат (СК):

· инерциальная система координат (ИСК) $\mathbf{I}_{\oplus} \equiv \mathbf{I} = \{\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3\}$ ($O_{\oplus}X_I^e Y_I^e Z_I^e$) с началом в центре Земли $O_{\oplus}$, рис. 2;

· гринвичская геодезическая система координат (ГСК) $\mathbf{E}_e = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ ($O_{\oplus}X^e Y^e Z^e$), которая вращается относительно ИСК с вектором угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{\oplus} \equiv \boldsymbol{\omega}_e$;

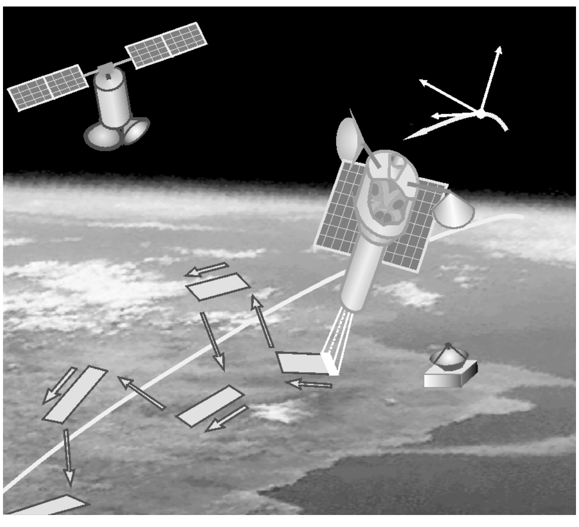

Рис. 1. Схема сканирования

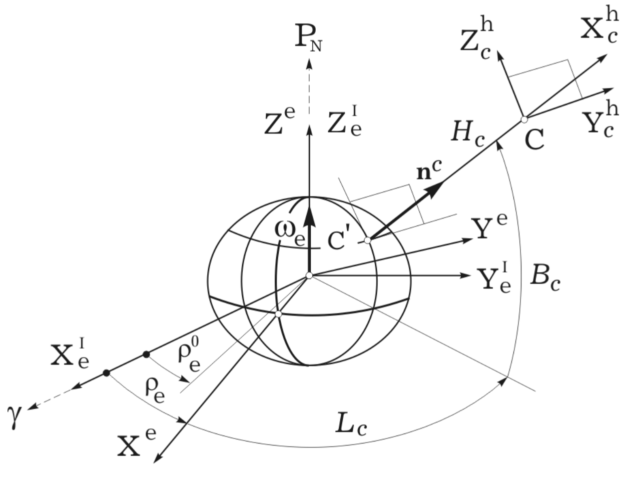

Рис. 2. Базисы $\mathbf{I}_{\oplus}$, $\mathbf{E}_{\mathrm{e}}$ и $\mathbf{E}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{h}}$

· горизонтная система координат (ГорСК) $\mathbf{E}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{h}} \equiv \mathbf{P}^{\mathrm{c}} = \{\mathbf{p}_1^{\mathrm{c}}, \mathbf{p}_2^{\mathrm{c}}, \mathbf{p}_3^{\mathrm{c}}\}$ ($\mathrm{C}\,\mathrm{X}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{h}}\mathrm{Y}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{h}}\mathrm{Z}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{h}}$) с началом в точке C и эллипсоидальными геодезическими координатами – высотой H_c, долготой L_c и широтой B_c, а также маршрутный базис $\mathbf{P}^{\mathrm{m}} = \{\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}\}$, рис. 2;

· связанная с КА система координат (ССК) $\mathbf{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ ($\mathrm{O}\,xyz$) и орбитальная (ОСК) $\mathbf{O} = \{\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{o}}, \mathbf{n}^{\mathrm{o}}, \mathbf{r}^{\mathrm{o}}\}$ ($\mathrm{O}\,x^{\mathrm{o}}y^{\mathrm{o}}z^{\mathrm{o}}$) системы координат с началом в центре масс O КА, рис. 3;

· система координат оптического телескопа (ОпСК) $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3\}$ ($\mathrm{O}\,x^{s}y^{s}z^{s}$) с началом в центре S оптического проектирования, рис.4;

