

УДК 631.4

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЧВЕННОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

© 2009 М.Р. Давлетшина

Башкирский государственный аграрный университет, г. Уфа;  
e-mail: davletshina@yandex.ru

Предложена методика оценки устойчивости органического вещества почвы на основе математической теории катастроф и системном анализе почвенных систем. Модель позволяет рассчитать критерии устойчивости для различных типов почв и провести прогнозирование возможных равновесных состояний.

Ключевые слова: *имитационное моделирование, устойчивость, почвенные системы, теория катастроф.*

Одна из главных задач почвоведения - поддержание стабильного уровня баланса гумуса. Исследования баланса органического вещества в почвах заключается в количественном определении потоков органического вещества с целью прогнозирования устойчивости гумуса.

В почвоведении получили распространение два основных способа построения моделей: материально-аналоговое воспроизведение объекта в лабораторном, вегетационном, полевом или производственном опыте и концептуальное описание взаимосвязей между наблюдаемыми явлениями и процессами. По способу реализации концептуальные модели подразделяются на математические и информационные. Математические формализуют качественные или количественные зависимости между измеряемыми величинами или интегральными показателями, построенными на их основе. Информационные модели представляют совокупность сведений об исследуемом объекте в информационной системе, посредством знаков, символов, логических взаимосвязей. Статистические модели строятся при допущении, что исследуемый процесс случаен и может быть изучен с помощью статистических методов анализа систем. Они включают: эмпирические и динамические статистические модели, корреляционный и факторный анализ, многомерное шкалирование, анализ временных рядов.

В основе динамического моделирования - описание системы с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, параметры которых определяют по эмпирическим данным. В почвенных исследованиях используются динамические модели формирования урожая Г.Е. Листопада, А.А. Климова, О.Д. Сиротенко и других, диагностики минерального питания растений, накопления и распада поллютантов в агроэкосистемах (пестицидов, нефтепродуктов, радионуклидов) и др.

На использовании уравнений переноса (диффузии) построены «диффузные» модели и применяются для расчета потоков вещества и энергии. В почвоведении уравнения диффузии используются для расчета температурных, концентрационных и иных полей в почвенной массе [5-7].

Для оценки устойчивости гумуса традиционно используются линейные модели, балансовые модели, модели круговорота углерода [3, 7]. Анализ результатов моделирования показал, что эти модели имеют существенный недостаток: невозможность управления по типу обратной связи. Расчеты показывают, что для оценки динамики гумуса необходимо использовать нелинейные функции, т.к. процессы гумусообразования, гумусонакопления и трансформации гумуса носят нелинейный характер. Средствами графического и математического анализа установлена экспоненциальная зависимость процесса гумусонакопления от времени. Проведен анализ существующих методов математического моделирования на предмет их приложимости к решению проблем почвоведения, показана неадекватность некоторых из них к исследуемым почвенным системам.

При построении моделей почвенной системы регионального уровня наибольший эффект достигается использованием таких свойств сложных систем, как скачкообразное изменение поведения с переходами из одного квазистационарного состояния в другое, характеристика сложной системы путем оценки системообразующих факторов. Их количественные оценки будут интегральными показателями основных, наиболее важных свойств системы, характеризующих ее состояние в целом. Разработанная математическая модель круговорота органического вещества с учетом особенностей данной почвы позволяет оценить области устойчивости системы гумуса, найти аппроксимирующие зависимости пределов устойчивости. На примере черноземов Южной

лесостепи Башкортостана определены критические значения параметров углерода и, соответственно, индексы устойчивости этих почв, характеризующие запас прочности к минерализации гумуса.

### ОБЪЕКТЫ И МЕТОДИКА

Объектом исследования являются черноземы выщелоченные Южной лесостепи Республики Башкортостан (РБ). В данном регионе темпы дегумификации пахотных земель возрастают, текущий дефицит гумуса в черноземах республики составляет 1 т/га в год [1]. Гумусное состояние почв характеризуется большим набором показателей, отражающих уровни накопления гумуса в почве, его профилное распределение и др. Оценку устойчивости системы гумусовых веществ можно провести различными методами, наиболее эффективным из них является матема-

тическое моделирование.

Рассмотрены почвенно – климатические условия Южной лесостепной зоны.

