

**ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ КОНСТРУКЦИОННОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ  
НА НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ**

© 2009 Г.В. Лазуткин, В.А. Антипов, А.Л. Рябков

Самарский государственный университет путей сообщения

Поступила в редакцию 05.12.2007

Решается задача о простейшей форме аппроксимации деформационных характеристик виброзащитных устройств с конструкционным гистерезисом на основе минимизации среднеквадратичной погрешности приближения, а также равенства площадей приближаемых петель гистерезиса к искомому. С помощью комбинированного асимптотического метода разложения решения нелинейного дифференциального уравнения движения виброзащитных систем и предложенной формой аппроксимации отыскивается решение для квазигармонических колебаний, учитывающее влияние особенностей конструкционного гистерезиса виброизолирующих и демпфирующих устройств на основные параметры колебаний.

Ключевые слова: виброзащитные системы, гистерезис, аппроксимация, уравнение движения, квазигармонические колебания.

Системы конструкционного демпфирования (СКД) широко применяются при создании высокоэффективных виброзащитных систем (ВС) агрегатов и систем силовых установок, подвижного состава, радиоэлектронного оборудования, эксплуатируемых в условиях воздействия на них интенсивных динамических нагрузок. Однако, несмотря на многолетний опыт разработки и эксплуатации подобных ВС, до сих пор возникают трудности при создании методов расчета их динамических характеристик даже при простом гармоническом виде возбуждения. С одной стороны, это связано с неправомерностью традиционных подходов, основанных на предположении о гармонической, а не квазигармонической форме колебаний ВС [1]. С другой – отсутствием адаптированных к особенностям конструкционного демпфирования приближенных аналитических методов решения нелинейных дифференциальных уравнений движения ВС и корректного математического описания упругогистерезисных характеристик (УГХ) СКД.

Сложившийся подход к исследованию УГХ виброизолирующих и демпфирующих устройств, представляющих собой сложные СКД, основан на теоретическом изучении их простейших моделей [2, 3]. Они отображают основные особенности упругого и фрикционного взаимодействия с сухим трением множества контактирующих элементов, входящих в конструкцию устройств и имеющих определенную, в общем

случае, нелинейную геометрическую форму. Указанные обстоятельства позволяют выявить вид основных определяющих критериев подобия и с помощью методов теории подобия и анализа размерностей экспериментально определить обобщенные деформационные характеристики (УГХ) для изучаемого класса СКД.

Обычно УГХ устройств получают при их циклическом деформировании. Найденные при этом семейства петель гистерезиса преобразуют к обобщенному (безразмерному) виду с помощью аффинных преобразований координат нагрузка-деформация. При этом для описания процессов деформирования произвольного нагружения СКД, свойственного переходным процессом неустановившихся колебаний ВС, определяют виды нелинейных преобразований процессов нагрузки и разгрузки петель гистерезиса, а также условия их сшивки в точках смены знака скорости деформации [2, 3]. При наличии полученных таким образом данных об УГХ устройств несложно получить известными численными методами (Рунге-Кутта и др.) решение дифференциального уравнения движения ВС, обладающее свойством точного. Последнее особенно важно при проведении поверочных расчетов динамических характеристик ВС.

Заметим, что при гармоническом возбуждении ВС переходные процессы неустановившихся колебаний, благодаря высокой степени конструкционного демпфирования, быстро затухают, а установившиеся в дальнейшем колебания определяются особенностями циклического деформирования СКД. Следовательно, при теоретическом исследовании квазигармонических установившихся колебаний ВС можно воспользоваться математическим описанием семейств петель ги-

*Лазуткин Геннадий Васильевич, кандидат технических наук, докторант. E-mail: gamaba@list.ru.*

*Антипов Владимир Александрович, доктор технических наук, профессор*

*Рябков Алексей Леонидович аспирант*

стерезиса СКД. Оно должно достаточно полно и просто отображать важнейшие особенности УДХ устройств, связанные с нелинейностью их упругих и неупругих составляющих.