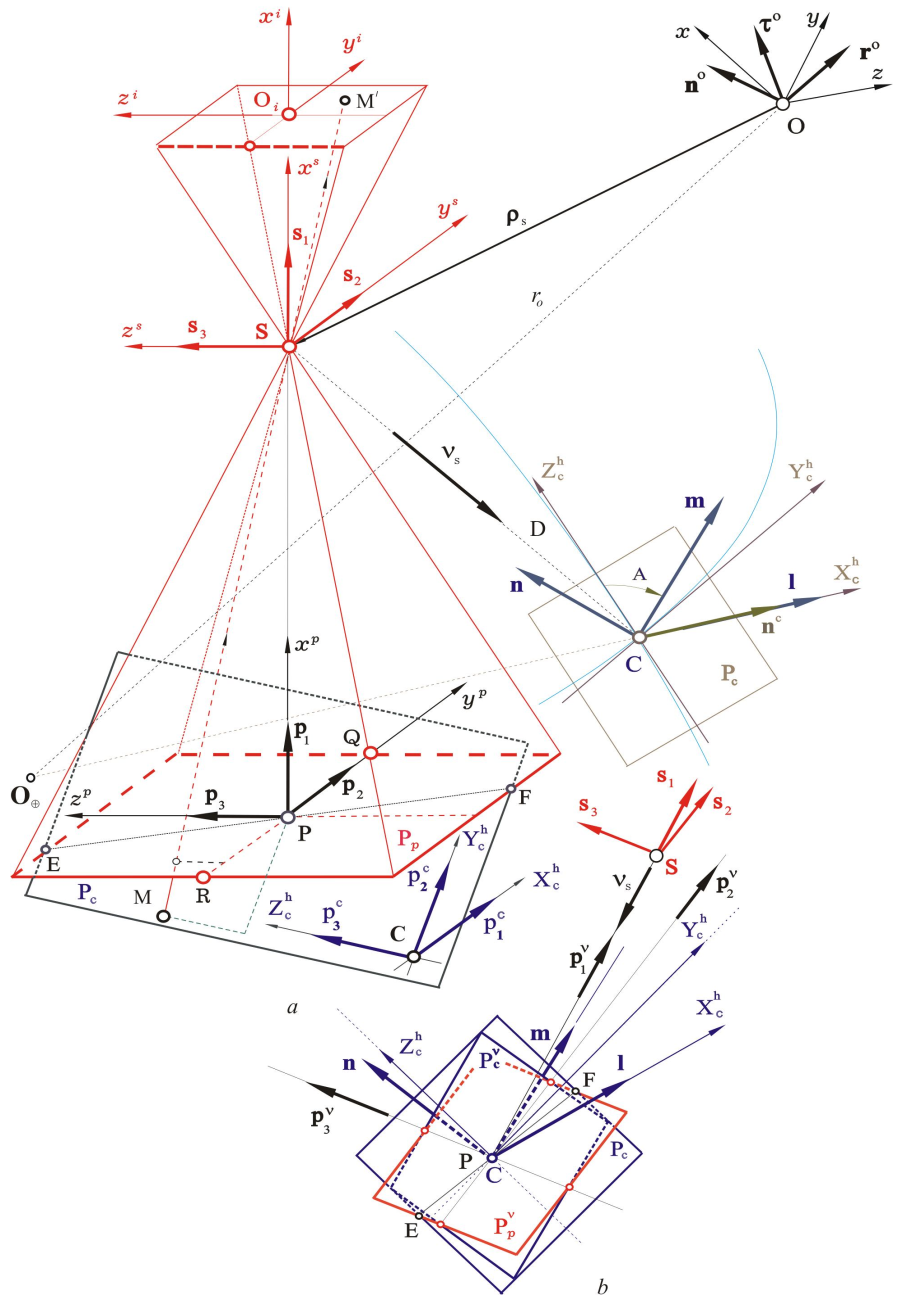

Рис. 3. Системы координат

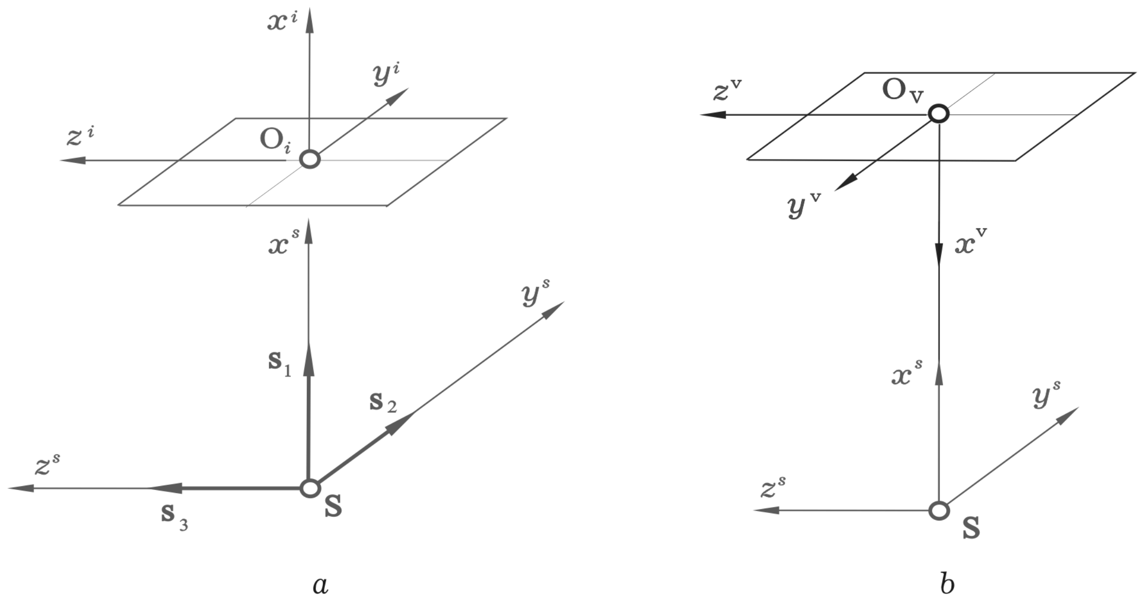

Рис. 4. Системы координат:
a – оптическая и поля изображений, *b* – визирная

· система координат поля изображения (ПСК) $\mathbf{F} = \{\mathbf{f}_1^i, \mathbf{f}_2^i, \mathbf{f}_3^i\}$ ($O_i x^i y^i z^i$) с началом в центре O_i фокальной плоскости $y^i O_i z^i$ телескопа, рис.4;

· визирная система координат (ВСК) $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ ($O_v\ x^v y^v z^v$) с началом в центре O_v матрицы ПЗС в фокальной плоскости $y^i O_i z^i$ телескопа, причем точки O_i и O_v считаются совпадающими, а орты $\mathbf{s}_1$ базиса $\mathbf{S}$ и $\mathbf{v}_1$ базиса $\mathbf{V}$ – строго противоположными, рис.4;

· система координат p-го астродатчика (АД$_p$) $\mathbf{A}_p = \{\boldsymbol{a}_p, \boldsymbol{b}_p, \boldsymbol{c}_p\}$ ($O\ x_p^a y_p^a z_p^a$) (СКА$_p$), связанная с ПЗС в его фокальной плоскости, $p = 1,2,3,4 \equiv 1 \div 4$, при этом угловое положение СКА$_p$ фиксировано в ССК, орты $\boldsymbol{a}_p$ оптических осей астродатчиков принадлежат поверхности конуса с узлом полураствора $\gamma^a = 35°20'$ (рис. 5), но их фактическое положение в ССК точно не известно;

· виртуальная (расчетная) система координат астросистемы (СКАС) $\mathbf{A} = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ ($O x^a y^a z^a$), вычисляемая на основе обработки доступной измерительной информации от произвольной комбинации астродатчиков.