На основе исследований содержания, запасов, мощностей гумусовых горизонтов, группового и фракционного составов черноземов выщелоченных Южной лесостепи можно сделать вывод, что гумусное состояние данных почв характеризуется высоким потенциальным плодородием, однако, и в этих почвах наблюдается отрицательный баланс гумуса и питательных веществ. Запасы гумуса в слое 0-50 см достигают 385 т/га, в слое 0-100 см – до 570 т/га. Гумус имеет гуматный характер, отношение углерода гуминовых кислот к углероду фульвокислот 2,91-3,65. В целом по республике запасы гумуса составляют  $4,6 \cdot 10^9$  т, из которых 15% накоплено в почвах Южной лесостепи. В  $0,29 \cdot 10^9$  т гумуса пахотных почв аккумулировано максимальное количество энергии –  $6,7 \cdot 10^{21}$  кДж.

**Таблица 1.** Баланс гумуса и количество аккумулированной в составе гумуса энергии

Зона	Запасы гумуса, т		Энергия гумуса, кДж		Гумус в пахотных почвах, т/га в год		
	На всю площадь	На площадь пашни	На всю площадь	На площадь пашни	Минерализация	Восстановление	Баланс
Южная лесостепная	$0,69 \cdot 10^9$	$0,29 \cdot 10^9$	$16 \cdot 10^{21}$	$6,7 \cdot 10^{21}$	0,4	0,4	-0,1
По республике	$4,6 \cdot 10^9$	$1,7 \cdot 10^9$	$106 \cdot 10^{21}$	$39,0 \cdot 10^{21}$	1,2	0,3	-0,8

В то же время максимальный дефицит гумуса – около 1,0 т/га в год, что составляет 0,05% гумуса – также наблюдается в черноземах вы-

щелоченных. Основные причины такого дефицита – недостаточное восполнение гумуса и потери вследствие эрозии.

**Таблица 2.** Запасы и потери почвы и гумуса вследствие эрозионных процессов

Индекс почвы	Всего почвы, тыс. т/га	Потери почвы			Всего гумуса	Потери гумуса, т/га		
		I	II	III		I	II	III
Чернозем выщелочен.	10,3	1,3	3,0	7,4	5999,2	169,4	284,6	389,5
Чернозем типичный	11,1	2,3	3,8	8,6	494,8	100,1	242,3	380,7
Чернозем оподзоленн	9,9	1,1	3,5	7,1	508,6	71,5	192,1	362,6

Поступление органических удобрений в почвы недостаточно для стабилизации баланса. Текущий дефицит в органическом веществе в почвах РБ составляет 4,6 т/га. Для восполнения отрицательного баланса гумуса почвы должны были получать по 8,8 т/га органики при общем объеме вывоза удобрений более 40 млн. т в расчете на

пахотную площадь РБ.

Рассматривая применение различных методов к исследованию почв, проведя анализ, сравнение методов математического моделирования почвы, находим, что наиболее эффективным методом моделирования устойчивости почвы является метод теории катастроф. Согласно этой

теории, катастрофа – это скачкообразное изменение при плавном изменении внешних условий. Потеря устойчивости почвы – есть катастрофа.

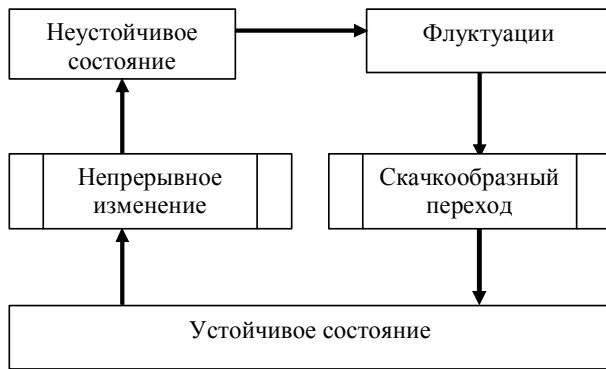


Рис.1 Цикл развития системы

Таким образом, можем говорить о скачкообразном изменении параметров плодородия, которые могут привести к соответствующему переходу почвы в качественно новое состояние. Это состояние будет характеризоваться другими параметрами потенциального плодородия.

При небольших изменениях внешних параметров (антропогенная и естественная деградация, недостаточное поступление органических удобрений, использование тяжелой техники и т.д.) почва некоторое время не теряет своей устойчивости. Но при достижении критических значений даже малое изменение приводит к скачкообразному переходу почвы в новое устойчивое состояние, но с другими показателями. В качестве примера рассматриваются показатели плодородия в динамике.