Представим описание контуров симметричных петель гистерезиса суммой двух функций:

$$\Phi(s, x, A) = \Phi_y(x, A) + \Phi_m(s, x, A), \quad (1)$$

где  $\dot{x}, x, A$  – соответственно, скорость, перемещение (деформация) и ее амплитуда;

$\Phi_y = 0,5(\Phi_1 + \Phi_2); \Phi_m = 0,5(\Phi_1 - \Phi_2)$  - соответственно условные упругая и неупругая составляющие реакции СКД –  $R = \Phi(s, x, A)$ ;

$\Phi_1, \Phi_2$  - функции, описывающие процессы нагрузки ( $\dot{x} > 0$ ) и разгрузки ( $\dot{x} < 0$ ) соответственно;

$\sigma = \text{sign}\dot{x}$  - ступенчатая функция, определяемая знаком скорости.

Воспользовавшись результатами анализа работ [2, 3, 4], отметим главные особенности поведения УГХ для различных СКД, выполненных на основе материала МР, тросов, многослойных пластин и т.п.:

- нелинейность функций  $\Phi_y$  и  $\Phi_m$  в наибольшей степени проявляется на концах отрезков  $x \in [-A, A]$ , где коэффициенты жесткости могут изменяться в десятки и сотни раз;

- форма неупругой составляющей  $\Phi_m$  (гистерезисной функции) в зависимости от амплитуды деформации  $A$  может быть близкой как к эллипсу, так и к параллелограмму с вертикальными стенками, характерному для сухого трения;

- упругая и неупругая составляющие имеющие сдвиг по фазе, между собой, равный  $\pi/2$ .

Как показано в работе [2], аппроксимация упругой составляющей реакции СКД ортогональными полиномами Чебышева обеспечивает наилучшее приближение на концах отрезка  $x \in [-A, A]$ , в связи с чем запишем:

$$\Phi_y(x, A) \approx \sum_{q=1}^m C_q(A)x^q, \quad q \in [1, 3..m]. \quad (2)$$

Здесь  $C_q(A)$  – коэффициенты полиномов Чебышева степени  $q$ , функционально зависящие от амплитуды деформации  $A$ , причем для каждого класса СКД они могут быть представлены по переменной  $A$  полиномами или другими видами аппроксимирующих функций.

Выберем вид аппроксимации гистерезисной функции с учетом указанных выше особенностей ее поведения. Предварительно заметим, что в самом простейшем виде она должна содержать по крайней мере два члена, один из которых представляет прямоугольник с половинами сторон  $T(A), A$ , а другой – эллипс с полуосями  $p_m(A), A$ . Это обеспечивает сдвиг по фазе, равный  $\pi/2$ , между упругой и неупругой составляющей реакции СКД, а также скачкообразное

изменение жесткости в окрестности значений деформации  $x = A$ .

Таким образом можно записать:

$$\Phi_m^* = \sigma \left[ T(A) + p_m(A) \sqrt{A^2 - x^2} \right]. \quad (3)$$

В дальнейшем коэффициенты аппроксимации  $T(A), p_m(A)$  и  $c_q(A)$  будем записывать в виде  $T, p_m, c_q$ , подразумевая при этом их функциональную зависимость от амплитуды  $A$ .

В дальнейшем коэффициенты аппроксимации  $T(A), p_m(A)$  и  $c_q(A)$  будем записывать в виде  $T, p_m, c_q$ , подразумевая при этом их функциональную зависимость от амплитуды  $A$ .

Определим коэффициенты аппроксимации  $T, p, m$  и вид весовой функции  $f(\bar{x})$ , где  $\bar{x} = x/A$ , которые обеспечивали бы минимальную среднеквадратическую погрешность  $Q$  приближения

$$Q = \int_{-1}^1 \left\{ \Phi_m - \sigma \left[ T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right] \right\}^2 f(\bar{x}) d\bar{x}. \quad (4)$$

Найдем частные производные  $\frac{\partial Q}{\partial T}$  и  $\frac{\partial Q}{\partial p_m}$  и,

приравняв их к нулю, получим систему интегральных уравнений в виде:

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] f(\bar{x}) d\bar{x} = 0; \\ \int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] \sqrt{1 - \bar{x}^2} f(\bar{x}) d\bar{x} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Заметим, что при установившихся вынужденных колебаниях ВС работа возбуждающей нагрузки затрачивается на рассеяние энергии, определенной гистерезисной функцией. Следовательно, при выборе весовой функции  $f(\bar{x})$  требуется учитывать необходимое условие равенства площадей искомым и приближаемым к ним петлям гистерезиса, которое можно записать в виде:

$$\int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] d\bar{x} = 0.$$

Разрешая с этим уравнением систему интегральных уравнений (5), получим два вида весовой функции  $f(\bar{x})$ :

$$f_1(\bar{x}) = 1; \quad f_2(\bar{x}) = \left( \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right)^{-1}.$$