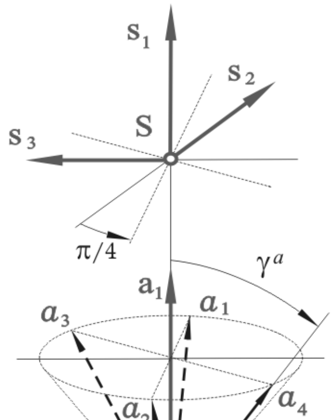

Рис. 5. Базисы $\mathbf{S}$ и $\mathbf{A}$

Для простоты будем считать базисы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{S}$ (ССК и ОпСК) совпадающими. Состояние ССК (и оптической СК) относительно ИСК (инерциального базиса $\mathbf{I} \equiv \mathbf{I}_{\oplus}$) определяется кватернионом $\boldsymbol{\Lambda}(t)$ и вектором угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$.

При известном орбитальном движении центра масс КА (радиус-вектор $\mathbf{r}(t) = r(t)\,\mathbf{r}^{\mathrm{o}}$ и вектор скорости $\mathbf{v}(t) = \mathrm{v}(t)\,\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{o}}$ поступательного движения) на основе апостериорной бортовой обработки доступной измерительной информации в статье решаются задачи:

· определения углового положения базиса $\mathbf{S}$ (и базиса $\mathbf{B}$) в режиме астрономического контроля согласования осей (АКСО), когда используется измерительная информация только от телескопа;

· определения фиксированного взаимного углового положения базисов $\mathbf{V}$ и $\mathbf{S}$, когда используется измерительная информация, полученная в режиме АКСО от телескопа;

· определения фиксированного взаимного углового положения базисов $\mathbf{A}$ и и $\mathbf{S}$, когда используется измерительная информация, полученная в режиме АКСО как от телескопа, так и от астродатчиков,;

· определения (уточнения) кватерниона $\mathbf{\Lambda}(t)$ фактического углового положения и вектора фактической угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ базиса $\mathbf{S}$ относительно инерциального базиса $\mathbf{I} \equiv \mathbf{I}_{\oplus}$ для любого момента времени $t \in \mathrm{T}_n \equiv [t_{\mathrm{i}}, t_{\mathrm{f}}]$ из заданного интервала T_n длительностью $T_n = t_{\mathrm{f}} - t_{\mathrm{i}}$ в режиме оптико-электронной съемки телескопом заданного участка поверхности Земли, когда используется измерительная информация только от астродатчиков.

Для решения поставленных задач используются методы сглаживания – аппроксимации, фильтрации векторных измерений и интерполяции результатов фильтрации векторными сплайнами.

Методы сглаживания

Кратко приведем используемые далее методы сглаживания векторных измерений в каноническом представлении.

Классическая задачи полиномиальной аппроксимации значений $y_s = f(x_s), s = 1 \div n$ неизвестной скалярной функции $y = f(x)$ полиномом $y = \sum\limits_{i=0}^{m} a_i x^i$ степени $m < n$ по методу наименьших квадратов (МНК) состоит в определении коэффициентов $a_i, i = 0 \div m$ из условия $\sum\limits_{s=1}^{n} \{(\sum\limits_{i=0}^{m} a_i x_s^i) - y_s\}^2 \Rightarrow \min$. С использованием элегантного обозначения Гаусса $[u] \equiv \sum\limits_{s=1}^{n} u_s$ получается система $m+1$ нормальных скалярных уравнений

$$\sum_{i=0}^{m} a_i [x^i] = [y]; \ \sum_{i=0}^{m} a_i [x^{i+1}] = [xy] \\ \dots\dots\dots\dots\dots \ \sum_{i=0}^{m} a_i [x^{i+m}] = [x^m y], \tag{1}$$

которая при введении вектора-столбца $\mathbf{a} = \{a_0, a_1, \dots a_m\}$ размерности $m+1$ очевидным образом представляется в векторно-матричном виде $\mathbf{Ca} = \mathbf{b}$. Невырожденная матрица $\mathbf{C} = \| c_{ik} \|$ всегда является симметричной и "рекуррентной" ($c_{ik} = c_{i-1,k+1}$), искомый вектор-столбец $\mathbf{a}$ определяется численно на основе стандартных алгоритмов [1].

