

## ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИСКОЛЬЗЯЩИХ ПРОЦЕССОВ В РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМ ГИСТЕРЕЗИСОМ

© 2008 В.Е.Вохрышев, Д.А.Рагазин

Самарский государственный технический университет

Исследованы квазискользящие процессы в релейных системах с алгоритмами управления, построенными с использованием в обратной связи экстремумов регулируемой координаты.

Релейными принято называть системы, у которых сигнал управления, поступающий непосредственно на исполнительное устройство объекта, а затем усиленный в нем или преобразованный в иную физическую величину – и на сам объект, изменяется скачком всякий раз, когда величина рассогласования между заданным значением регулируемой координаты и ее текущим значением достигает некоторого порогового значения, причем сам сигнал управления является дискретным по уровню и может принимать или два, или три, или несколько значений [1].

В практике управления динамическими объектами релейные системы получили широкое распространение благодаря простой конструкции, алгоритмической и программной реализации, высокому быстродействию и надежности [2, 3].

Существенным преимуществом релейного управления является также значительное упрощение исполнительного механизма системы за счет снижения требований к его характеристикам, возможность получения заданных динамических свойств системы при малых весах и габаритах исполнительных управляющих устройств. К релейным законам управления часто обращаются и в тех случаях, когда необходимо обеспечить высокую точность режима слежения на так назы-

ваемых ползучих скоростях [3].

Релейные автоматические системы обладают высоким быстродействием вследствие того, что управляющее воздействие в них изменяется практически мгновенно, “скачком”, и исполнительное устройство подвержено максимальному постоянному воздействию.

Функциональная схема релейной системы представлена на рис. 1.

Здесь обозначено: 1-регулируемый объект, 2 датчик, измеряющий регулируемую (выходную) координату объекта  $x(t)$ , 3 – задатчик, или задающее устройство, устанавливающий заданное (номинальное) значения выходной координаты  $x_k$ , 4 – сравнивающее устройство (сумматор), 5 – релейный регулятор, 6 – исполнительное устройство (исполнительный механизм), 7 – дополнительная обратная связь (например, по скорости изменения выходной координаты).

В частных случаях некоторые из этих элементов могут отсутствовать, например, дополнительная обратная связь. Если исполнительный механизм и датчик встроены конструктивно непосредственно в объект управления, их на функциональной схеме относят к объекту управления. Использование в системе микропроцессорной техники для реализации управления позволяет задающее устройство и сумматор также объединить в один блок.

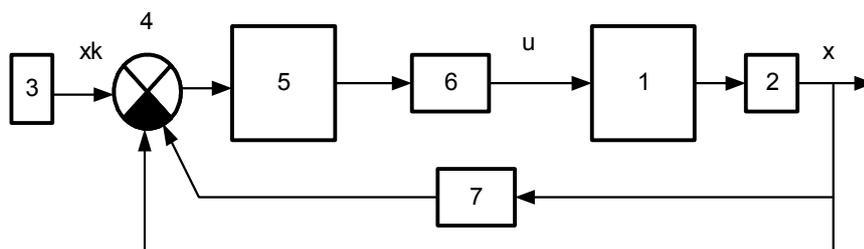


Рис. 1. Функциональная схема релейной системы

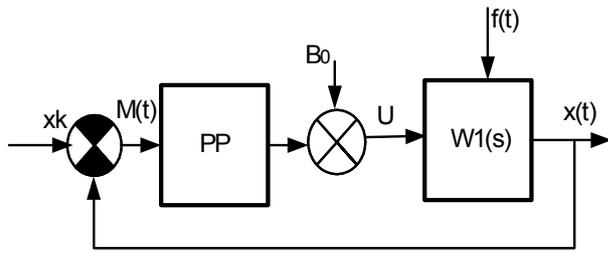


Рис. 2. Структурная схема релейной системы

Структурную схему релейной системы обычно изображают следующим образом (рис. 2).

Здесь  $W1(s)$  – передаточная функция объекта, объединенного с датчиком и исполнительным механизмом, PP – релейный регулятор, так что управляющее воздействие  $U(t)$  действует непосредственно на объект,

В простейшем случае управление  $U(t)$  определяется отклонением регулируемой координаты  $x(t)$  от своего заданного конечного состояния  $xk$  и принимает лишь два значения  $+B$  или  $-B$ , которые соответствуют предельным значениям управления при переключениях релейного регулятора. В общем же случае оно может зависеть и от иных величин, характеризующих состояние объекта (от производных, интегралов отклонения и пр.) [2, 4].