Тогда минимум функционала  $Q$  (4) в пространстве переменных  $T$  и  $p_m$  определяется с помощью двух различных систем интегральных уравнений:

для  $f(\bar{x}) = 1$ ,

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] d\bar{x} = 0; \\ \int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] \sqrt{1 - \bar{x}^2} d\bar{x} = 0; \end{cases}$$

для  $f_2(\bar{x}) = \left( \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right)^{-1}$ ,

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] \frac{d\bar{x}}{\sqrt{1 - \bar{x}^2}} = 0; \\ \int_{-1}^1 \left[ \Phi_m - \sigma \left( T + p_m \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right) \right] d\bar{x} = 0. \end{cases}$$

Разрешая эти системы уравнений относительно коэффициентов аппроксимации  $T$  и  $p_m$ , получим:

для случая  $f_2(\bar{x}) = \left( \sqrt{1 - \bar{x}^2} \right)^{-1}$ ,

$$\begin{cases} p_m = \frac{4}{8 - \pi^2} \int_0^\pi \Phi_m(\sigma, \cos\varphi, A) \left( 1 - \frac{\pi}{2} \sin\varphi \right) d\varphi; \\ T = \frac{4}{8 - \pi^2} \int_0^\pi \Phi_m(\sigma, \cos\varphi, A) \left( \sin\varphi - \frac{\pi}{4} \right) d\varphi, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varphi = \arccos \bar{x}$ .

Аналогично можно получить выражения и для коэффициентов аппроксимации  $T$  и  $p_m$  при  $f(\bar{x}) = 1$ :

$$\begin{cases} p_m = \frac{6\pi}{3\pi^2 - 32^0} \int_0^\pi \Phi_m(\sigma, \cos\varphi, A) \sin\varphi \left( 1 - \frac{4}{\pi} \sin\varphi \right) d\varphi, \\ T = \frac{6\pi}{3\pi^2 - 32^0} \int_0^\pi \Phi_m(\sigma, \cos\varphi, A) \sin\varphi \left( \sin\varphi - \frac{8}{3\pi} \right) d\varphi. \end{cases} \quad (7)$$

Таким образом, с учетом выражений (2) и (3) реакция СКД, характеризуемая УГХ в виде семейства симметричных петель гистерезиса, может быть представлена в виде приближения:

$$R \cong \sum_{q=1}^m c_q x^q + \sigma \left( T + p_m \sqrt{A^2 - x^2} \right), \quad (8)$$

где  $c_q$  – коэффициенты полиномов Чебышева, для условной упругой составляющей реакции, а  $T$  и  $p_m$  – коэффициенты аппроксимации для неупругой составляющей, найденные с помощью выражений (6) или (7). Следует помнить отличие этих коэффициентов на величину  $A$ ,  $A^q$  для случая переменной  $x$  по сравнению с  $\bar{x}$ .

Воспользуемся полученным выражением для реакции СКД (8), и запишем дифференциальное уравнение движения ВС для установившихся квазигармонических колебаний:

$$\ddot{x} + \sum_{q=1}^m c_q x^q + \sigma \left( T + p_m \sqrt{A^2 - x^2} \right) = \beta \cos(\omega t + \alpha), \quad (9)$$

где  $\beta \cos(\omega t + \alpha)$  – безразмерная возбуждающая нагрузка;

$\alpha$  – угол сдвига по фазе между возбуждающей нагрузкой и перемещением;

$\ddot{x}, \beta, \omega, t$  – безразмерные ускорение, амплитуда возбуждающей нагрузки, частота и время соответственно.