Степень m аппроксимирующего по МНК полинома должна выбираться с учетом размера выборки $y_s = f(x_s), s = 1 \div n$, т.е. значения n. Решение практических задач показывает, что при больших значениях n рационально применять метод (фильтр) полиномиального сглаживания Савицкого-Голея [2], который является модификацией МНК и заключается в аппроксимации последовательности дискретных значений $y_s = f(x_s)$ в "скользящем" окне (кадре) длины $n_* << n$, где n_* является целым нечетным числом, также "скользящим" полиномом небольшого порядка m, например $m = 3$. Первый кадр формируется из значений $y_s = f(x_s), s = 1 \div n_*$, начиная с первого измерения, и для него по МНК строится полином заданного порядка. Далее кадр сдвигается на 1 отсчет и вновь выполняется аппроксимация. Всякий раз в выходную последовательность записывается единственное значение аппроксимирующего полинома, соответствующее центру $(n_* - 1)/2$ текущего положения "скользящего" кадра. Исключениями являются первый и последний кадры, когда выходные значения процедуры сглаживания получаются в точках полиномов, соответствующих первой и последней половинам крайних кадров.

Сглаживание значений трехмерной векторной функции $\mathbf{y}_s = \mathbf{f}(x_s), s = 1 \div n$ скалярного аргумента с помощью фильтра Савицкого–Голея реализуется стандартным применением данной процедуры для значений каждого компонента вектора-столбца из отображений значений векторной функции на оси некоторого ортогонального базиса.

Более сложной является задача определения взаимной ориентации двух ортогональных базисов на основе данных о произвольного расположенных в них ортах. Пусть заданы совокупность ортов $\mathbf{b}_i$, измеренных в связанном базисе $\mathbf{B}$, и совокупность значений соответствующих им ортов $\mathbf{r}_i$, заданных в инерциальном базисе $\mathbf{I}$. Классическая задача векторного согласования (vector matching – задача Wahba) формулируется так: найти ортогональную матрицу $\mathbf{A}$ с определителем, равным +1, которая минимизирует квадратичный критерий $L(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \sum a_i \, |\mathbf{b}_i - \mathbf{A}\mathbf{r}_i|^2$, где неотрицательные числа a_i являются весовыми коэффициентами. В настоящее время строго доказано, что решением этой задачи является оптимальный кватернион $\boldsymbol{\Lambda} = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda})$, $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i, i = 1 \div 3\}$, который эквивалентен искомой ортогональной матрице $\mathbf{A}$ и определяется как нормализованный собственный вектор матрицы $\mathbf{K}$ с наибольшим собственным значением $q_{\max}$, т.е.

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\Lambda} = q_{\max} \cdot \boldsymbol{\Lambda}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathrm{tr}\mathbf{B} & \mathbf{z}^{\mathrm{t}} \\ \mathbf{z} & \mathbf{S} - \mathbf{I}_3 \mathrm{tr}\mathbf{B} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $\mathbf{B} = \| b_{ij} \| = \sum_i a_i \mathbf{b}_i \mathbf{r}_i^{\mathrm{t}}$; $\mathbf{S} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^{\mathrm{t}}$;

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} b_{23} - b_{32} \\ b_{31} - b_{13} \\ b_{12} - b_{21} \end{bmatrix} = \sum_i a_i \mathbf{b}_i \times \mathbf{r}_i .$$

Соотношения (2) представляют собой алгоритм QUEST (Quaternion Estimation) [3] оценки кватерниона, который неоднократно далее применяется для обработки измерительной информации, полученной в режиме АКСО.

Кватернион $\boldsymbol{\Lambda} = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda})$ взаимно-однозначно связан с модифицированным вектором Родрига $\boldsymbol{\sigma}$ явными аналитическими соотношениями

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\lambda}/(1 + \lambda_0); \\ \boldsymbol{\lambda} &= 2\boldsymbol{\sigma}/(1 + \sigma^2); \\ \lambda_0 &= (1 - \sigma^2)/(1 + \sigma^2), \end{aligned} \tag{3}$$

прямым и обратным кватернионным кинематическим уравнениям

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \tfrac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}; \; \boldsymbol{\omega} = 2\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}} \circ \dot{\boldsymbol{\Lambda}} \tag{4}$$

соответствуют прямые и обратные векторные кинематические уравнения для модифицированного вектора Родрига

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \tfrac{1}{4}(1 + \sigma^2)\boldsymbol{\omega} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle; \\ \boldsymbol{\omega} &= 4\left[(1 - \sigma^2)\dot{\boldsymbol{\sigma}} - 2(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\boldsymbol{\sigma}}) + 2\boldsymbol{\sigma}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\omega} \rangle\right]/(1 + \sigma^2)^2 . \end{aligned} \tag{5}$$

Эти соотношения позволяют свести задачи сглаживания кватернионных данных к обычной задаче сглаживания векторных измерений.

Задача экстраполяции вектора угловой скорости движения КА на заданном интервале времени $t \in \mathrm{T_n} \equiv [t_0^n, t_f^n]$, где $t_f^n \equiv t_0^n + T_n$, по значениям вектора $\boldsymbol{\omega}_s \equiv \boldsymbol{\omega}(t_s)$, заданным в дискретные моменты времени $t_s \in \mathrm{T_n}$ с периодом $T_q = t_{s+1} - t_s$, $s = 0,1,2...n_q \equiv 0 \div n_q$, $n_q = T_n / T_q$ состоит в расчете функций времени, приближенно определяющих вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ $\forall t \in \mathrm{T_n}$. В общем случае может использоваться экстраполяция значений $\boldsymbol{\Lambda}_k$ и $\boldsymbol{\omega}_k$, в моменты времени $t_k \in \mathrm{T_n}$ с шагом $T_a = t_{k+1} - t_k$, $k = 0 \div n$, $n \equiv T_n / T_a$, при кратности периодов $k_q^a \equiv T_a / T_q \geq 1$.

