

## ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ ВИБРОЗАЩИТЫ С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ИЗ МАТЕРИАЛА МР

© 2008 А.М. Уланов, Ю.К. Пономарев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Определены параметры широко применяемого в виброзащите материала МР (модуль жесткости, коэффициент Пуассона, коэффициент рассеивания энергии, коэффициент трения) в различных направлениях. На основе этих зависимостей получен метод проектирования виброзащитной системы с виброизоляторами из МР.

Виброизоляторы из материала МР (МР – “Металлическая резина” – получается холодным прессованием проволоочной спирали) широко используются в виброзащитных системах [1, 2, 4]. Они имеют высокую прочность, высокий коэффициент рассеивания энергии, способны работать в условиях высокой и низкой температуры, в агрессивной среде, вакууме, радиации и так далее. Однако свойства материала МР нелинейно зависят от многих параметров: относительной

плотности материала  $\bar{\rho} = \frac{\rho_{MR}}{\rho}$  (где  $\rho$  – плотность материала проволоки,  $\rho_{MR}$  – абсолютная плотность материала МР), амплитуды деформации  $A$ , предварительной статической деформации  $Q$ . Применяемые модели материала МР (их обзор присутствует в [2]) в большинстве случаев основаны на рассмотрении контактного взаимодействия проволок в МР, очень сложны и малоприспособны для практического применения при проектировании виброизоляторов. В настоящей работе предлагается подход к проектированию систем виброзащиты, использующих материал МР, на основе представления о МР как анизотропной сплошной среде. Такой подход также открывает возможность применения конечно-элементных программ при расчете виброизоляторов из материала МР.

### Определение параметров МР

Исследовались образцы в виде куба со стороной  $l=25$  мм, изготовленные из проволоки диаметром 0,1 мм. В принятой системе координат направление прессования – ось  $X$ . Зависимость напряжения прессования от от-

носительной плотности материала можно представить уравнением

$$\sigma_{press} \approx 576\bar{\rho}^{1.7} \quad (1)$$

Для осуществления деформации сдвига и растяжения образцы приклеивались к жестким поверхностям. Есть некоторые отличия в деформации приклеенных и не приклеенных образцов.

### Коэффициент Пуассона

Коэффициент  $\nu_{yx}$  (описывает влияние силы, приложенной в направлении  $X$ , на де-

формацию в направлении  $Y$ ;  $\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$ )

очень мал. В рабочем диапазоне ( $\varepsilon \leq 0.16$ )  $\nu_{yx} \leq 0.03$ . Есть зависимость от относительной деформации

$$\nu_{yx} \approx 0.2\varepsilon_x \quad (2)$$

Аналогично  $\nu_{zx}$ . Поскольку коэффициент Пуассона в данном направлении очень мал, не имеет значения, приклеены или свободны нагруженные поверхности образца.

При сжатии в направлении  $Y$  в направлениях  $X$  и  $Z$  наблюдаются значительные петли гистерезиса (рис. 1).

Они приблизительно подобны петле в направлении  $Y$ . Если перестроить петли в координаты  $\varepsilon_y - \varepsilon_x$  (или, соответственно,  $\varepsilon_y - \varepsilon_z$ ), результат можно описать приблизительно в виде  $\varepsilon_x \approx -a\varepsilon_y \pm b$ , где коэффициент  $a$  играет роль коэффициента Пуассона, а коэффициент  $b$  является остаточной деформацией. Знак + относится к процессу нагружки, знак – к процессу разгрузки.

Коэффициент Пуассона и остаточная деформация при свободных нагруженных по-

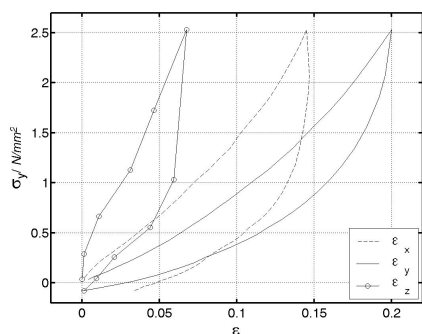


Рис. 1. Петли гистерезиса в направлениях X и Z при сжатии в направлении Y (приклеенный образец)

верхностях зависят от амплитуды деформации и относительной плотности материала.

$$\epsilon_x \approx (-17\epsilon_y \pm 3.1\epsilon_y)\epsilon_y \bar{\rho}. \quad (3)$$

Аналогично  $\nu_{xz}$ .

$$\epsilon_z \approx (-8.5\epsilon_y \pm 0.46\epsilon_y)\epsilon_y \bar{\rho}. \quad (4)$$

Аналогично  $\nu_{xz}$ .