Отметим, что квазигармонические колебания ВС могут быть представлены разложением Фурье в виде:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos i\omega t + B_i \sin i\omega t, \quad (10)$$

причем на характер закона движения при  $t=0$  накладываются следующие ограничения:

$$\sum_{i=1}^n A_i = A; \quad \sum_{i=1}^n iB_i = 0; \quad i \in [1, 3, 5 \dots n]. \quad (11)$$

Найдем решение уравнения движения (9) с помощью комбинированного асимптотического метода (КАМ), основывающегося на сочетании методов малого параметра с вариационными принципами. Согласно КАМ построение асимптотических разложений уравнения движения (9) осуществляют по степеням малого параметра

$\varepsilon^d$ ,  $\varepsilon \in 1$ :  $x \cong \sum_{d=0}^g \varepsilon^d x_d$ ;  $A \cong \sum_{d=0}^g \varepsilon^d A_d$ , пу-

тем искусственного введения в уравнение (9) дополнительных функций: для реакции СКД –  $R_{\text{л}} = g^2 x$ , а для возбуждающей нагрузки –  $\beta_{\text{л}} = \beta_{\text{co}} \cos \omega t$ . Коэффициенты  $g^2$  и  $\beta_{\text{co}}$  находят методом Бубнова – Галеркина, причем, как показано в работе [2],  $g^2$  является коэффициентом гармонической линеаризации по Чебышеву. Учитывая изложенное, преобразуем уравнение движения (9) к виду:

$$\ddot{x} + \gamma^2 x = \sum_{d=0}^g \varepsilon^d (\beta_{cd} \cos \omega t + \beta_{sd} \sin \omega t) + \varepsilon \left[ \gamma^2 x - \sum_{q=1}^m c_q x^q - \sigma \left( T + p_m \sqrt{A^2 - x^2} \right) \right], \quad (12)$$

причем  $\beta^2 = \left( \sum_{d=0}^g \beta_{cd} \right)^2 + \left( \sum_{d=0}^g \beta_{sd} \right)^2$ ; (13)

$$\text{tg } \alpha = \sum_{d=0}^g \beta_{sd} / \sum_{d=0}^g \beta_{cd}. \quad (14)$$

Ограничим  $q=1$ ,  $m=3$  и заметим, что по методу КАМ для уравнения (12)  $\beta_{\text{so}} = 0$ . Представим уравнение движения (12) в виде системы линейных дифференциальных уравнений по степеням порядка приближения  $\varepsilon^d$ :

$$e^0 \quad \ddot{x}_0 + \gamma^2 x_0 = \beta_{c0} \cos \omega t; \quad (15)$$

$$e^1 \quad \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \gamma^2 x_1 &= \beta_{c1} \cos \omega t + \beta_{s1} \sin \omega t + \gamma^2 x_0 - \\ &- \sum_{q=1}^3 c_q x_0^q - \sigma \left( T + p_m \sqrt{A_0^2 - x_0^2} \right); \end{aligned} \quad (16)$$

при этом

$$x \cong x_0 + x_1. \quad (17)$$

Порождающее решение уравнения (15) имеет гармоническую форму:

$$x_0 = A_0 \cos \omega t, \quad (18)$$

где

$$A_0 = \frac{\beta_{c0}}{\gamma^2 - \omega^2}. \quad (19)$$

С учетом решения (18) представим неупругую составляющую реакции СКД, входящую в уравнение (16), в виде гармонического разложения:

$$\sigma \left( T + p_m \sqrt{A^2 - x^2} \right) = \frac{4T}{\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \sin i \omega t + A_0 p_m \sin \omega t.$$

В силу гармонической формы решения (18) и выбора для аппроксимации упругой составляющей реакции СКД (в том числе и дополнительной функции  $R_n$ ) полиномов Чебышева, получим [2]:

$$\gamma^2 x_0 - \sum_{q=1}^3 c_q x_0^q = -\frac{1}{4} c_3 A_0^3 \cos 3\omega t.$$

Тогда уравнение (16) приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \gamma^2 x_1 &= \beta_{c1} \cos \omega t - \frac{1}{4} c_3 A_0^3 \cos 3\omega t + \\ &+ (\beta_{s1} - p_m A_0 - \frac{4T}{\pi}) \sin \omega t - \frac{4T}{\pi} \sum_{i=3}^n \frac{1}{i} \sin i \omega t. \end{aligned}$$

Чтобы обеспечить в порождающем решении (18) выбор полной амплитуды первой гармоники, потребуем отсутствия в поправочном слагаемом  $x_1$  членов, содержащих косинусы, следовательно,  $b_{c1} = 0$ .

