

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ УЗЛОВ МАШИН С МИКРОШЕРОХОВАТЫМИ СОСТАВЛЯЮЩИМИ СРЕДЫ

© 2009 П.Ф. Зибров¹, А.М. Абакумов², Д.Г. Громаковский², А.В. Васильев¹

¹Тольяттинский государственный университет

²Самарский государственный технический университет

Поступила в редакцию 12.03.2008

Предложены математические модели, позволяющие эффективно описывать и рассчитывать траектории движения машин с микрошероховатыми составляющими среды.

Ключевые слова: математическая модель, машина, узел, траектория движения, микрошероховатость

В результате различных возмущений, действующих на элементы машины, возникают случайные и регулярные их малые относительные перемещения и повороты, что влечет нарушение точности в исполнении служебных функций указанных деталей, узлов и в целом машины. Поэтому уравнения относительного движения контактирующих поверхностей должны содержать функциональные зависимости и количественные характеристики, связывающие внешние возмущения и порождаемые ими погрешности в положении кинематических пар. Рассмотрим поверхности Φ_1 и Φ_4 (рис. 1) двух различных деталей, совершающих поступательные и вращательные движения в составе размерной цепи. На них оказывают воздействие случайные возмущения. Необходимо установить зависимости взаимного расположения указанных поверхностей в системах координат Y_1 и Y_4 , построенных на основных базах деталей 1 и 4. Чтобы определить относительное положение поверхностей Φ_1 и Φ_4 .

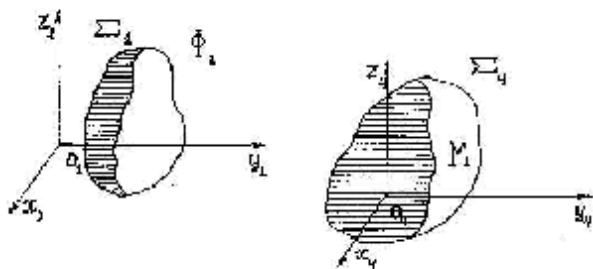


Рис. 1. Поверхности Φ_1 и Φ_4 и системы координат

Зибров Петр Федорович, доктор технических наук, профессор, декан факультета. E-mail: Zibrov@tltsu.ru.

Абакумов Александр Михайлович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой. E-mail: em@samgtu.ru

Громаковский Дмитрий Григорьевич, доктор технических наук, профессор, директор научно-технического центра. E-mail: pnms3@mail.ru

А.В. Васильев, доктор технических наук, профессор, директор института химии и инженерной экологии ТГУ. E-mail: avassil62@mail.ru.

необходимо выбрать критерии оценок. Будем считать, что в системе координат Y_1 поверхность Φ_1 неподвижна, поэтому требуется найти закон движения Φ_2 в Y_2 , обусловленный перемещением и поворотом деталей размерной цепи. Положение твердого тела в пространстве определяется девятью координатами трех точек не принадлежащих одной прямой.

Уравнение движения точки M принадлежащей поверхности Φ_4 в системе координат Y_1 имеют вид

$$\begin{aligned} x &= f_1(x_m, y_m, z_m, t); \\ y &= f_2(x_m, y_m, z_m, t); \\ z &= f_3(x_m, y_m, z_m, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки M поверхности Φ_4 в системе координат Y_1 ; x_m, y_m, z_m – подобные координаты в системе Y_4 ; t – параметр времени.

В векторной форме (1) записывается

$$\mathbf{r} = f(\mathbf{r}_m, t). \quad (2)$$

Так как система координат Y_4 перемещается относительно Y_1 , то записывают закон их относительного движения.

На рис. 2а представлена совокупность систем координат эквивалентной схемы размерной цепи машины, где система координат Y_3 неподвижна.

Запишем уравнение для радиусов-векторов, связывающих начала координат

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_{02} + \mathbf{r}_{01} + \mathbf{r}, \quad (3)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_{04} + \mathbf{r}_m. \quad (4)$$

Из соотношений (3.) и (4.) следует.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{04} + \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{02} - \mathbf{r}_{01}. \quad (5)$$

Полученное выражение показывает, какие радиус-векторы оказывают влияние на положение точки M в системе Y_3 . Найдем положение точки M последовательно в системах координат Y_3, Y_2 и Y_1 .