Применяемый подход основывается на экстраполяции дискретно заданного вектора угловой скорости КА $\boldsymbol{\omega}_k$ вектором $\mathbf{p}(t)$ $\forall t \in \mathrm{T_n}$ при условиях $\mathbf{p}(t_k) \equiv \mathbf{p}_k = \boldsymbol{\omega}_k$, $k = 0 \div (n-1)$, $\mathbf{p}(t_n) = \mathbf{p}(t_f^n) = \boldsymbol{\omega}_n$ с помощью n векторных сплайнов 3 порядка $\mathbf{p}_k(\tau)$ в нормированном времени $\tau = (t - t_k)/T_a \in [0,1]$. При обозначениях $\mathbf{p}_k(0) = \mathbf{p}_k$ и $\mathbf{p}'_k(0) = \mathbf{p}'_k$, где $\mathbf{p}'_k(\tau) \equiv d\mathbf{p}_k(\tau)/d\tau$ в нормированном времени $\tau = (t - t_k)/T_a \in [0,1]$, векторный сплайн $\mathbf{p}_k(\tau)$ на сегменте $m \equiv k+1$ представляется в матричном виде

$$\begin{aligned} &\mathbf{p}_k(\tau) = \mathbf{F}(\tau) \cdot \mathbf{G}_k; \\ &\mathbf{F}(\tau) = [\mathrm{F}_1(\tau), \mathrm{F}_2(\tau), \mathrm{F}_3(\tau), \mathrm{F}_4(\tau)]; \\ &\mathbf{G}_k = \{\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}, \mathbf{p}'_k, \mathbf{p}'_{k+1}\}, \end{aligned} \tag{6}$$

где использованы обозначения строки $[\cdot]$ и столбца $\{\cdot\}$, а нормированные к длине сегмента T_a кубические весовые функции Эрì èòà имеют вид

$$\mathrm{F}_1(\tau) = \tau^2(2\tau - 3) + 1 \quad ;$$
$$\mathrm{F}_2(\tau) = -\tau^2(2\tau - 3);$$
$$\mathrm{F}_3(\tau) = T_a \tau(\tau - 1)^2; \mathrm{F}_4(\tau) = T_a \tau^2(\tau - 1).$$

При введении обозначений

$\mathbf{T}_{\mathrm{H}}(\tau) = [1, \tau, \tau^2, \tau^3]$ и

$$\mathbf{A}_{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_a & 0 \\ -3 & 3 & -2T_a & -T_a \\ 2 & -2 & T_a & T_a \end{bmatrix}$$

матрица-строка весовых функций имеет вид $\mathbf{F}(\tau) = \mathbf{T}_{\mathrm{H}}(\tau) \cdot \mathbf{A}_{\mathrm{H}}$. В нормированном времени τ векторный сплайн $\mathbf{p}_k(\tau)$ на m-ом сегменте аппроксимации представляется в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_k(\tau) = \mathrm{F}_1(\tau)\mathbf{p}_k + \mathrm{F}_2(\tau)\mathbf{p}_{k+1} \\ + \mathrm{F}_3(\tau)\mathbf{p}'_k + \mathrm{F}_4(\tau)\mathbf{p}'_{k+1}, \end{aligned} \tag{7}$$

Дифференцирование весовых функций Эрмита в нормированном времени τ дает

$$\begin{aligned} &\mathrm{F}'_1(\tau) = 6\tau(\tau - 1); \\ &\mathrm{F}'_2(\tau) = -6\tau(\tau - 1); \\ &\mathrm{F}'_3(\tau) = T_a[\tau(3\tau - 4) + 1]; \end{aligned} \tag{8}$$

$$\mathrm{F}'_4(\tau) = T_a \tau(3\tau - 2).$$

На m-ом сегменте аппроксимации в абсолютном времени $t \in \mathrm{T}_k \equiv [t_k, t_{k+1}]$, $t_{k+1} = t_k + T_a$, учитывая что $d\tau / dt = 1/T_a$, имеем производные этих функций

$$\dot{\mathrm{F}}_1(t) = 6\tau(\tau - 1)/T_a;$$

$$\dot{\mathrm{F}}_2(t) = -6\tau(\tau - 1)/T_a;$$

$$\dot{\mathrm{F}}_3(t) = \tau(3\tau - 4) + 1; \qquad (9)$$

$$\dot{\mathrm{F}}_4(t) = \tau(3\tau - 2),$$

где формально $\tau = (t - t_k)/T_a \in [0,1]$. Очевидно, что векторы $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_0(0) = \boldsymbol{\omega}_0 = \boldsymbol{\omega}(t_0^n)$ и $\mathbf{p}_n(0) = \mathbf{p}_n = \mathbf{p}_{n-1}(1) = \boldsymbol{\omega}_n = \boldsymbol{\omega}(t_f^n)$. Учитывая $d\tau_q / dt = 1/T_q$, производные векторной функции $\dot{\mathbf{p}}(t) = \dot{\boldsymbol{\omega}}(t)$ на границах интервала $\mathrm{T_n}$ в абсолютном времени t рассчитываются по стандартному методу Лагранжа. При векторах $\mathbf{p}_k = \boldsymbol{\omega}_k$, $k = 0 \div n$ и $\mathbf{p}'_0 = \dot{\mathbf{p}}(t_0^n)$, $\mathbf{p}'_n = \dot{\mathbf{p}}(t_f^n)$, входящие в состав составных векторов $\mathbf{G}_k$ (6) векторы $\mathbf{p}'_k$ однозначно определяются из матричного уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}'_0 \\ \mathbf{p}'_1 \\ \mathbf{p}'_2 \\ \mathbf{p}'_k \\ \mathbf{p}'_{n-2} \\ \mathbf{p}'_{n-1} \\ \mathbf{p}'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}'_0 \\ 3(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_0)/T_a \\ 3(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)/T_a \\ 3(\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_{k-1})/T_a \\ 3(\mathbf{p}_{n-1} - \mathbf{p}_{n-3})/T_a \\ 3(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-2})/T_a \\ \mathbf{p}'_n \end{bmatrix},$$

так как $(n+1) \times (n+1)$ постоянная ленточная трехдиагональная матрица заведомо не вырождена и ее обращение выполняется специальным методом исключения Гаусса.