Нахождение частного решения преобразованного вышеуказанным образом линейного дифференциального уравнения (16) не представляет затруднений и закон квазигармонических колебаний ВС (17) может быть представлен в следующем виде:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{\beta_{c0}}{\gamma^2 - \omega^2} \cos \omega t - \frac{c_3 A_0^3}{4(\gamma^2 - 9\omega^2)} \cos 3\omega t + \\ &+ \frac{\beta_{s1} - p_m A_0 - \frac{4T}{\pi}}{\gamma^2 - \omega^2} \sin \omega t - \frac{4T}{\pi} \sum_{i=3}^n \frac{1}{i(\gamma^2 - i^2 \omega^2)} \sin i \omega t. \end{aligned} \quad (20)$$

Сопоставляя его с полученным выражением (19) и, учитывая ограничения на синусоидаль-

ные гармоники квазигармонических колебаний (11), определим амплитуды гармоник возбуждающей нагрузки:

$$\beta_{c0} = A_0(\gamma^2 - \omega^2);$$

$$\beta_{s1} = p_m A_0 + \frac{4T}{\pi} \sum_{i=1}^n \frac{\gamma^2 - \omega^2}{\gamma^2 - i^2 \omega^2}.$$

С учетом выражений (11), (13), (14) окончательно можно записать

$$\left\{ \begin{aligned} A_0^2(\gamma^2 - \omega^2)^2 + \left( p_m A_0 + \frac{4T}{\pi} \sum_{i=1}^n \frac{\gamma^2 - \omega^2}{\gamma^2 - i^2 \omega^2} \right)^2 &= \beta^2; \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{p_m}{\gamma^2 - \omega^2} + \frac{4T}{\pi A_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma^2 - i^2 \omega^2}; \\ A &= A_0 - \frac{c_3 A_0^3}{4(\gamma^2 - 9\omega^2)}. \end{aligned} \right. \quad (21)$$

Решения данной системы уравнений является основой для исследования влияния форм петель гистерезиса СКД и параметров возбуждения на характер квазигармонических колебаний ВС. При этом полученный закон колебаний ВС (20) вместе с системой уравнений (21) позволяет определить интенсивность гармонических составляющих и особенности поведения динамических характеристик: зависимости коэффициентов передачи и резонансных частот ВС от амплитуды возбуждающей нагрузки, затягивание резонансных режимов и т.п.

В качестве примера рассмотрим применения полученных результатов (см. выражения (20) и (21)) для исследования нелинейных колебаний ВС, в состав которых могут входить многослойные пластинчатые упругодемпфирующие опоры (УДО), тросовые виброизоляторы (рис. 1 а,б) [4]. УДО (см. рис. 1,а) состоит из двух пакетов многослойных пластин (1), прижатых друг к другу пружинной скобой (2). Тросовые виброизоляторы могут быть Г-образного типа или в виде гребенки с прямолинейными участками отрезков тросов (рис. 1,б).

На рис. 2 представлены обобщенные поля петель гистерезиса СКД [4] (вышеуказанных УДО и тросовых виброизоляторов). Выделяя из представленных петель гистерезиса СКД упругие и неупругие составляющие (гистерезисные функции) (1) и вычисляя значения для коэффициентов  $C_q(A)$  и  $P_m(A)$ ,  $T(A)$  при различных  $A \in [0,2;6,0]$  с помощью выражения (6) найдем значения вышеуказанных коэффициентов.

Анализируя полученные данные замечаем, что для больших амплитуд деформация  $A_p > 2$  свойственных резонансным режимам колебаний ВС, можно отметить, что значение величины  $p_m A \ll T \ll 1$ . Вследствие этого для амплитуд  $A > 2$

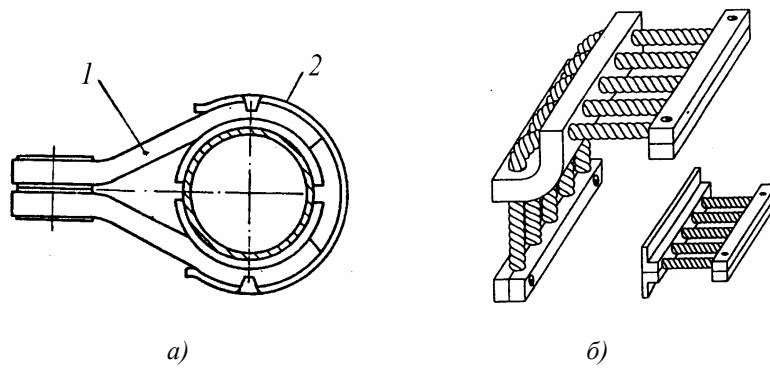


Рис. 1. Системы конструкционного демпфирования:  
а) – УДО; б) – тросовые виброизоляторы