В системах Y_3 и Y_4 точка M определяется радиус - вектором \mathbf{R}

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_{04} + P_4 \mathbf{r}_m, \quad (6)$$

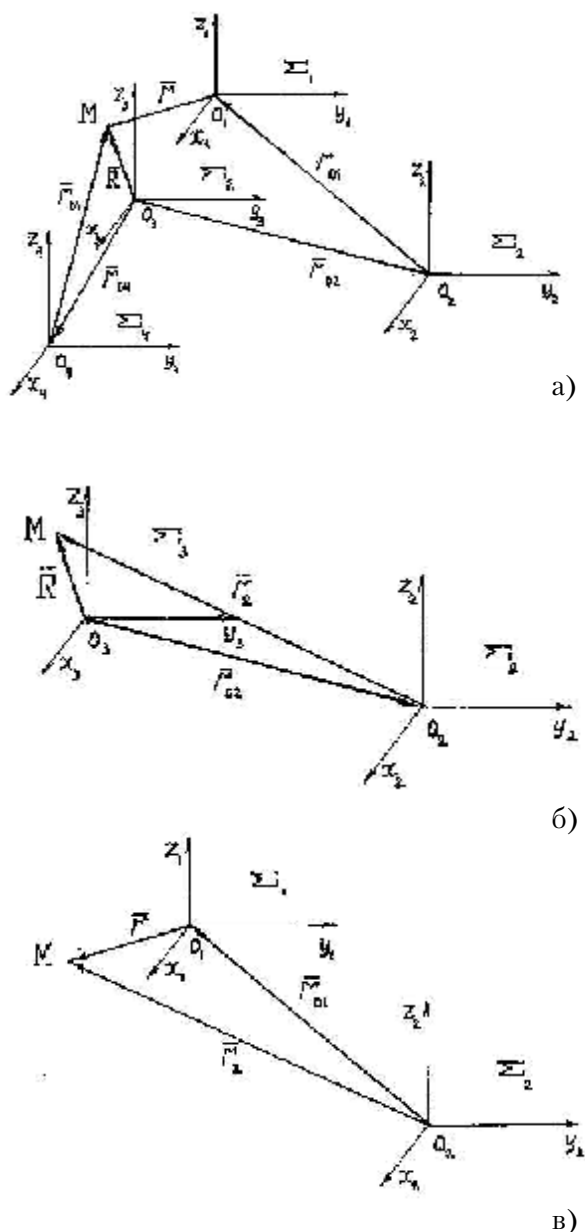


Рис. 2. Совокупность систем координат

где P_4 – матрица поворота системы U_4 относительно U_3 .

Положение точки M в системе координат U_2 (рис. 2б) устанавливается

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_{02} + P_2 \mathbf{r}_2. \quad (7)$$

Отсюда

$$\mathbf{r}_2 = P_2^{-1}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_{02}). \quad (8)$$

Здесь P_2 и P_2^{-1} – матрица поворота системы U_2 относительно U_3 и обратная ей. Определим радиус-вектор \mathbf{r} положение точки M в системе координат U_1 (рис. 2.в) считая, что в системе U_4

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_{01} + P_1 \mathbf{r}.$$

Тогда

$$P_1 \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_{01} \quad (9)$$

Подставим (9.) в выражение (8.)

$$P_1 \mathbf{r} = P_2^{-1}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_{02}) - \mathbf{r}_{01}.$$

Преобразуем полученный результат с помощью (7.) в

$$P_1 \mathbf{r} = P_2^{-1} (P_4 \mathbf{r}_m + \mathbf{r}_{04} - \mathbf{r}_{02}) - \mathbf{r}_{01}.$$

Окончательно

$$\mathbf{r} = P_1^{-1} [P_2^{-1} (P_4 \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{04} - \mathbf{r}_{02}) - \mathbf{r}_{01}]. \quad (10)$$

Таким образом, в соотношении (10) учтены любые перемещения и повороты систем координат связанных со звеньями размерных цепей. Следует отметить, что при выводе уравнений движения рабочей поверхности необходимо учитывать:

- геометрические отклонения от номинально заданных параметров;
- нарушение кинематических связей;
- влияние факторов, порождающих геометрические погрешности;
- силовые воздействия;
- тепловые факторы;
- вибрации;
- изнашивание;
- остаточные напряжения;
- влияния смазки в кинематических парах, работающих в условиях смешанного трения их микрошероховатых поверхностей.