Компактный вид векторного сплайна $\mathbf{p}_k(\tau)$ на m-ом сегменте ($m = 1 \div n$) интерполяции

$$\mathbf{p}_k(\tau) = \mathbf{n}_0^k + \tau\, \mathbf{n}_1^k + \tau^2\, \mathbf{n}_2^k + \tau^3\, \mathbf{n}_3^k$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{n}_0^k = \mathbf{p}_k; \quad \mathbf{n}_1^k = T_a\, \mathbf{p}'_k; \\ &\mathbf{n}_2^k = -3(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k+1}) - T_a(2\mathbf{p}'_k + \mathbf{p}'_{k+1}); \\ &\mathbf{n}_3^k = 2(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k+1}) + T_a(\mathbf{p}'_k + \mathbf{p}'_{k+1}) \end{aligned}, \qquad (10)$$

следует из векторно-матричного соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_k(\tau) &= \mathbf{F}(\tau) \cdot \mathbf{G}_k \\ &= \mathbf{T}_{\mathrm{H}} \cdot \mathbf{A}_{\mathrm{H}} \cdot \{\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}, \mathbf{p}'_k, \mathbf{p}'_{k+1}\} \\ &= [1, \tau, \tau^2, \tau^3] \cdot \{\mathbf{n}_0^k, \mathbf{n}_1^k, \mathbf{n}_2^k, \mathbf{n}_3^k\}. \end{aligned}$$

Экстраполяция дискретно заданных значений кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}_k$ кватернионом $\mathbf{M}(t)$ $\forall t \in \mathrm{T_n}$ осуществляется следующим образом. Сначала на основе однозначной связи кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ с модифицированным вектором Родрига $\boldsymbol{\sigma}$ по явным аналитическим соотношениям (3) вычисляется последовательность значений векторов $\boldsymbol{\sigma}_\kappa$ и далее к этой последовательности применяется описанная выше процедура экстраполяции. Затем следует обратный переход к кватерниону $\mathbf{M}(t)$ также по явным соотношениям (3).

Определение углового положения телескопа и ВСК в режиме АКСО

При сканировании звездного поля с постоянной угловой скоростью $\omega \approx 0.015^\circ/c$ и организации “скользящего окна” с полем зрения телескопа $\approx 1^\circ.3 \mathrm{x} 1^\circ.3$ со строго фиксированной частотой накопления зарядовых пакетов электронного изображения вдоль столбцов матрицы ПЗС получаются последовательности значений как кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}_s^{\mathrm{V}}$ ориентации ВСК, так и кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}_s^{\mathrm{S}}$ ориентации ОпСК относительно ИСК.

Орт $\mathbf{s}_1$ базиса $\mathbf{S}$ и орт $\mathbf{v}_1$ базиса $\mathbf{V}$ считаются строго противоположными, поэтому сначала определяется последовательность значений кватерниона ориентации $\boldsymbol{\Lambda}_s^{\mathrm{S}}$ оптического базиса $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3\}$ телескопа с точной привязкой к моментам времени t_s по снимку звездного неба на основе следующей методики. Вся последовательность N распознанных звезд на снимке разбивается на группы (кадры) так, чтобы в каждом кадре (окне) было заданное нечетное число звезд n по следующим правилам:

· звезды располагаются в порядке возрастания моментов времени t_s их регистрации без пропусков;

· каждый последующий кадр включает только одну дополнительную звезду.

Каждый i-ый кадр привязывается к моменту времени t_i^{m} по его центральной звезде с номером i, причем центром кадра считается точка $(y_i^{\mathrm{m}}, z_i^{\mathrm{m}})$, где y_i^{m} – координата центральной звезды по оси y фотоприемника, а z_i^{m} – координата средняя линия снимка по координате z матрицы ПЗС, см. рис. 6. Далее для каждого кадра определяются два набора ортов направлений на звезды:

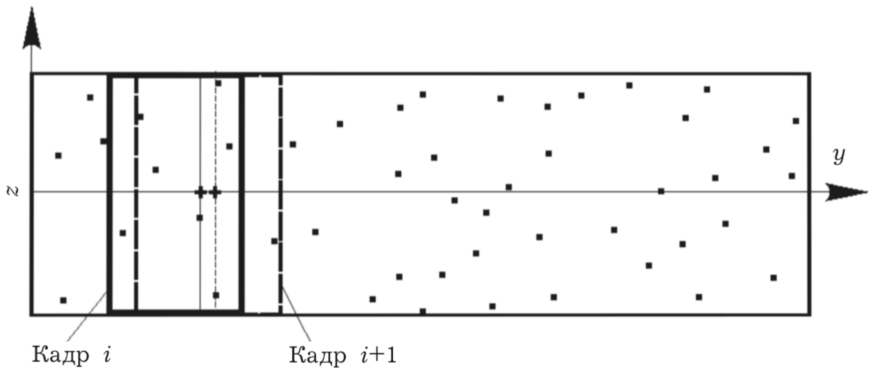

Рис. 6. Формирование кадров с набором изображений звезд

· первый набор ортов $\mathbf{r}_v^s$ в ВСК по относительным координатам (y_v^s, z_v^s) $v = 1 \div n$ звезд в фотоприемной плоскости матрицы ПЗС;

· второй набор ортов $\mathbf{b}_v^s$ в ИСК по прямым восхождениям α_v и склонениям δ_v, $v = 1 \div n$ звезд по звездному каталогу FK-5.

