

УДК 629.7.05(075)

## ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ ВИХРЕВЫХ СИСТЕМ ТЕРМОСТАТИРОВАНИЯ ПО ОБОБЩЕННЫМ ПАРАМЕТРАМ

© 2008 В.П. Алексеенко<sup>1</sup>, С.В. Морозова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Поволжское отделение секции прикладных проблем РАН, г. Самара

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет

В статье рассматриваются вопросы оценки работоспособности вихревых систем термостатирования как сложного многомерного объекта по обобщенным параметрам.

Большинство сложностей, возникающих при оценке работоспособности многомерного объекта, каким является ВСТ, является следствием стохастических связей, объективно существующих между его физическими параметрами. Случайный характер взаимосвязи параметров определяется рядом внешних и внутренних факторов. К внешним относятся изменения режимов работы ВСТ, нестабильность питающих токов и напряжений, изменение условий окружающей среды и т. п. К внутренним – собственные параметры ВТ, состояние магистралей энергоносителей и линий передачи информации о температуре и состоянии исполнительных устройств др. В результате комплексного воздействия факторов трудно установить функциональную взаимозависимость между контролируемыми параметрами. Именно это обстоятельство обуславливает сложный характер исходной допусковой области  $S_p^{(n)}$  и необходимость ее аппроксимации. Этим же объясняются трудности, возникающие при определении значимости контролируемых параметров, оценке инструментальной достоверности контроля и т. п. Алгоритмы, используемые при решении указанных задач, на практике оказываются настолько сложными и громоздкими, что зачастую приходится отказываться от учета связей между параметрами и рассматривать их как независимые. В частности, такое предположение обычно делается при расчете инструментальной достоверности контроля многомерного объекта.

Пренебрежение объективно существующими связями между параметрами неизбежно приводит к ошибкам. В этой связи акту-

альной становится задача перехода от описывающего состояния объекта вектора  $\mathbf{X}^{(n)}$  с зависимыми составляющими  $\{X_1 \dots X_n\}$  к некоторому другому вектору  $\mathbf{U}^{(n)} = \{U_1, \dots, U_n\}$ , относительно составляющих которого предположение о независимости будет в известной мере оправданно. Строгое решение задачи о преобразовании системы зависимых случайных величин к независимым предполагает знание и неоднократное преобразование многомерной плотности распределения  $f_n(x)$  и поэтому на практике затруднительно. Существует методика, позволяющая привести исходный случайный вектор к случайному вектору с некоррелированными степенями его составляющих. Эта методика не требует знания функции  $f_n(x)$ , однако необходимость учета смешанных моментов высоких порядков составляющих вектора  $\mathbf{X}^{(n)}$  существенно усложняет вычислительный алгоритм.

Для упрощения вычислений ограничиваются требованием некоррелированности составляющих вектора  $\mathbf{U}^{(n)}$ . Поскольку корреляционная связь между параметрами обычно бывает наиболее сильной (по сравнению со связями более высоких порядков), гарантия ее отсутствия делает предположение о независимости случайных величин  $U_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  значительно более строгим. В частности, практически важном случае нормального распределения вектора  $\mathbf{X}^{(n)}$  независимость непосредственно вытекает из некоррелированности.

Таким образом, на этапе создания идеальной модели объекта возникает задача однозначно преобразовать исходную совокуп-

ность зависимых случайных величин ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ), представляющих физические параметры объекта, в совокупность некоррелированных случайных величин ( $U_1, U_2, \dots, U_n$ ), которые можно назвать его обобщенными параметрами. После нахождения этой совокупности все последующие операции по обеспечению требуемой достоверности, такие как определение допусковой области и выбор необходимой глубины контроля, проводятся уже для обобщенных параметров в предположении их независимости.

Приведение вектора  $\mathbf{X}^{(n)}$  к вектору  $\mathbf{U}^{(n)}$  с некоррелированными составляющими в принципе может решаться любым из известных методов ортогонализации, в частности с помощью аппарата канонических представлений. Однако, учитывая последующие задачи, желательно, чтобы информация о состоянии объекта сосредоточивалась в нескольких немногих обобщенных параметрах  $U_j$ , а не была разбросана по большому их числу. Оптимальным с этой точки зрения является разложение Карунена-Лоэва, обеспечивающее одно из наиболее возможных сжатий информации.