Таблица 3. Изменение плодородия почв за последние 40 лет

Показатели плодородия	Ед. изм.	Серые лесные почвы				Черноземы выщелоченные			
		1965-1970 гг.	1985-1990 гг.	1995-2000 гг.	2000-2007 гг.	1965-1970 гг.	1985-1990 гг.	1995-2000 гг.	2000-2007 гг.
Мощность гумусового горизонта	см	40,00	36,00	33,00	31,75	80,00	75,00	72,00	69,50
Гумус: содержание запасы в слое 0-50 см	%	5,62	4,46	4,25	4,00	10,20	8,00	7,80	7,50
	т/га	194,00	148,00	140,00	134,00	523,00	385,00	380,00	377,0
Азот: содержание запасы в слое 0-50 см	%	0,29	0,26	0,24	0,22	0,54	0,44	0,40	0,35
	т/га	13,00	11,50	10,80	10,00	22,00	19,00	17,50	14,50

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим устойчивость нелинейной системы в рамках Вольтерровской функции  $LBX$ , где  $B, X$  запасы органического вещества.

$$\begin{aligned} dB/dt &= Q + aB + LBX \\ dX/dt &= P + kB - vX \end{aligned} \quad (1)$$

Оценивая устойчивость уравнений (1), приходим к выводу о неустойчивости системы при всех  $a \geq 0$ . Колебательные режимы, как и в модели (3.0), отсутствуют. При отрицательных значениях условие устойчивости запишется в виде:

$$KLB^2 < Q\gamma, \quad (2L\gamma X < a\gamma + P). \quad (2.0)$$

Отсюда видим, что при формировании устойчивости немаловажную роль играют внешние потоки вещества  $Q, P$  [9]. Это следует помнить при определении норм допустимого отчуждения сельскохозяйственной продукции, внесения удобрений. Например, при условии отсутствия внешних потоков ( $Q \leq 0, P \leq 0$ ), система (1.0) будет

однозначно неустойчива. Характер фазовой диаграммы можно описать как «седло устойчивый узел» с параметром бифуркации  $\gamma = 2Ba$ .

Нами доказано, что каждое дополнительное включение параметров модели сопровождается частичной потерей устойчивости. Так, если в уравнение (1.0) включить коэффициент дыхания, то кроме монотонных режимов (устойчивый узел) появляются колебательные режимы (устойчивый фокус).

Анализируя различные математические методы и подходы, установили, что теория катастроф – наиболее эффективный метод исследования устойчивости. Модели теории катастроф описывают резкие скачки системы из одного состояния в другое, т.е. катастрофически быстрые изменения запасов  $B, X$  при относительно малом варьировании параметров их трансформации.

Для описания круговорота органического вещества включаем в модель нелинейную положи-

тельную связь между содержанием гумуса и продуктивностью растительного покрова. Эта связь состоит в том, что с ростом продуктивности увеличивается количество поступающих в почву растительных остатков, служащих источником образования гумуса. В свою очередь, гумус обеспечивает растения элементами минерального питания, оптимизирует среду обитания растений и способствует росту продуктивности растительного покрова. Аналитически эту зависимость определяет выражение вида

$$p = \frac{p_0 x_1}{a + x_1}, \quad (3.0)$$

где  $p$  - продуктивность растительного покрова;  $p_0$  - потенциальная продуктивность растительного покрова;  $a$  - параметр, зависящий от свойств почвообразующей породы и численно равный запасу органического углерода в почве, при котором достигается половина потенциальной продуктивности;  $x_1$  - запас углерода гумуса в почве. Модель представляет собой систему из двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= k_{21}x_2 - (k_1 + c)x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{k_0 p_0 x_1}{a + x_1} - (k_{21} + k_2)x_2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Аналогично линейным моделям (3.0) и (4.0),  $k_1$  - константа минерализации гумуса;  $k_2$  константа скорости минерализации растительных остатков;  $k_{21}$  - константа скорости гумификации растительных остатков. Решая систему (3.1), определяется эффективный параметр  $q$ , представляющий собой функцию параметров круговорота углерода.

$$q = \frac{kk_{21}}{a} - (k_1 + c)k_3. \quad (3.2)$$

При  $q < 0$  устойчиво состояние  $x_1 = 0$ , гумусонакопления не происходит. Точка  $q = 0$  является точкой бифуркации системы. При  $q > 0$  возникает множество устойчивых стационарных состояний.