В завершении вызывается процедура QUEST для определения массива значений кватерниона Λ_i^V ориентации ВСК относительно ИСК в моменты времени t_i^m, $i = 1 \div N_k$, где N_k – число кадров на снимке.

Выполнена оценка минимального числа звезд в кадре, необходимого для определения кватерниона Λ_i^V ориентации ВСК относительно ИСК с погрешностью порядка десятых долей угловой секунды. В общем случае минимальное число звезд в кадре $n = 3$, а максимальное $n = N$ соответствует числу N всех распознанных звезд на снимке. В качестве кинематических параметров характеризующих отклонение положения ВСК от требуемого положения в ИСК были приняты угол $\delta\phi_e$ отклонения орта $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{s}_1$ от его номинального положения и угол $\delta\phi_x$ поворота вокруг оптической оси телескопа. Двумя последовательными вращениями на углы $\delta\phi_e$ и $\delta\phi_x$ совмещаются два положения ВСК в ИСК – абсолютно точное и восстановленное по снимку, причем первый поворот совмещает орты оси визирования (оптической оси телескопа), а второй поворот завершает совмещение двух указанных положений ВСК. Полученные результаты при кадре фиксированного размера 1°.3х1°.3 представлены на рис. 7 и рис. 8.

Ошибка определения положения оптической оси телескопа с ортом $\mathbf{s}_1 = -\mathbf{v}_1$ по прямым восхождениям α и склонениям δ гарантированно оценивается при предположении, что отклонения по этим координатам равновероятны. При этом значения функции рис. 7 следует умножить на $\sqrt{2}/2$. Представленные результаты свидетельствуют: для обеспечения требуемой погрешности определения положения оптической оси телескопа в ИСК доста-

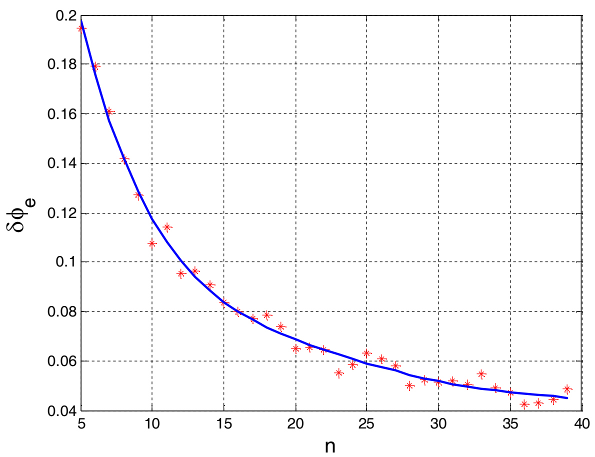

Рис. 7. Зависимость СКО погрешности определения положения оптической оси $\delta\phi_e$ [угл.сек] от числа звезд n

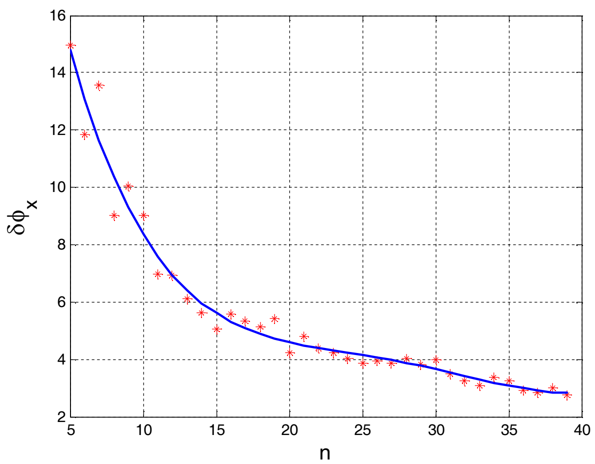

Рис. 8. Зависимость СКО погрешности определения разворота ВСК вокруг оптической оси $\delta\phi_x$ [угл.сек] от числа n

точно десяти наблюдаемых звезд в кадре. Погрешность определения разворота $\delta\phi_x$ вокруг оптической оси телескопа в десятки раз хуже даже при большом числе звезд, что обусловлено малым полем зрения телескопа.

Разработанная методика уточнения положения базиса $\mathbf{S}$ относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$ основывается на расширении измерительной астрономической базы за счет продолжительного сканирующего движения КА с угловой скоростью $\omega \approx 0.015^\circ / c$ по каналу тангажа, возможно с технологическими перерывами в части наблюдения телескопом звезд: допускается возможность движения телескопа с закрытой крышкой. Например, при общем временном интервале сканирования длительностью 1000 сек достаточно получать изображения звезд только на трех участках длительностью 100 сек – в начале, в середине и в конце общего временного интервала. В итоге при угловой скорости $\omega \approx 0.015^\circ / c$ перемещения оптической оси телескопа в "плоскости сканирования" получается измерительная астрономическая база с угловым размером 15°. Как показали численные расчеты с применением численной фильтрации оценок кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}_i^{\mathrm{V}}$ (точнее, оценок модифицированного вектора Родрига) по методу Савицкого–Голея, такой измерительной базы вполне достаточно для восстановления фактического положения базиса $\mathbf{S}$ относительно базиса $\mathbf{I}$ с СКО в определении разворота $\delta\phi_x$ вокруг оптической оси телескопа не более 1 угл. сек.

