

УДК 621.01

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕКТОРНЫХ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ

© 2009 Б.Б. Косенок

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 19.01.2009

Приведены основы метода математического моделирования, сделана постановка задачи необходимости моделирования зубьев шестеренных насосов, проведен анализ возможного построения векторной модели, описывающей поверхность зуба шестерни, выбран вариант построения векторных моделей с использованием “промежуточных” аргументов модели. Данное исследование обосновывает методику моделирования зубчатых передач на основе метода математического моделирования векторных замкнутых контуров и показывает некоторые преимущества подобного моделирования.

Ключевые слова: Вектор, контур, модель, модули, зубчатые передачи, поверхность эвольвенты, шестеренные насосы, инвариантность.

Метод математического моделирования векторных замкнутых контуров достаточно подробно освещен в работах [1, 2, 3], и успешно применяемый для моделирования механизмов, применительно к задачам анализа и синтеза, а в более широком смысле и композиции механизмов (синтеза структурной или кинематической схемы механизмов обеспечивающих требуемую передаточную функцию).

Основу метода составляют векторные замкнутые контуры, состоящие из отдельных векторов. Вектор – это направленный отрезок с параметрами p_i и φ_i (рис. 1). Подобные векторные замкнутые контуры можно привести к виду элементарных векторных замкнутых контуров – модулей, с заранее известными и подробно описанными решениями, что позволяет строить систему векторных контуров, достаточно простым методом подбора требуемых модулей, тем более,

что для плоских моделей, таких модулей всего 4, а для пространственных 20 [1].

Построенная на основе модулей основная векторная модель – позволяет получить решение определенных функций, с известными для каждого момента времени аргументами модели и связями между отдельными векторами и контурами.

Инвариантность метода математического моделирования векторных контуров позволяет решать, кроме задач анализа и синтеза механизмов, как различные сопутствующие задачи, так и задачи, выходящие за рамки моделирования только рычажных механизмов, например в различных задачах реального проектирования механизмов летательных аппаратов, машин объемного расширения [4].

Использование модульных векторных моделей позволяет оперативно решать, как задачи реального проектирования, так и задачи оперативного контроля, например шестеренных насосов. Шестеренные насосы обладают простотой конструкции, малой трудоемкостью изготовления, сравнительно небольшими габаритами и массой, возможностью непосредственного соединения с быстроходными двигателями. В тоже время к недостаткам шестеренных качающих узлов следует отнести чувствительность к механическим примесям в перекачиваемой жидкости; рост зазоров в процессе эксплуатации, вызывающий увеличение утечек; неравномерность подачи жидкости и высокий уровень акустического шума. Для снижения интенсивности колебательных и кавитационных процессов необходима разработка методов оперативного и адекватного учета кинематической подачи жидкости при измененной геометрии профиля зубьев насоса (рис. 2).

В принципе данная задача решается построением математической модели, описывающей

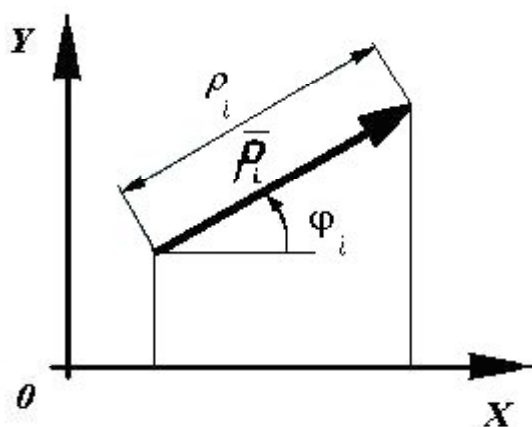


Рис. 1. Основные параметры плоского вектора:
 p_i – длина вектора; φ_i – угол вектора

Косенок Борис Борисович, кандидат технических наук, доцент кафедры “Основы конструирования машин”.
E-mail: borkos@yandex.ru.

эвольвенту поверхности зуба, например цепочкой векторных контуров вдоль профиля зуба, но подобная модель обладает жесткой структурой – количеством векторов, жестко заданными параметрами векторов, что создает достаточно большие неудобства в перенастройке данной векторной модели ввиду необходимости вводить (или изменять) большое количество векторов для обеспечения достаточной точности построения профиля эвольвенты. Поэтому для построения такого сложного варианта контурных систем, был применен новый подход моделирования векторных систем.

Основной примененного данного подхода является ввод новых понятий – “промежуточных аргументов” и “векторной контурной модели одной точки профиля (кривой)”.

Разбиваем задачу на следующие 2 подзадачи:

1. Описание поверхностей зуба 1 и 2.
2. Описание высоты зуба Δ в конкретном сечении.

Попробуем решить поставленные подзадачи с помощью метода моделирования векторных замкнутых моделей.