В общем случае влияние контактной жесткости и смазки в стыках на упругие перемещения достигает в общем балансе порядка 40 ÷ 80%. Поэтому при расчете показателей точности устанавливается связь между непосредственными или косвенными характеристиками реальных процессов теоретически с помощью адекватных математических моделей или экспериментально.

При синтезе механизмов и машин необходимо в расчетах учитывать влияние смазки на взаимное расположение микрошероховатых поверхностей скольжения кинематических пар работающих в условиях граничной смазки. Указанные микронеровности образуются в результате различных способов обработки поверхностей и в процессе соприкосновения между ними образуются лабиринты макро- и микрощелей, заполненных движущейся смазкой. Уравнение ее фильтрации в декартовой системе координат для различных областей имеет вид (11)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{hk}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{hk}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{hk}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{d}{dt} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{hk \rho^2}{\eta} P_x \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{hk \rho^2}{\eta} P_y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{hk \rho^2}{\eta} P_z \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где величины P_x, P_y, P_z массовые силы движущейся жидкости k, ρ функции пористости и

проницаемости сопряжения шероховатых поверхностей, ρ, η - плотность и динамическая вязкость смазки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точность относительного расположения и движения исполнительных поверхностей звеньев машин со временем нарушается, поэтому возникает проблема достижения и сохранения заданного уровня нормативных показателей точности как при изготовлении машины, так и в процессе ее эксплуатации. Для устранения данной проблемы требуется решение следующих основных задач:

- совершенствование конструкций механизмов и машин;
- подавление факторов, порождающих погрешности;
- управление процессом образования погрешностей.

Первые две задачи являются традиционными в расчетах машиностроения, третья успешно развивается в результате разработки и внедрения систем автоматического регулирования (САР). Для решения каждой из вышеуказанных задач необходимо получение точной информации о фактических погрешностях. Ее источником выступают количественные параметры, не-

посредственно или косвенно характеризующие положение поверхности в соответствующих системах координат. В связи с этим уравнения относительного движения контактирующих поверхностей должны содержать функциональные зависимости и количественные характеристики, связывающие внешние возмущения и порождаемые ими погрешности в положении кинематических пар.

Авторами предложены аналитические зависимости, полученные в результате решения уравнения (11) и достоверно описывающие физические процессы в машинах между звеньями и их кинематическими парами. Данные зависимости могут быть использованы для построения математических моделей относительного движения и расположения рабочих поверхностей деталей машин, учитывающих влияния воздействующих факторов на погрешность их расчетных траекторий. Использование математических моделей и аналитических зависимостей позволит достичь итогового обеспечения точности функционирования технологического оборудования.

Работа выполнена при поддержке гранта по ведущим научным школам РФ 2008-2009 гг. (НШ-4245.2008.8) и в рамках программы "Развитие научного потенциала Высшей школы" Минобрнауки РФ

MATHEMATICAL MODELS OF TRAJECTORIES OF MOVEMENT OF UNITS OF MACHINES WITH MICRO-ROUGH COMPOUNDS OF MEDIUM

© 2009 P.F. Zibrov¹, D.G. Gromakovsky², A.M. Abakumov², A.V. Vasilyev¹

¹Togliatti State University

²Samara State Technical University

Mathematical models have been suggested allowing to efficiently describe and calculate the trajectories of movement of units of machines with micro-rough compounds of medium.

Key words: Mathematical model, machine, unit, trajectory of movement, micro-rough compounds.

*Petr Zibrov, Doctor of Technics, Professor, Dean of Faculty
E-mail: Zibrov@tltu.ru.*

*Dmitry Gromakovsky, Doctor of Technics, Professor, Director
of the Scientific-Technical Center. E-mail: pnms3@mail.ru*

*Alexander Abakumov, Doctor of Technical Science, Professor,
Head of Department. E-mail: em@samgtu.ru.*

*Andrey Vasilyev, Doctor of Technics, Professor, Director of
the Institute of Chemistry and Environmental Engineering of
Togliatti State University. E-mail: avassil62@mail.ru*