У приклеенных образцов нагрузочные поверхности деформироваться не могут, поэтому деформация свободных поверхностей больше, и, соответственно, коэффициент Пуассона больше.

Для приклеенных нагрузочных поверхностей вид зависимостей несколько отличается.

$$\epsilon_x \approx -0.66\epsilon_y \pm (-0.075\bar{\rho} + 0.035), \quad (5)$$

то есть коэффициент Пуассона  $\nu_{xy} \approx 0.66$ . Аналогично  $\nu_{xz}$ . Точно так же

$$\epsilon_z \approx -0.3\epsilon_y \pm (-0.033\bar{\rho} + 0.014), \quad (6)$$

то есть коэффициент Пуассона  $\nu_{zy} \approx 0.3$ . Аналогично  $\nu_{yz}$ .

При растяжении (экспериментально проверено до  $\epsilon \approx -0.05$ ) деформация материала МР в боковых направлениях не изменяется, следовательно, коэффициент Пуассона равен 0.

### Модуль сдвига G и сила трения при сдвиге

Петля гистерезиса при сдвиге (кроме ее концов) близка к линейной (рис. 2), поэтому ее можно приблизительно описать уравнением

$$\tau = G\gamma \pm \tau_f, \quad (7)$$

где  $\tau_f$  – напряжение от сил трения.

Из обработки большого количества измерений (для различной относительной плотности и различного диаметра проволоки) получены соотношения

$$G_{yx} : G_{xy} : G_{zy} \approx 1 : 1.53 : 2.75 \quad (8)$$

$$\tau_{Hyx} : \tau_{Hxy} : \tau_{Hzy} \approx 1 : 1.26 : 1.99; \quad (9)$$

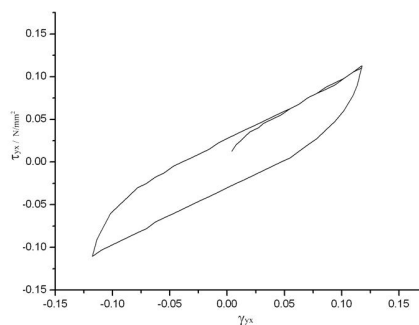


Рис. 2. Деформация образца из МР в одном из направлений сдвига

$$G_{zx} = G_{yx}; G_{xz} = G_{xy}; G_{yz} = G_{zy};$$

$$\tau_{Hxz} = \tau_{Hyx}; \tau_{Hxz} = \tau_{Hxy}; \tau_{Hyz} = \tau_{Hzy} \quad (10)$$

Первый индекс – направление действия силы, второй – направление, в котором материал закреплен при сдвиге.

Зависимость от относительной плотности

$$G_{yx} \approx 6.65\bar{\rho}^{1.7} \text{ МПа}, \tau_{Hyx} \approx 0.107\bar{\rho}^{1.1} \text{ МПа}. \quad (11)$$

Модуль сдвига и напряжение от сил трения в других направлениях можно получить, используя зависимости (8), (9) и (10).

Интересно, что в относительных координатах

$$\bar{G}_{yx} = \frac{G_{yx}}{\sigma_{press}} = \frac{6.65\bar{\rho}^{1.7}}{576\bar{\rho}^{1.7}} = 0.0115, \quad (12)$$

то есть все модули сдвига зависят только от силы прессования, причем линейно.

### Модуль упругости (модуль Юнга) и напряжение трения при сжатии и растяжении

Упругая линия петли гистерезиса на сжатие и растяжение существенно нелинейна. Целесообразно описать петлю как сумму напряжения на упругой линии  $\sigma_L$  и напряжения трения  $\sigma_H$ .

$$\sigma = \sigma_L \pm \sigma_H. \quad (13)$$

Упругая линия и напряжение трения могут быть определены по экспериментальным процессам нагрузки  $\sigma_1$  и разгрузки  $\sigma_2$  по уравнениям

$$\sigma_L = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \text{ и } \sigma_H = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ соответ-}$$

ственно в диапазоне деформаций  $[0.7A_{\min}; 0.7A_{\max}]$  [3]. Для направления X этот диапазон составил  $\epsilon_x \in [-0.06; 0.24]$ , в направлениях Y и Z  $\epsilon \in [-0.06; 0.16]$ . Линии  $\sigma_L$