При преобразовании случайных векторов интегралы в соответствующих выражениях заменяются суммами, а вместо собственных функций рассматриваются собственные векторы. В результате формулы для элементов разложения приобретают вид:

$$U_I = \sum_{i=1}^n \dot{X}_i(j), \quad j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$\varphi_i(j) = \frac{1}{D_j} M [\dot{X}_i U_j], \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где векторы  $\varphi_i$  и дисперсии  $D_i$  удовлетворяют условию:

$$\sum_{i=1}^n K_X(j, i) \varphi_i(j) = D_j \varphi_j(i). \quad (3)$$

Здесь обозначены:  $\dot{X}_i, i = \overline{1, n}$  – центрированное значение  $i$ -го первичного параметра;  $K_X(i, j), i, j = \overline{1, n}$  – элементы корреляционной матрицы вектора  $\mathbf{X}^{(n)}$ ;  $D_j$  и  $\varphi_j, j = \overline{1, n}$  – собственные значения и собственные векторы корреляционной матрицы  $\|K_X(i, j)\|$ , причем  $D_j$  имеет смысл дисперсии  $j$ -го обобщенного параметра  $U_j$ .

Задача нахождения собственных значений и собственных векторов корреляционной матрицы  $\|K_X(i, j)\|$  решается на ЭВМ стандартными методами.

Наличие полного набора собственных векторов  $\varphi_i, i = \overline{1, n}$  определяет некоторую новую систему декартовых координат, в которой состояние объекта описывается с помощью набора обобщенных параметров  $U_j, j = \overline{1, n}$ , обладающих свойствами:

$$M[U_i] = 0, \quad M[U_j, U_i] = 0, \quad j \neq i;$$

$$M[|U_j|^2] = D_j, \quad j = \overline{1, n}.$$

Описания с помощью вектора первичных параметров  $X(n)$  и вектора обобщенных параметров  $\mathbf{U}^{(n)}$  полностью адекватны, поскольку между тем и другим существует однозначная связь, определяемая, с одной стороны, формулой (1), а с другой – собственно разложением Карунена-Лоэва:

$$\dot{X}_I = \sum_{j=1}^n U_j \varphi_j. \quad (4)$$

Следовательно, на этапе создания идеальной модели без потери информации возможен переход  $\mathbf{X}^{(n)} \rightarrow \mathbf{U}^{(n)}$ , в результате чего объект полностью описывается вектором математического ожидания

$$M[\mathbf{X}^{(n)}] = \mathbf{m}^{(n)} \text{ и } \{m_1, m_2, \dots, m_n\},$$

набором собственных векторов  $\varphi_j, j = \overline{1, n}$  и обобщенных параметров  $U_j, j = \overline{1, n}$ . Учитывая некоррелированность составляющих вектора  $\mathbf{U}^{(n)}$ , можно считать, что они независимы. Таким образом, вектор  $\mathbf{U}^{(n)}$  как случайную величину можно с достаточной достоверностью охарактеризовать набором одномерных плотностей распределения  $f(u_j), j = \overline{1, n}$  его составляющих.

Чтобы завершить построение идеальной модели измерительного комплекса ВСТ в системе координат  $\{\varphi_i\}, i = \overline{1, n}$ , необходимо определить допусковую область  $R_p^{(n)}$  для вектора обобщенных параметров  $\mathbf{U}^{(n)}$ .

При наличии области  $S_p^{(n)}$  формула (1) обеспечивает однозначное преобразование  $S_p^{(n)} \rightarrow R_p^{(n)}$  без каких-либо дополнительных испытаний.

Определение допусковой области  $R_p^{(n)}$  завершает создание идеальной модели ВСТ в системе координат  $\{\varphi\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Уже на этом этапе выявляются преимущества данной методики. Так, область  $R_p^{(n)}$  в отличие от области  $S_p^{(n)}$  без существенных погрешностей можно рассматривать как  $n$ -мерный гиперпараллелепипед, поскольку искажения ее формы обусловлены лишь связями высших порядков составляющих вектора  $U^{(n)}$ , обычно достаточно слабыми.

Таким образом, автоматически отпадает этап преобразования  $S_p^{(n)} \rightarrow A_p^{(n)}$  вместе с сопровождающими его методическими погрешностями. Представление области  $R_p^{(n)}$  в виде гиперпараллелепипеда одновременно с предположением о независимости параметров делает справедливым равенство  $R_p^{(n)} = \{c_i, g_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $c_i, g_i$  – допуск на  $i$ -й обобщенный параметр. Переход же от области  $R_p^{(n)}$  к набору допусков в принципе решает задачу организации последовательного контроля уже на данном начальном этапе. Ряд дополнительных преимуществ такого метода описания объекта контроля выявляется при нахождении необходимой глубины контроля и его инструментальной достоверности.

Решение первой из указанных задач связано с определением методической значимости обобщенных параметров объекта. Значимость параметров оценивается величиной их дисперсий. Поскольку точность аппроксимации исследуемого процесса оценивается с помощью среднеквадратической ошибки приближения, такой подход вполне оправдан. Однако целесообразно рассматривать значимость обобщенных параметров с точки зрения их влияния на результирующие ошибки контроля.