Управление  $U(t)$  как уравнение релейного регулятора можно записать следующим образом:

$$U(t) = \Phi(t) + B_0,$$

где  $\Phi(t)$  – оператор, зависящий от вида статической характеристики релейного регулятора, которая определяется функцией переключения, действующей на его входе,  $B_0$  – постоянная величина (смещение), необходимость введения которой обусловлена стремлением повысить точность управления в установившемся режиме работы объекта без астатизма или обеспечить симметричность автоколебаний регулируемой координаты возле заданного конечного состояния. Смещения может и не быть.

В соответствии со структурной схемой (рис. 2) объект управления предполагается линейным и задается передаточной функцией

$$W(s) = \frac{R(s)}{P(s)},$$

а движение объекта описывается линейным дифференциальным уравнением следующего вида:

$$P(p)x(t) = R(p)U(t),$$

где  $p$  – оператор дифференцирования  $d/dt$ .

Предполагается также, что многочлен  $P(s)$  (исходя из физической реализуемости) имеет более высокую степень, чем многочлен  $R(s)$ .

В данной статье исследуются процессы в релейных системах, управление в которых построено с использованием в обратной связи экстремумов регулируемой координаты [5], что позволяет существенно повысить его эффективность без использования в законе управления производных, а также организовать квазискользкие процессы в системе.

Пусть линейная часть системы имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{K_0}{s \cdot (T_0 s + 1)}, \quad (1)$$

а движение объекта описывается линейным дифференциальным уравнением следующего вида

$$(T_0 \cdot p^2 + p) \cdot x(t) = k \cdot U(t), \quad (2)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$ .

Подобное уравнение в первом приближении имеют электромеханические объекты, системы вентиляции и отопления, следящие системы [6, 7].

В качестве нелинейной части будем использовать двухпозиционный регулятор [8]

$$U(t) = B \cdot \text{sign}(M(t)) \quad (3)$$

с функцией переключения

$$M(t) = xk + k \cdot (x_{1e}(t) - xk) - x_1(t), \quad (4)$$

где  $x_{1e}(t)$  – экстремальные значения регулируемой координаты (ее максимум  $x_{1max}(t)$  или минимум  $x_{1min}(t)$ ),

$k$  – постоянный коэффициент,  $-1 < k < 1$ ,

$\text{Sign}$  – знаковая функция, принимающая значения  $+1$  или  $-1$  в зависимости от знака функции переключения  $M(t)$ ,

$B$  – величина управляющего воздействия.

Из соотношения (4) видно, что величина  $(x_{1e}(t) - xk)$  есть ни что иное, как амплитуда входного сигнала, а сама функция  $M(t)$  на протяжении управления при переводе объекта из заданного начального состояния в предписанное конечное может менять знак

не менее чем один раз. Статическая характеристика регулятора для случая, когда  $0 < k < 1$  представлена на рис. 3.

Это релейный регулятор с отрицательным переменным гистерезисом, ширина которого поставлена в линейную зависимость от амплитуды автоколебаний.

Без потери общности анализа будем считать  $xk = 0$  и найдем сигнал, действующий на входе релейного регулятора (функцию переключения)

$$M(t) = k \cdot x_{1e}(t) - x_1(t).$$

Переключения управления происходят, когда функция  $M(t)$  обращается в нуль.

$$M(t) = 0. \tag{5}$$

Полагая в уравнении (2)

$$\dot{x}(t) = \frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t), \text{ получим систему}$$

дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{x_2(t)}{T_0} + \frac{K_0 U(t)}{T_0}, \tag{6}$$

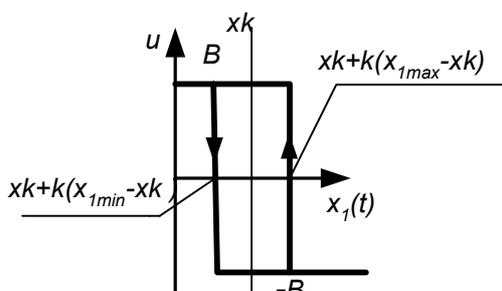


Рис. 3. Статическая характеристика регулятора с отрицательным переменным гистерезисом