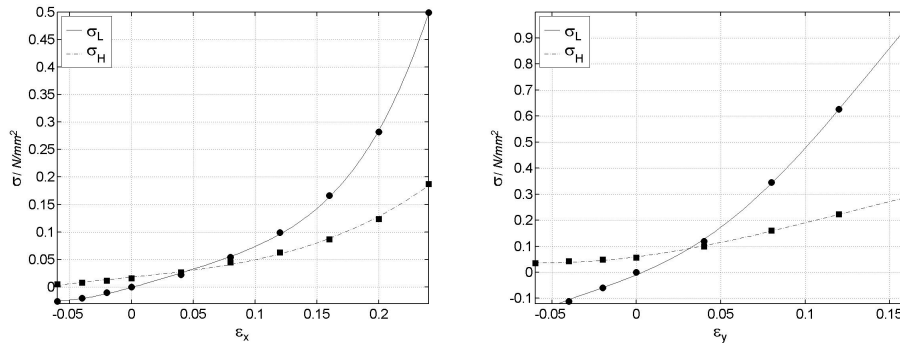


Рис. 3. Упругая линия и напряжение трения петли гистерезиса образца материала с  $\bar{\rho} = 0.18$  в направлениях X и Y

и  $\sigma_H$  для относительной плотности  $\bar{\rho} = 0.18$  в направлениях X и Y приведены на рис. 3.

Зависимость напряжения трения от  $\varepsilon$  удовлетворительно описывается полиномом степени 3, зависимость от  $\bar{\rho}$  в направлении X сходная с зависимостью при сдвиге (прямая пропорциональность), в направлениях Y и Z зависимость более сильная (пропорционально  $\bar{\rho}^{1.7}$ ).

$$\sigma_{Hx} \approx (0.0181 + 0.231\varepsilon_x + 0.0691\varepsilon_x^2 + 7.71\varepsilon_x^3) \left( \frac{\bar{\rho}}{0.18} \right) \quad (14)$$

$$\sigma_{Hy} \approx (0.0597 + 0.819\varepsilon_y + 6.51\varepsilon_y^2 - 16.8\varepsilon_y^3) \left( \frac{\bar{\rho}}{0.18} \right)^{1.7} \quad (15)$$

Аналогично  $\sigma_{Hz}$

Зависимость упругой линии от  $\varepsilon$  удовлетворительно описывается полиномом степени 4, зависимость от  $\bar{\rho}$  в направлении X сходна с  $\sigma_{press}$  (пропорционально  $\bar{\rho}^{1.7}$ ), в направлениях Y и Z зависимость более сильная (пропорционально  $\bar{\rho}^2$ ).

$$\sigma_{Lx} \approx (0.613 + 1.771\varepsilon_x - 20.4\varepsilon_x^2 + 160\varepsilon_x^3) \varepsilon_x \left( \frac{\bar{\rho}}{0.18} \right)^{1.7} \quad (16)$$

$$\sigma_{Ly} \approx (2.69 + 14.2\varepsilon_y + 139\varepsilon_y^2 - 632\varepsilon_y^3) \varepsilon_y \left( \frac{\bar{\rho}}{0.18} \right)^2 \quad (17)$$

Аналогично  $\sigma_{Lz}$ .

Первый множитель в этих произведениях аналогичен модулю упругости E.

### Коэффициент рассеивания энергии в различных направлениях

Уравнения (7) – (11) и (13) – (17) дают возможность построить приблизительно петли гистерезиса (с вертикальными начальными участками нагрузки и разгрузки) и оценить коэффициент рассеивания энергии  $\psi$ . В направлении Y жесткость материала МР существенно больше, чем в направлении X, а различие силы трения не так велико, поэтому коэффициент рассеивания энергии в направлении X существенно больше. Например, для амплитуды деформации  $\varepsilon = 0.1$  и относительной плотности  $\bar{\rho} = 0.18$  получаем

$\frac{\psi_x}{\psi_y} \approx 1.4$ . С увеличением  $\bar{\rho}$  сила трения в направлении Y растет несколько быстрее, и различие уменьшается, но все равно при  $\bar{\rho} = 0.3$

получаем  $\frac{\psi_x}{\psi_y} \approx 1.2$ .

При сдвиге петля гистерезиса близка к линейной, ее площадь пропорциональна  $2\tau\gamma$ , а потенциальная энергия деформирования пропорциональна  $\frac{1}{2}G\gamma^2$ . Поэтому коэффициент

рассеивания энергии пропорционален  $\frac{\tau}{G}$ , и из уравнений (8) и (9) следует  $\frac{\psi_{yx}}{\psi_{xy}} : \psi_{zy} : \psi_{zy} \approx 1 : 0.82 : 0.72$ , а из уравнений (11) следует, что  $\psi$  при сдвиге пропорционален  $(\bar{\rho})^{-0.6}$ .