Априорная вероятность исправного состояния объекта в соответствии с принятыми допущениями представляет собой произведение вероятностей исправного состояния отдельных параметров:

$$P_0 = \prod_{j=1}^n \int_{ei}^{g_i} f(u_j) du_j.$$

Задачей контроля является увеличение этой вероятности до значения, соответствующего выполнению условия:

$$\beta_{\Gamma}(m) \leq \beta_{\Gamma_0}, \quad (5)$$

где  $\beta_{\Gamma_0}$  – заданное максимально допустимое значение вероятности ошибки второго рода, вызванное недостаточной глубиной контроля;

$\beta_{\Gamma}(m)$  – вероятность такой ошибки при контроле  $m$  параметров из  $n$  имеющихся.

Причем необходимо, чтобы уравнение (5) удовлетворялось при наименьшем числе  $m$  контролируемых параметров.

Для определения этих параметров предположим, что контролируется без ошибок только один  $v$ -й  $1 \leq v \leq n$ , обобщенный параметр. Если при контроле установлено, что этот параметр находится в пределах допуска, то условная вероятность исправного состояния объекта при этом равна:

$$P_{1v} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq v}}^n \int_{ei}^{g_i} f(u_j) du_j, \quad v = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Наличие ряда (6) позволяет упорядочить обобщенные параметры  $U_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , расположив их в порядке убывания значимости. Теперь удовлетворение условию (5) сводится к отбору из этой упорядоченной совокупности нужного числа наиболее значимых обобщенных параметров.

Следует учесть, что в предыдущей методике выбор некоторого числа  $m < n$  первичных параметров  $X_i$  сопровождался полным исключением оставшихся параметров из рассмотрения. Эти параметры не подлежали измерению, исключались соответствующие первичные измерительные преобразователи, контрольные разъемы и т. п. В данном же случае исключение некоторого обобщенного параметра  $U_j$  не приводит к уменьшению количества первичных параметров  $X_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Как следует из формулы (1), все они по-прежнему подлежат измерению, поскольку все их значения необходимы для вычисления значения любого из обобщенных параметров. Таким образом, эффект от сокращения числа обобщенных параметров оказывается сравнительно небольшим: несколько сокращается объем памяти, необходимый для хранения собственных векторов  $\varphi_i$ , из-за уменьшения их размерности, количество операций сравнения полученных значений  $U_j$  с границами

допусков, а также уменьшается объем вычислений по обобщенной формуле:

$$E \in B, \quad (7)$$

где  $E$  – критерий качества решения задач;

$B$  – область допустимых значений заданного критерия.

Число измеряемых параметров, но с некоторой потерей точности, можно сократить при предположении о том, что измеряемые параметры наиболее сильно коррелированы друг с другом тогда, когда все они зависят от одного фактора (обобщенного параметра). На этой основе первичные параметры можно разбить на группы, каждая из которых, в основном, влияет на значение только соответствующего обобщенного параметра. Постановка задачи выглядит следующим образом. В результате предшествующего анализа определено  $k < n$  обобщенных параметров объекту  $U_j, j = \overline{1, k}$ , подлежащих контролю. К обобщенным параметрам предъявляется требование  $M[U_j^2] = 1, j = \overline{1, k}$ , которое всегда можно выполнить за счет соответствующей нормировки. Требуется разбить множество первичных параметров  $X_i, i = \overline{1, n}$  на  $k$  непересекающихся групп  $A_1, A_2, \dots, A_k$  таким образом, чтобы в каждую группу попали первичные параметры, наиболее близкие к соответствующему обобщенному параметру. В качестве меры близости принимается математическое ожидание  $\{M[\dot{X}_i U_j]\}^2, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, k}$  и задача решается нахождением максимума функционала

$$J = \sum_{X \in A_1} \{M[\dot{X}_i U_1]\}^2 + \sum_{X \in A_2} \{M[\dot{X}_i U_2]\}^2 + \dots + \sum_{X \in A_k} \{M[\dot{X}_i U_k]\}^2. \quad (8)$$

С учетом принятых допущений о нормировке параметров  $U_j, j = \overline{1, k}$  из формулы (2) вытекает:

$$\{M[\dot{X}_i U_j]\}^2 = [\varphi_i^{(j)}]^2.$$

Таким образом, мера близости равна квадрату собственного вектора. Как следует из самого определения, собственный вектор характеризует корреляционную связь между  $i$ -м первичным и  $j$ -м обобщенным параметрами. Поэтому такой выбор меры близости представляется вполне применимым. Если обобщенные параметры  $U_1, U_2, \dots, U_R$  заданы, то разбиение первичных параметров на  $k$  групп, максимизирующее (8), должно удов-