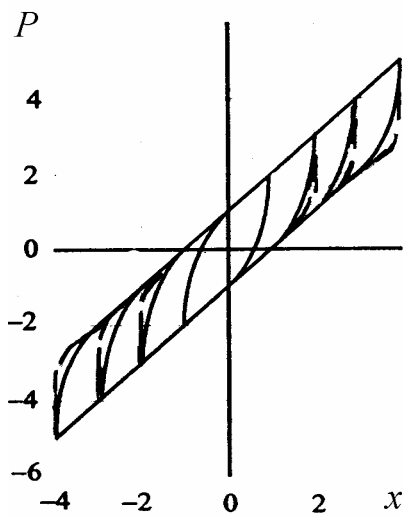


Рис. 2. Обобщенное поле упругогистерезисных петель:  
— тросовых виброизоляторов с прямолинейными упругогистерезисными элементами;  
- - - УДО

можно считать  $p_m \cong 0$ . Вместе с тем оказывается, что при  $A > 2$  величина  $C_3 A^3 \ll C_1 A$  ( $q \in [1, 3]$  см. выражение (2)), что позволяет считать  $C_3 \cong 0$ ,  $C_1 = 1$ .

Тогда система уравнений (21) для значений амплитуд  $A > 2$  приобретает следующий вид

$$\begin{cases} A_0^2 (1 - \omega^2)^2 + \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1 - \omega^2}{1 - i^2 \omega^2} = \beta^2; \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{4T}{\pi A_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 - i^2 \omega^2}; \\ A = A_0. \end{cases} \quad (22)$$

При этом высшие гармонические составляющие  $A_i$  квазигармонических колебаний вычисляются с помощью выражения (20) по формуле

$$A_i = \frac{4T}{\pi} \sum_{i=3}^n \frac{1}{i(1 - i^2 \omega^2)}. \quad (23)$$

Заметим, что в этом случае полученная сис-

тема уравнений (22) отображает приближенное решение для ВС с сухим трением, причем точное решение получено в работе [5] и может быть представлено в безразмерном виде:

$$A_0 = \sqrt{\frac{\beta^2}{(1 - \omega^2)^2} - \frac{1}{\omega^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\omega}}. \quad (24)$$

Сравнение точного решения (24) с приближенным (22) показывает, что при исследовании колебаний ВС с высокой степенью конструкционного демпфирования крайне важно учитывать достаточно большое количество гармонических составляющих  $A_i$  (23). При этом погрешность определения амплитуды ВС по сравнению с точным зависит не только от числа учитываемых гармоник в решении (22), но и значений  $b$ . При

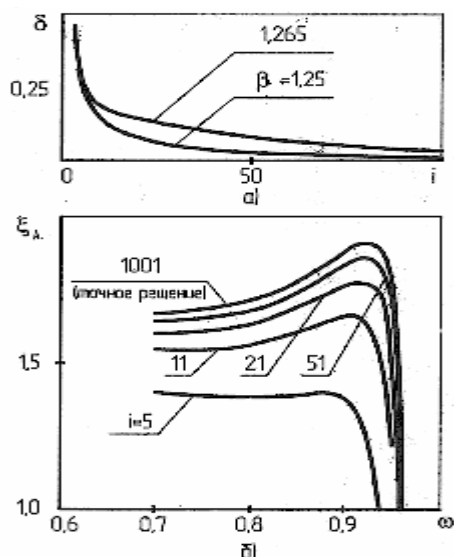
увеличении  $b$  до значений близких к  $\beta = \frac{4}{\pi}$  погрешности могут достигать до 30 % и более в зависимости от числа учитываемых гармоник. На рис. 3 представлена зависимость коэффициента

передачи  $\mu = \frac{A}{\beta}$  от безразмерной частоты  $\omega$  для

различного числа учитываемых гармоник (рис 3,б) при  $b=1,25$ . На рис. 3,а приведены значения погрешностей  $\delta$  приближенного решения (22) по сравнению с точным (24) в зависимости от числа учитываемых гармоник  $i$  и уровня возбуждающей нагрузки  $b$ .