Значения  $\psi_x$  и  $\psi_{yx}$  сопоставимы. При  $\varepsilon = \gamma = 0.1$  отношение  $\frac{\psi_{yx}}{\psi_x} \approx 1.12$ , при

$\varepsilon = \gamma = 0.15$  отношение  $\frac{\psi_{yx}}{\psi_x} \approx 0.82$ .

### Коэффициент трения

Поскольку значительная доля энергии рассеивается в виброизоляторе не при трении внутри материала МР, а при трении материала МР о стальные детали конструкции виброизолятора, необходимо знать коэффициент трения МР по стали  $f$ . Для этого образец прижимался известной силой  $P_1$  и смещался силой  $P_2$  в перпендикулярном направлении. Относительная плотность  $\bar{\rho}$  и направление силы ( $P_1$  в направлении прессы X,  $P_2$  в перпендикулярном направлении Y, и наоборот) на коэффициент трения не влияют. Обнаружена слабая зависимость  $f$  от напряжения прижатия. При малых значениях  $\sigma = \frac{1}{l^2}$  коэффициент трения  $f=0.1$ , далее он слабо растет и после  $\sigma \approx 0.75 \text{ МПа}$  остается постоянным и равным 0,125.

### Проектирование виброзащитной системы

Рассмотрим пример проектирования виброзащитной системы на основе полученных зависимостей для параметров материала МР. Пусть виброизолятор работает на сжатие в направлении X или Y. Даны: масса защищаемого объекта  $m$ , требуемая резонансная частота виброзащитной системы  $f_0$ , амплитуда действующего ускорения  $a$ , допустимое ускорение защищаемого объекта на резонансе  $w_0$ .

По этим данным можно, используя приближенную линейную модель, найти необходимую динамическую жесткость виброизолятора

$$k_d = 4\pi^2 f_0^2 m, \quad (18)$$

необходимый коэффициент передачи на резонансе

$$\eta_0 = \frac{w_0}{a}, \quad (19)$$

амплитуду деформации виброизолятора на резонансе

$$A = \frac{w_0}{4\pi^2 f_0^2} \quad (20)$$

и требуемый коэффициент рассеивания энергии

$$\psi \approx \frac{2\pi}{\eta_0}. \quad (21)$$

Для обеспечения большого времени работы виброизолятора желательно, чтобы его относительная деформация не превышала 10%. Примем  $\varepsilon_0 = 0.1$ . Тогда высота упругого элемента из МР

$$H = \frac{A}{\varepsilon_0}. \quad (22)$$

Минимальная предварительная стати-

ческая деформация  $Q$  определяется весом защищаемого объекта. Однако она может быть увеличена при помощи дополнительного сжатия упругих элементов из материала МР. Получаем

$$\frac{mg}{F} \leq \sigma_L(\varepsilon_q), \quad (23)$$

где  $\varepsilon_q = \frac{Q}{H}$ ,  $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ ,  $F$  – площадь поперечного сечения виброизолятора.

Таким образом, виброизолятор совершает колебания между точками с относительной деформацией

$$\varepsilon_1 = \frac{Q+A}{H}; \quad \varepsilon_2 = \frac{Q-A}{H}. \quad (24)$$

Тогда динамическая жесткость виброизолятора

$$k_d \approx \frac{\sigma_L(\varepsilon_1) + \sigma_H(\varepsilon_1) - (\sigma_L(\varepsilon_2) - \sigma_H(\varepsilon_2))}{2A} F = \frac{(\Delta_L + s_H)}{2A} F \quad (25)$$

где

$$\Delta_L = \sigma_L(\varepsilon_1) - \sigma_L(\varepsilon_2); \quad (26)$$

$$s_H = \sigma_H(\varepsilon_1) + \sigma_H(\varepsilon_2). \quad (27)$$

Подставив в (25) уравнения (18) и (20), получаем

$$2w_0 m = (\Delta_L + s_H) F \quad (28)$$

Площадь петли гистерезиса (предполагая, что участки первоначальной нагрузки и разгрузки – вертикальные линии) приблизительно равна

$$\Delta W' \approx 2AF(\sigma_H(\varepsilon_1) + \sigma_H(\varepsilon_2)) = 2AFs_H.$$