Область устойчивости системы определяем из условия  $q > 0$ :

$$\begin{aligned} p_0 &> \frac{ak_3(k_1 + c)}{k_0 k_{21}}; k_{21} > \frac{ak_3(k_1 + c)}{k_0 p_0}; k_0 > \frac{ak_3(k_1 + c)}{k_{21} p_0}; \\ k_3 &< \frac{k_0 p_0 k_{21}}{a(k_1 + c)}; k_1 < \frac{k_0 p_0 k_{21}}{ak_3} - c; c < \frac{k_0 p_0 k_{21}}{ak_3}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\frac{k_1(Kp)}{k_1}$  - критическое значение константы скорости минерализации гумуса.

Значения параметров круговорота углерода, при которых неравенства (3.3) обращаются в равенства, являясь критическими, при их достижении почва теряет устойчивость и разрушается.

Зная критических значений параметров круговорота углерода, рассчитали индексы устойчивости почв – соотношения параметров реальных систем и соответствующих критических значений. Индексы устойчивости характеризуют удаленность почв от критического состояния, их запас прочности. Мы рассчитали индексы устойчивости черноземов выщелоченных и типичных под пашней и лугом. В табл. 4 приведены индексы устойчивости почв южной лесостепи, характеризующие запас прочности по отношению к минерализации гумуса.

Таблица 4. Индексы устойчивости черноземов

Параметры	Чернозем типичный, луг	Чернозем типичный, пашня	Чернозем выщелоченный, луг	Чернозем выщелоченный, пашня
$\frac{k_1(Kp)}{k_1}$	35,5	10,8	39,1	12,0

### ВЫВОДЫ

Полученные результаты свидетельствуют о большом запасе прочности по отношению к потерям углерода в результате минерализации гумуса. У наиболее устойчивых экосистем на черноземах выщелоченных и типичных значения параметров круговорота  $C$  отличаются от критических в более чем в 35 раз. В то же время значение эффективного параметра  $q = 1.25$ , близко

к точке бифуркаций, что говорит о близости параметров данной почвы к критическим значениям.

Анализ устойчивости почв различными методами математического моделирования выявил неадекватность некоторых из них, наиболее эффективным методом оценки устойчивости почвы является метод теории катастроф. Процессы гумусообразования, гумусонакопления и трансформации гумуса носят нелинейный характер,

описываются отрицательными обратными связями. Прогнозы показывают, что при отсутствии внешних потоков для восстановления на прежний уровень углерода детрита необходимо порядка 20-25 лет, лабильных фракций гумуса – от 200 до 2500 лет. Сделана попытка математического моделирования круговорота органического вещества почвы с учетом особенностей данной почвы, позволяющая оценить области устойчивости системы гумусовых веществ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гарифуллин Ф.Ш., Акбаров Р. А., Хабиров И.К.* Агрофизические свойства черноземов Предуралья Башкортостана и пути их оптимизации. Уфа: Изда-во БГАУ, 2008. 304 с.
2. *Давлетшина М.Р.* Анализ устойчивости почв методами математического моделирования. Дис. на соиск. канд. с.-х. наук, Уфа, 2003. 137 с.
3. *Морозов А.И., Самойлова Е.М.* О методах математического моделирования динамики гумуса. // Почвоведение, 1993. № 6. С. 24-32.
4. *Образцов А.С.* Системный метод: применение в земледелии. М.: Агропромиздат, 1990. 303 с.
5. *Паченский Я.А.* Математические модели физико-химических процессов в почвах. М.: Наука, 1992. 120 с.
6. *Пегов С.А., Хомяков П.М.* Моделирование развития экологических систем. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. 217 с.
7. *Рыжова И.М.* Анализ чувствительности системы почва-растительность к изменениям параметров круговорота углерода на основе математической модели // Почвоведение. 1993 № 10. С. 52-56.
8. *Сиротенко О.Д., Абашина Е.В., Шаахмедов Ш.А.* Программирование урожая с помощью динамических моделей // Вест. с.-х. науки. 1987. № 8. С. 55-59.
9. *Смагин А.В.* К теории устойчивости почв // Почвоведение. 1994. № 12. С. 26-34.

## THE ANALYSIS OF STABILITY OF SOIL SYSTEM BY THE THEORY OF ACCIDENTS

© 2009 M.R. Davletshina

Bashkir State Agricultural University, Ufa;  
e-mail: davletshina@yandex.ru

The analysis of soil stability by the mathematics methods and by the theory of accidents. The model allows to calculate criteria of stability for various types of soils.

Key words: *mathematics modeling, stability, soil system, Bashkortostan, theory of accidents.*