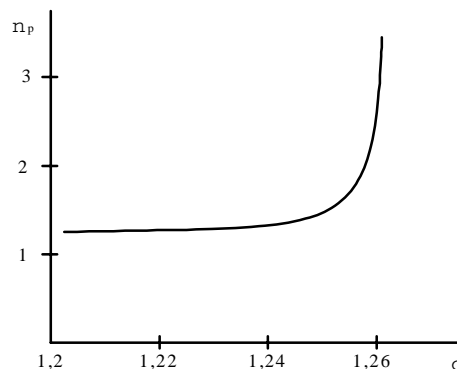
На рис. 4 представлена зависимость коэффициентов передачи на резонансе  $\mu_p = \frac{\mu}{A_p}$  ( $A_p$  – амплитуда резонансных колебаний ВС) от уровня возбуждения при учете  $i=1001$ .

Как видно из приведенных данных коэффициент передачи на резонансных режимах работы виброизоляторов и демпферов с конструкционным демпфированием существенно зависит от уровня возбуждения и может изменяться от значений 1,2 до 5–10 и более. Причем, начиная с  $\beta > 1.265$ , интенсивность изменения коэффи-



**Рис. 3.** Сравнение точного решения для сухого трения с приближенным:  $a$  – погрешность приближенного решения в зависимости от числа гармоник и уровня возбуждения,  $\beta_0 \in [1,25;1.265]$   $b$  – характер влияния числа гармоник, учитываемых в приближенном решении,  $\beta_0 = 1.25$

коэффициента передачи на резонансе резко увеличивается. Указанная особенность приводит к высокой чувствительности виброзащитных свойств СКД на резонансных режимах их работы даже в случае незначительного изменения сил сухого трения, особенно заметного при наработке в процессе эксплуатации ВС. Поэтому на практике при конструировании СКД под заданные технические требования необходимо стремиться к обеспечению таких начальных сил сухого трения (конструкционного демпфирования), чтобы относительная возбуждающая нагрузка  $\beta$  была меньше значения 1,26 в процессе всего ресурса ВС.



**Рис. 4.** Зависимость коэффициента передачи на резонансе от уровня возбуждения

Таким образом, предложенные в работе подходы к описанию УГХ виброизоляторов и демпферов с сухим трением, а также метод решения нелинейных дифференциальных уравнений движения ВС позволяют с высокой степенью достоверности изучать влияние особенностей конструкционного демпфирования на нелинейные колебания систем виброзащиты.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лазуткин Г.В. Вынужденные периодические колебания виброзащитных систем с конструкционным гистерезисом. Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. Куйбышев: КуАИ, 1986, с. 81- 86.
2. Лазуткин Г.В. Виброизоляторы из материала МР (тип ДКУ). Деп. в ВИНТИ – №1977 – 85 от 19.03.85. – б/о №771, библиограф. указ. №7 – 22 с.
3. Расчет и конструирование средств виброзащиты сухого трения / В.А. Антипов, Ю.К. Пономарев, А.И. Белоусов, и др. – Самара: СамГАПС, 2005. – 207 с.
4. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К. Демпфирование. – Самара: Издательство СГАУ. 1997 – 334 с.: ил.
5. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники / И.И. Быховский. – М.: Машиностроение, 1968. – 362 с.

### INFLUENCE OF FEATURES OF CONSTRUCTIONAL SUPPRESSION OF VIBRATION ON NONLINEAR FLUCTUATIONS OF SYSTEMS AT DISPERSION OF ENERGY

© 2009 G.V. Lazytkin, V.A. Antipov, A.L. Ryabkov

Samara State University of Means of Communication

The task about the elementary form of approximation of change of the characteristics of devices on dispersion of energy with a constructional hysteresis is decided (solved) on the basis of minimization of a root-mean-square error of approach (approximation), and also equality of the areas of close loops of a hysteresis to required. With the help of the combined method of decomposition of the decision of the nonlinear differential equation of movement of systems at dispersion of energy and offered form of approximation the decision for approximate repeating fluctuations taking into account influence of features of isolation of a constructional hysteresis and overwhelming devices on the basic parameters of fluctuations is found.

Keywords: vibroprotective systems, hysteresis, approximation, equalization of motion, quasiharmonic vibrations.

Gennady Lazytkin, Candidate of Technics, Doctoral Candidate. E-mail: gamaba@list.ru.  
Vladimir Antipov, Doctor of Technics, Professor  
Alexey Ryabkov, Graduate Student