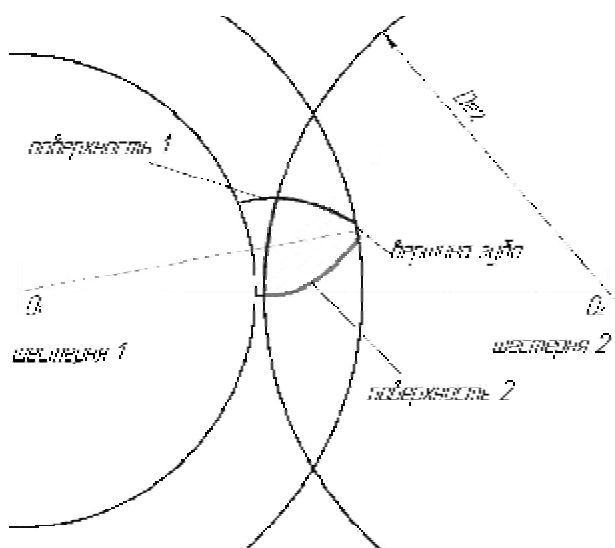


Рис. 2. Описываемые поверхности зуба

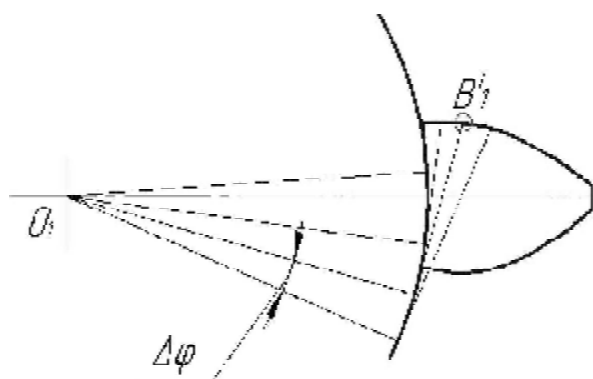


Рис. 3. Построение поверхности зуба

1. Поверхность зуба строится по свойству эвольвенты (рис 3).

Заменяем радиус O_1A_1' вектором 1, касательную $A_1'B_1'$ вектором 2. Для замыкания векторного контура используем вектора 3 и 4. Причем вектор 3 параллелен оси ординат, а вектор 4 – оси абсцисс (рис. 4).

В результате получили векторный контур, описывающий эвольвенту поверхности 1 зуба шестерни 1.

Длина вектора 1 равна радиусу основной окружности r_0 .

Угол вектора 1 изменяется в определенных числовых пределах.

Длина вектора 2 изменяется в определенных числовых пределах.

Угол вектора 2 связан с углом вектора 1 зависимостью $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$, где $\Delta\varphi$ - шаг угла поворота.

Длины векторов 3 и 4 неизвестны.

Полученный векторный контур описывается с помощью модуля $\text{Пл2}(p_3, p_4)$ [1].

Аналогично описывается поверхность 2 зуба шестерни 1 (рис. 5).

При анализе рисунков 4 и 5 видно, что подзадача 2 решается сложением длин векторов 3 и 7, таким образом в конкретном случае мы получаем толщину зуба.

Объединим полученные две модели в модель 3 (рис. 6).