Поскольку реальные участки нагрузки и разгрузки криволинейны, это завышенная оценка площади петли. Используя подобие петель виброизоляторов из МР, установленное в [4], и приведенную там же линию нагрузки (или разгрузки) в обобщенных координатах, можно считать, что площадь реальной петли гистерезиса

$$\Delta W \approx 0.75\Delta W' \approx 1.5AFs_H.$$

Максимальная потенциальная энергия формирования из-за несимметрии петли будет различна для нагрузки и разгрузки, поэтому для ее расчета принято среднее значение

$$W \approx 0.25((\sigma_L(\varepsilon_1) + \sigma_H(\varepsilon_1) - \sigma_L(\varepsilon_0)) + (\sigma_L(\varepsilon_0) - \sigma_L(\varepsilon_2) + \sigma_H(\varepsilon_2)))AF = 0.25(\Delta_L + s_H)AF$$

Тогда коэффициент рассеивания энергии

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} \approx \frac{6s_H}{\Delta_L + s_H}.$$

Из (25)  $\Delta_L + s_H \approx \frac{2Ak_d}{F}$ . Тогда

$$\psi \approx \frac{3Fs_H}{Ak_d}.$$

С учетом (18) – (21), получаем

$$Fs_H = \frac{2\pi ta}{3}. \quad (29)$$

Разделив почленно (28) на (29), получим

$$\frac{\Delta_L + s_H}{s_H} = \frac{3w_0}{\pi a}. \quad (30)$$

Получаем следующий алгоритм проектирования виброизолятора:

1. Рассчитать значения  $A$  и  $H$  по уравнениям (20) и (22).

2. Принять некоторое значение  $\bar{\rho}$  (для обеспечения минимального веса виброизолятора можно начинать с наименьших технологически достижимых значений, например,  $\bar{\rho} = 0.18$ . При небольших требованиях к прочности виброизолятора возможно  $\bar{\rho} = 0.15$ ).

3. Принимая ряд значений  $Q$ , получать по уравнениям (24) значения  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , по уравнениям (14) и (16) (или по уравнениям (15) и (17) для направления, перпендикулярного направлению прессования) значения  $\sigma_H(\varepsilon_1)$ ,  $\sigma_H(\varepsilon_2)$ ,  $\sigma_L(\varepsilon_1)$ ,  $\sigma_L(\varepsilon_2)$ , по уравнениям (26) и (27) значения  $\Delta_L$  и  $s_H$ , добиваться выполнения условия (30).

4. Если условие (30) выполнено, при помощи уравнения (29) найти значение  $F$ .

5. Проверить выполнение условия (23). Желательно также, чтобы  $\varepsilon_2 > 0$ , иначе необходимо приклеивать материал МР к опорным поверхностям, обеспечивая работу материала на растяжение.

6. Если при принятом значении  $\bar{\rho}$  условия (30) или (23) не выполняются ни при каком  $Q$ , увеличить значение  $\bar{\rho}$  и повторить пункты 3, 4, 5. На практике  $\bar{\rho} < 0.35$ , и виброизолятор с такой плотностью обычно уже является чрезмерно жестким. Если изменение значения  $\bar{\rho}$  не дало результата, требования к виброisolatorу невыполнимы.

Полученный алгоритм легко реализовать в виде программы для компьютера. В результате получаем высоту  $H$  и площадь сечения  $F$  виброизолятора, его относительную плотность  $\bar{\rho}$  и необходимую предварительную деформацию упругого элемента  $Q$ . Этого достаточно для изготовления виброизолятора.

Проектирование виброизолятора, работающего на сдвиг, ведется аналогичным образом, с использованием уравнений (7) – (11).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hongrui Ao, Hongyuan Jiang, Ulanov A.M.* Dry Friction Damping Characteristics of a Metallic Rubber Isolator under Two-dimensional Loading Process // *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering*. 2005. №13.
2. *Чегодаев Д.Е., Мулюкин О.П., Колтыгин Е.В.* Конструирование рабочих органов машин и оборудования из упругопористого материала МР. Самара: СГАУ, 1994.
3. *Ulanov A.M., Lazutkin G.V.* Description of an Arbitrary Multi-axial Load Process for Non-linear Vibration Isolators // *Journal of Sound and Vibration*. 1997. №203(5).
4. Расчет и конструирование средств виброзащиты сухого трения. Самара: СамГАПС, 2005.

#### DESIGN OF VIBRATION PROTECTION SYSTEMS WITH ELASTIC ELEMENTS MADE OF MR MATERIAL

© 2008 A.M. Ulanov, Yu.K. Ponomarev

Samara State Aerospace University

MR (metal rubber) is non-linear anisotropic material for vibration protection with high strength and damping. An elastic modulus, shear modulus and Poisson ratio are obtained for this material for different directions. It allows to calculate a deformation of vibration isolator made of MR, to use for it a finite element software. An algorithm for design of MR vibration isolator is given. This algorithm allows to determine size of MR elastic element, its density and preliminary deformation.