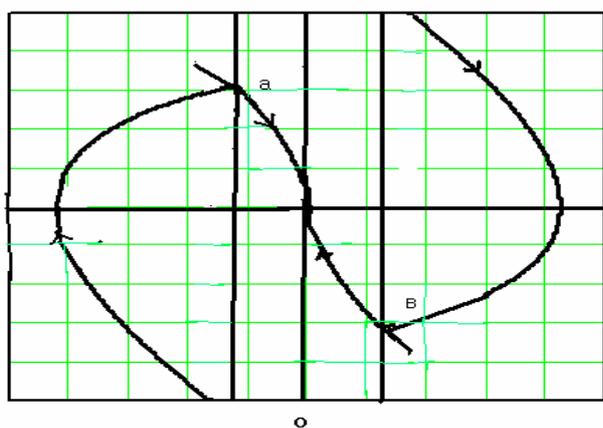


Рис. 4. Фазовые траектории и линии переключения

Движения изображающей точки (ИТ) на фазовой плоскости определяется соотношением:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{T_0 \cdot x_2(t)}{K_0 \cdot U(t) - x_2(t)}. \tag{7}$$

Уравнение линии переключения (5) на фазовой плоскости представляет собой прямую, которая параллельна оси  $x_2(t)$  и проходит через точку с координатами  $(k \cdot x_{1e}(t), 0)$ .

Если функция переключения

$$M(t) = k \cdot x_{1e}(t) - x_1(t) > 0,$$

т. е.  $x_1(t) > k \cdot x_{1e}(t)$ , то изображающая точка (ИТ) находится справа от линии переключения, а управление  $U(t) = -B$ . Уравнение движения при  $U(t) = -B$ , полученное решением дифференциального уравнения (7), имеет вид

$$x_1(t) = -T_0 \cdot (x_2(t) - B \cdot K_0 \cdot \ln(B \cdot K_0 + x_2(t))) + C. \tag{8}$$

Если  $M(t) < 0$ , т.е.  $x_1(t) < k \cdot x_{1e}(t)$  (ИТ слева от линии переключения), то управление  $U(t) = +B$ , а уравнение движения

$$x_1(t) = -T_0 \cdot (x_2(t) + B \cdot K_0 \cdot \ln(-B \cdot K_0 + x_2(t))) + C. \tag{9}$$

Понятно, что если в качестве линий переключения использовать уравнения фазовых полутраекторий (8 и 9), ведущих в начало координат фазовой плоскости, перевод ИТ из произвольного начального состояния в начало координат осуществлялся бы за одно переключение релейного элемента, а управление было оптимальным по быстродействию. Фазовые траектории для различных граничных условий при одном переключении представлены на рис. 4.

Однако сложности реализации подобного управления, связанные главным образом с необходимостью измерения скорости выходной координаты в условиях помех, а также причины, обусловленные приближенностью математического описания реального объекта и элементами его неопределенности, вынуждают чаще всего отказываться от подобного решения и аппроксимировать эти полутраектории более простыми функциями [5, 9].

Если коэффициент  $k$  в функции переключения (6) подобрать или вычислить тем или иным образом так, чтобы линия переключения (5) проходила через точку "а" или точку "в" на рис. 3, то протекающие в системе процессы также будут оптимальными по быстр-

родействию. Следует обратить внимание на то, что ИТ не может быть переведена управлением (3) в начало координат за одно переключение при движении ее из области начальных условий, расположенной правее полутраектории (9), ведущей в начало координат во втором квадранте фазовой плоскости, и осью ординат или из области – левее полутраектории (8), ведущей в начало координат, и осью ординат в четвертом квадранте. Для этого необходимо как минимум выполнить два переключения так, как показано на рис. 5. Движение ИТ на этом рисунке начинается из точки “с”. В точке “в” происходит первое переключение, а в точке “а” – второе. Это обусловлено тем, что знак на первом интервале управления при использовании функции переключения (4) всегда отрицательный, если в начале управления ИТ располагается справа от оси ординат, и положительный – в противном случае. Тогда как знаки на первом интервале управления в выше обозначенных областях при оптимальном по быстродействию управлении всегда положительны и отрицательны соответственно. Поэтому в этих областях фазовой плоскости управление (3) дополнительно один раз меняет знак.