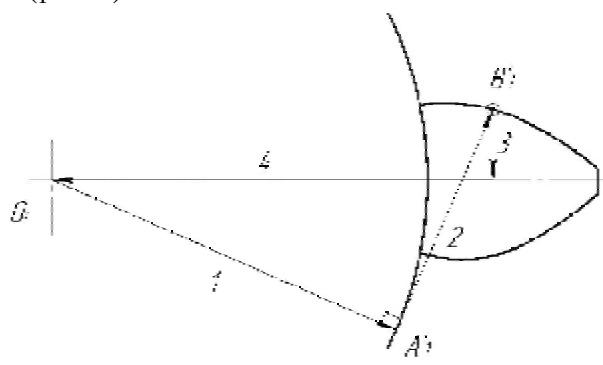


Рис. 4. Векторный контур

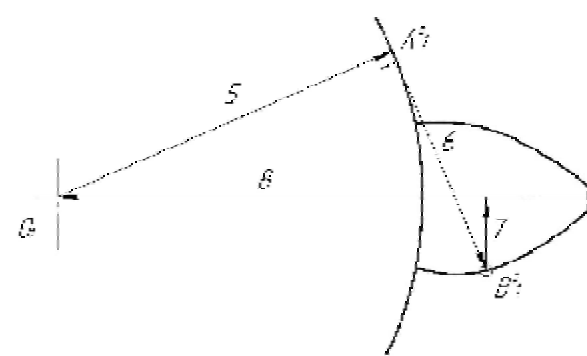


Рис. 5. Поверхность 2 зуба шестерни 1

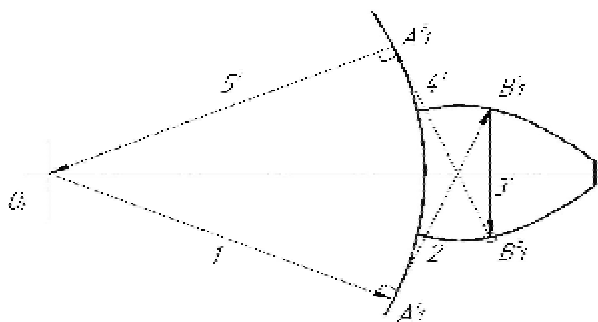


Рис. 6. Объединенная векторная модель

Отложим вектора 1 и 2 без изменений, т.е. так, как они были в первом векторном контуре (рис. 4). Вектора 3 и 7 объединим и получим вектор 3'. Вектора 5 и 6 отложим как прямые, без указания их направления. Дадим им направления так, чтобы замкнуть полученный контур.

В результате обе подзадачи решаем одной полученной моделью (векторным контуром 1-2-3'-4'-5').

Для определения координат точек B_1' и B_1'' используем вспомогательные векторные модели, сходные с моделями 1 и 2. Изменение углов наклона векторов 1 и 5 и длин векторов 2 и 4 позволяет получить траекторию поверхностей зуба (рис. 7).

Построенная модель описывает поверхность отдельного зуба шестерни в один и тот же момент времени, параметры углы наклона векторов 1 и 5 и длины векторов 2 и 4, являются промежуточными одномоментными по времени аргументами. Введение этих же параметров в основные аргументы модели позволяет получить поворот зуба и описать положение зуба в различные моменты времени. На рис.8 приведен модель зуба, с каверной поверхности, некоторые векторы модели не отображены.

Простота данной модели с одной стороны и возможность увеличивать или уменьшать шаг изменения промежуточных и основных аргументов модели с другой, позволяют оперативно добиваться нужной точности вычислений при описании поверхности зуба шестерни и его движения.

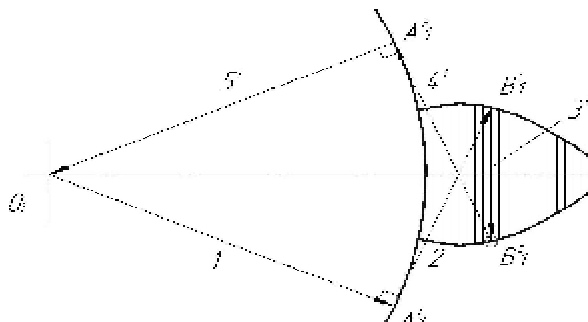


Рис. 7. Траектория поверхностей зуба

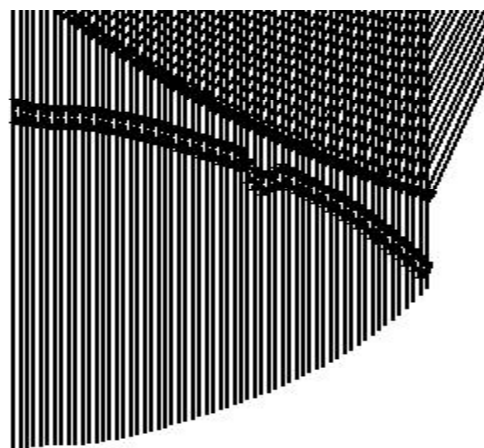


Рис. 8. Модель зуба с каверной поверхности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенов Б.П. Аналитика элементарных векторных модулей. Методическое пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1989. – 40 с.
2. Семенов Б.П., Тихонов А.Н., Косенок Б.Б. Модульное моделирование механизмов. – Самара: СГАУ, 1996. – 98 с.
3. Семёнов Б.П. Элементарные модули векторных моделей. – Самара: СамНЦ РАН, 2000. – 99 с.
4. Мануйлов П.А., Семенов Б.П., Косенок Б.Б. Инвариантность модульных векторных моделей // Математическое моделирование в машиностроении: Тез. докл. 1-ой всесоюзной школы-конференции. – Тольятти, 1990. – С. 70-71.

DEVELOPMENT OF THE TECHNIQUE OF MODELLING OF TOOTH GEARINGS ON THE BASIS OF THE METHOD MATHEMATICAL MODELLING THE VECTOR CLOSED CONTOURS

© 2009 B.B. Kosenok

Samara State Aerospace University

Bases of a method of mathematical modelling are resulted, statement of a problem of necessity of modelling tooth pumps is made, the analysis of possible construction of the vector model describing a surface of a tooth, the variant of construction of vector models with use of "intermediate" arguments of model is chosen. The given research proves a technique of modelling of tooth gearings on the basis of a method of mathematical modelling the vector closed contours and shows the some advantages of similar modelling.

Key words: vector, contour, model, modules, tooth gearings, tooth, tooth pumps, invariancy.

Boris Kosenok, Candidate of Technics, Associate Professor at the Basis of Designing of Machines Department. E-mail: borkos@yandex.ru.