летворять условию для каждого  $\dot{X}_i \in A_j$ :

$$[\varphi_i^{(j)}]^2 \geq [\varphi_i^{(q)}]^2, q = \overline{1, k}. \quad (9)$$

Соотношение (9) является основой алгоритма оптимального разбиения, реализуемого следующим образом. Для каждого первичного параметра  $i=1, n$  проверяется условие (9), и он относится к той группе, для которой значение меры близости оказалось наибольшим. Работа алгоритма заканчивается, когда все  $n$  первичных параметров распределены по группам, причем и внутри групп они автоматически упорядочиваются по величине меры близости. Это последнее обстоятельство и используется для отсева. В первую очередь из дальнейшего рассмотрения исключаются те первичные параметры, для которых выполняется условие:

$$[\varphi_i^{(j)}]^2 = 0, j = \overline{1, k}. \quad (10)$$

Возможность появления таких параметров обусловлена тем, что в реальных технических объектах типа приборного парка АСУ ЭС обычно не все параметры исходной совокупности  $\{X_i\}, i = \overline{1, n}$  зависимы между собой. Исключение их не влияет на достоверность контроля, показатели которой были определены ранее, и, таким образом, полностью оправдано. Можно и дальше уменьшать число измеряемых параметров за счет тех из них, которые имеют наименьшее значение меры близости.

Однако при  $[\varphi_i^{(j)}]^2 \neq 0$  исключение  $i$ -го параметра приводит к погрешностям в определении значений соответствующих обобщенных параметров и таким образом является источником неверных заключений при контроле. Поэтому следует полагать, что число измеряемых первичных параметров уменьшено до некоторой величины  $m \leq n$  только за счет тех из них, для которых выполняется условие (10). В результате модель объекта, обеспечивающая заданную методическую достоверность контроля, представляется набором первичных параметров  $\{X_i\}, i = \overline{1, m}$ , набором собственных векторов с составляющими  $\varphi_i^{(j)}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, k}$ , алгоритмом преобразования  $X_i > U_j$ , определяемым (1) и допусковой областью

$$R_p^{(k)} = (e_i, g_i), j = \overline{1, k}.$$

Принципы выбора оптимальной совокупности проверок из заданного множества  $\Pi$  во многом сохраняются теми же. Наиболее существенной особенностью в данном случае является необходимость учета зависимости погрешности определения значения обобщенного значения параметра  $U_i$  от погрешностей измерения первичных параметров. Полагая, как и ранее,  $Z_i = X_i + Y_i$ , где  $Y_i$  – погрешность измерения  $i$ -го параметра, получаем:

$$U_j^* = \sum_{I=1}^m Z_i \varphi_j^{(i)},$$

откуда

$$\Delta U_i = U_j^* - U_j = \sum_{I=1}^m Z_i \varphi_I^{(I)} - \sum_{I=1}^m \dot{X}_I \varphi_I^{(I)} - \sum_{I=1}^m Y_I \varphi_I^{(I)}.$$

Таким образом, погрешность измерения значения обобщенного параметра  $U_j$  представляет собой взвешенную сумму независимых случайных величин  $Y_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Закон распределения погрешности в этом случае можно определить стандартными методами по известным плотностям распределения  $f(y_i)$ ,  $i = \overline{1, m}$ . После того как плотности распределения получены для всех  $i = \overline{1, m}$ , задача вычисления вероятностей ошибок контроля становится тривиальной и оказываются применимыми методы оптимизации процесса контроля работоспособности, рассмотренные ранее.

Описанная методика оценки работоспособности по обобщенным параметрам наиболее перспективна при введении в ВСТ автоматической системы контроля, которая предназначена для повышения достоверности информации о температурном поле в отсеке бортового оборудования летательного аппарата.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев В.П., Бирюк В.В., Леонович Г.И., Лукачев С.В.* Вихревые системы термостатирования. Самара: СамНЦ РАН, 2005.
2. *Меркулов А.П.* Вихревой эффект и его применение в технике. Самара, 1997.
3. *Пиралишвили Ш.А., Поляев В.М.* Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения. М.: УНПЦ "Энергия", 2000.
4. *Болховитинов О.В., Вольнов И.И., Михалев Г.Е., Подоляк М.П.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1991.
5. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2002.
6. *Коваленко И.Н., Филиппова А.А.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1982.

### THE GENERALIZED PARAMETERS WORKING CAPACITY ESTIMATION OF THERMOSTABILIZATION VORTICAL SYSTEMS

© 2008 V.P. Alekseenko<sup>1</sup>, S.V. Morozova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Volga Branch of Applied Problems Section of Russian Academy of Sciences, Samara

<sup>2</sup> Samara State Aerospace University

The reliability estimation of thermostabilization vortical systems as complex multivariate object on the generalized parameters is considered.