Если коэффициент  $k$  в функции переключения (4) положить больше оптимального (так, чтобы линия переключения (4) проходила на фазовой плоскости правее точки “в” или левее точки “а” на рис. 3) в системе всегда будут возникать квазискользкие процессы, как показано на рис. 6, а переходный процесс заканчивается без перерегулирования (рис. 7). Это обусловлено тем, что ИТ в момент переключения не может остаться на линии переключения (как это имеет место в

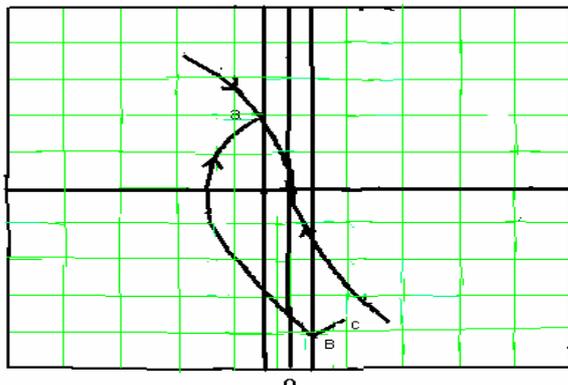


Рис. 5. Квазиоптимальные по быстродействию процессы

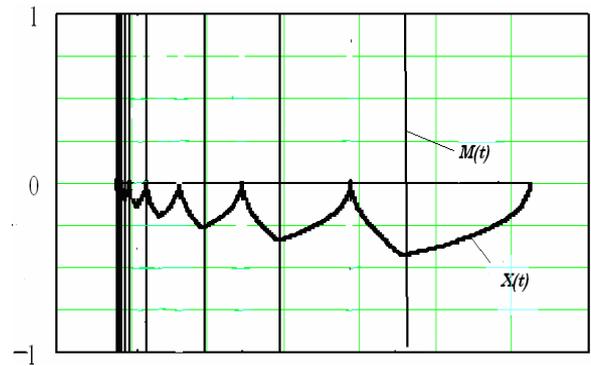


Рис. 6. Фазовый портрет

релейных системах с линейной функцией переключения [6, 9]), а продолжает двигаться по траектории (9), до момента пересечения траекторией оси абсцисс. Появление экстремума регулируемой координаты приводит к скачкообразному перемещению линии переключения  $M(t)$  левее этого экстремума, и управление (8) вновь меняет знак. В конечном состоянии управление удерживает ИТ в начале координат фазовой плоскости.

В заключение отметим, что использование релейного регулятора (3) в системах управления динамическими объектами позволяет существенно упростить техническую и алгоритмическую реализацию управления, наделять систему адаптивными свойствами к действию сигнальных возмущений и реализовать в системе второго порядка (при некоторых несущественных для практики ограничениях) оптимальное по быстродействию управление с использованием только выходной координаты или ошибки системы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фалдин Н.В. Релейные системы автоматического управления // Математические

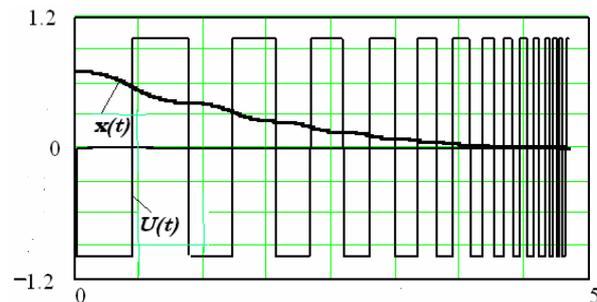


Рис. 7. Переходный процесс в релейной системе с отрицательным переменным гистерезисом

- модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. *К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова*. М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
2. *Цыпкин Я.З.* Релейные автоматические системы. М.:Наука, 1974.
  3. *Руднев С.А., Фалдин Н.В.* Исследование периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничителями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. №2.
  4. *Бурляев В.В.* Условия возникновения полигармонических колебаний в двухпозиционных регуляторах с отрицательным гистерезисом // Изв. Вузов. Электромеханика. 1970. №6.
  5. *Вохрышев В.Е.* Метод диверсификации экстремумов фазовых координат в прикладных задачах синтеза управления динамическими объектами. Самара: СамНЦ РАН, 2004.
  6. *Бесекинский В.А. Попов Е.А.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1979.
  7. *Kurman J.* Ventilation and air conditioning // Landis and Staefa Basic Training, 1981.
  8. Пат. Российская Федерация. № 2302029 Регулятор с релейной характеристикой / *В.Е. Вохрышев*. Опубл.: 2007. Бюл. № 18.
  9. *Старикова М.В.* Автоколебания и скользящий режим в системах автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1962.

## INVESTIGATION OF QUASISLIDING PROCESSES IN RELAY SYSTEMS WITH VARIABLE HYSTERESIS

© 2008 V.E. Vokhryshev, D.A. Ragazin

Samara State Technical University

The article researches quasisliding processes in relay systems with direction algorithms based on using regulated coordinate extremes in a feedback.