Когда используется полученная в режиме АКСО измерительная информация только от телескопа, определение фиксированного взаимного углового положения базисов $\mathbf{V}$ и $\mathbf{S}$ (их взаимный разворот относительно орта $\mathbf{s}_1 = -\mathbf{v}_1$) выполняется на основе дополнительного специального анализа номеров столбцов матрицы ПЗС, на выходе которых появляются накопленные изображения звезд в периферийной части линеек ПЗС. При этом удается определить постоянные технологические погрешности установки матрицы ПЗС в фокальной плоскости телескопа, которые в дальнейшем учитываются при планировании наблюдений заданных участков земной поверхности.

Определение положения базиса астросистемы в режиме АКСО

Положение СКА$_p$ каждого p-го астродатчика (АД$_p$) фиксировано в ССК, но фактическое положение ортов $\boldsymbol{a}_p$ оптических осей АД в ССК точно не известно. Виртуальная СКАС $\mathbf{A} = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$, см. рис. 5, вычисляется на основе обработки доступной измерительной информации, полученной в режиме АКСО от произвольной комбинации астродатчиков. Матрицы ПЗС в фокальной плоскости каждого АД фиксированы в ССК, поэтому "суммарное" поле зрения астросистемы на базе любой комбинации из не менее двух астродатчиков составляет измерительную астрономическую базу для высокоточного определения положения виртуальной СКАС относительно того же инерциального $\mathbf{I}$. Естественно наилучшие результаты получаются при доступности измерительной информации от всех четырех АД и ее бортовой обработки сначала с помощью алгоритма QUEST и далее фильтрации по методу Савицкого–Голея. В предельном случае виртуальная СКАС строится на основе информации об угловом положении в ИСК ортов $\boldsymbol{a}_p$ оптических осей любых двух АД. Ясно, что при наличии оценок кватерниона ориентации ВСК и кватерниона ориентации виртуальной СКАС относительно одного и того же инерциального базиса несложно получить постоянный поправочный кватернион для учета их взаимного положения. Такой поправочный кватернион используется в системе управления ориентацией КА при реализации запланированных режимов наблюдения земной поверхности.

Уточнение положения ВСК при наблюдении Земли

Уточнение значений кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}(t)$ фактического углового положения и вектора фактической угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ базиса $\mathbf{S}$ относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$ для любого момента времени $t \in \mathrm{T}_n \equiv [t_{\mathrm{i}}, t_{\mathrm{f}}]$ в режиме оптико-электронной съемки телескопом заданного участка поверхности Земли, когда используется измерительная информация только от астродатчиков, является весьма непростой задачей. Выполненная в режиме АКСО калибровка взаимного углового положения ВСК и виртуальной СКАС сначала проверяется в режиме наблюдения наземных полигонов с известными опорными объектами. Необходимость такой дополнительной калибровки обусловлена различием в условиях наблюдения “холодного” космоса и “теплой” Земли. В этом режиме калибровки система управления ориентацией КА реализует угловое движение телескопа в ИСК, заданное набором векторных сплайнов, которые рассчитаны из условий оптико-электронного наблюдения полигона с назначенным азимутом A сканирования, рис. 3*а*. Здесь измерительная информация от астросистемы обрабатывается с помощью алгоритма QUEST, фильтрации по методу Савицкого–Голея и окончательной экстраполяции векторными сплайнами. Кватернионное рассогласование между программным и фактическим (по снимку полигона) движениями ВСК относительно ИСК дает оценку точности восстановления фактической ориентации ВСК в процессе съемки наземного участка. Оценка вектора фактической угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ базиса $\mathbf{S}$ относительно ИСК для любого момента времени $t \in \mathrm{T}_n$ режима оптико-электронной съемки Земли получается по обратному векторному кинематическому уравнению для модифицированного вектора Родрига (5) на основе дифференцирования векторного сплайна по явным аналитическим соотношениям. После выполнения калибровки по наземным полигонам бортовые средства КА готовы для оперативного решения задач апостериорного уточнения (восстановления) фактического углового положения и вектора фактической угловой скорости ВСК для любого момента времени оптико-электронной съемке космическим телескопом произвольного участка земной поверхности, когда используется информация только от астросистемы.

Заключение

Кратко представлены разработанные инновационные методы для уточнения фактической ориентации космического телескопа на основе апостериорной обработки измерительной информации непосредственно на борту КА. Эти методы основаны на известных приемах сглаживания – аппроксимации, фильтрации векторных измерений и интерполяции результатов фильтрации векторными сплайнами. Описаны новые методики прецизионной полетной геометрической калибровки телескопа и астросистемы на основе четырех звездных датчиков, оптимально расположенных на корпусе КА оптико-электронного землеобзора. Представлены некоторые конкретные численные результаты, демонстрирующие эффективность предложенных методов.

Работа поддержана РФФИ (гранты 07-08-97611, 08-08-99101), Президиумом РАН (программа фундаментальных исследований 22) и Отделением энергетики, механики, машиностроения и процессов управления РАН (программы 15 и 18).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа. М.: Физматлит, 1961.
2. *Orfanidis S.J.* Introduction to Signal Processing. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1996.
3. *Markley F. L., Mortari D.* Quaternion Attitude Estimation Using Vector Observation // The Journal of the Astronautical Sciences. 2000. Vol. 48. No. 2&3.

PRECISE DEFINITION OF A SPACE TELESCOPE ATITUDE BY A POSTERIOR ONBOARD PROCESSING A MEASURED INFORMATION

© 2008 Ye. I. Somov, S. A. Bytyrin

Samara Science Centre of Russian Academy of Sciences

The innovation methods on a posterior onboard processing of a measured information are presented for more precise definition of the advanced land-survey spacecraft attitude.