

УДК 621.391.63

ОСОБЕННОСТИ ФАЗИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

© 2009 С.А. Матюнин¹, Г.И. Леонович², В.Д. Паранин¹

¹ Самарский государственный аэрокосмический университет

² Самарский научно-технического центр РАН

Поступила в редакцию 14.04.2009

Предложен функционал, позволяющий определить преимущественный тип электрооптического эффекта в конструкции дискретного оптического элемента. Проведен анализ влияния ориентации вектора напряженности электрического поля на показатель преломления электрооптического материала для волн различных поляризаций.

Ключевые слова: адаптивный оптический элемент, электрооптический материал, фазовая функция поверхности, функционал преимущественного типа электрооптического эффекта

ВВЕДЕНИЕ

Дискретные оптические элементы (ДОЭ), в т.ч. дифракционные оптические элементы, широко используются в качестве фокусаторов лазерного и широкополосного оптического излучения в произвольную область, корректоров волнового фронта, выполняют функции спектрального и амплитудного преобразования [1,2]. К настоящему времени сформированы обобщенные теоретические модели и методы расчета и синтеза ДОЭ со статическими параметрами, имеющие достаточно высокую практическую точность [2].

Одним из путей развития элементной базы оптики является создание перестраиваемых оптических элементов с управляемыми (адаптивными) оптическими характеристиками и синтезируемой апертурой, что позволит расширить функциональность элементов и устройств на их основе.

Разработка ДОЭ на периодических, в том числе дифракционных структурах (решетках), в силу малой величины электрооптического эффекта [3] требует оптимального сочетания параметров электрооптического материала (ЭОМ), взаимной пространственной ориентации оптических осей ЭОМ, светового потока и силовых линий электрического поля.

Проведенный анализ показывает, что даже для простых структур ДОЭ нельзя заранее предсказать эффективность выбранного конструктивного варианта реализации ДОЭ и применяе-

мого ЭОМ. В тоже время введение ряда критериев позволяет оценить как эффективность использования электрических полей в ДОЭ, так и эффективность пространственной ориентации оптических осей ЭОМ и световых потоков.

ФУНКЦИОНАЛ ПРЕИМУЩЕСТВЕННОГО ТИПА ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

Для упрощенного анализа ДОЭ с периодической структурой разобьем ДОЭ на ряд элементарных базовых оптических элементов (ЭБОЭ) таким образом, чтобы добавление очередного ЭБОЭ к группе уже сформированных ЭБОЭ не влияло на характеристики последних. Для оценки типа распределения электрического поля в ЭБОЭ и выбора соответствующего типа электрооптического введем понятие функционала G преимущественного типа электрического поля в ЭБОЭ:

$$G = \frac{\int_0^a \int_0^d [|F^x(x, y)| - |F^y(x, y)|] dx dy}{\int_0^a \int_0^d [|F^x(x, y)| + |F^y(x, y)|] dx dy},$$

где: $F^x(x, y) = E^x(x, y) \cdot n(x, y) \cdot a^x(x, y)$

$F^y(x, y) = E^y(x, y) \cdot n(x, y) \cdot a^y(x, y);$

a, d – габаритные размеры ДОЭ вдоль осей x, y соответственно;

$E_{i,j}^x, E_{i,j}^y, a_{i,j}^x, a_{i,j}^y$ – проекции вектора электрической напряженности и вектора A направления распространения световой волны на оси

Матюнин Сергей Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой "Электронные системы и устройства". E-mail: mitrea.sgau@rambler.ru

Леонович Георгий Иванович, доктор технических наук, профессор, Главный научный руководитель.

E-mail: leogi1@rambler.ru

Паранин Вячеслав Дмитриевич, студент.

E-mail: vparanin@mail.ru

координат x, y ; $n(x,y)$ – координатная зависимость коэффициента преломления ЭОМ.

В частности, для ДОЭ на основе дифракционных решеток, в зависимости от отношения периода решетки к толщине резонансного слоя наблюдается существенное перераспределение продольной и поперечной составляющих электрооптического эффекта (рис. 1).

На рис. 1 вектор A указывает направление распространения световой волны.

На рис.2 величины функционала G от отношения $\frac{a}{d}$.

Из рис.1,2 видно, что при $\frac{a}{d} = 8$ доля $E_{i,j}^x$

компоненты электрического поля доминирует и составляет величину порядка 90%, а электрооптический эффект в этом случае поперечный.

При $\frac{a}{d} = 1,2$ доля $E_{i,j}^x$ компоненты электрического поля уменьшается до величины порядка 60%, а электрооптический эффект в этом случае преимущественно поперечный с долей продольной компоненты порядка 30%.

При $\frac{a}{d} = 0,3$ доля $E_{i,j}^x$ компоненты электрического поля уменьшается до величины порядка 50%, а электрооптический эффект в этом случае смешанный с долей продольной компоненты порядка 50%.

Вывод. Устанавливая классификационную величину функционала G например по уровням

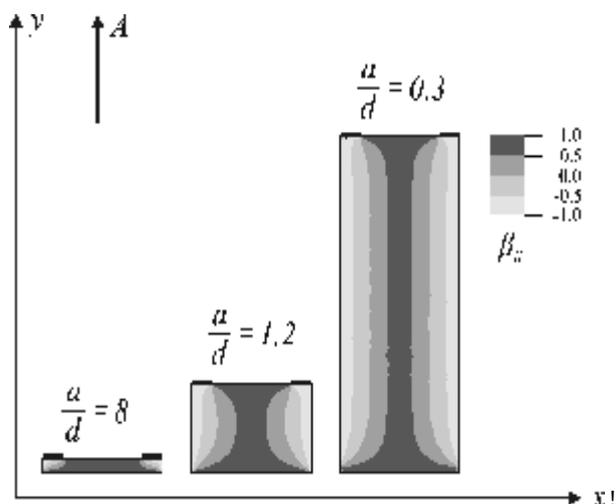


Рис. 1. Распределение проекций вектора напряженности электрического поля

в зависимости от отношения $\frac{a}{d}$

0,1 и 0,9 (рис. 2), получим три зоны преимущественного типа электрооптического эффекта: I – преимущественно поперечный электрооптический эффект; II – смешанный (промежуточный) электрооптический эффект; III – преимущественно продольный электрооптический эффект.

Определение. Под фазированием оптической поверхности будем понимать создание требуемого одно- или двумерного распределения фазы Φ_{surf} светового пучка, пересекающего данную поверхность.

В общем случае световая волна может распространяться перпендикулярно фазуемой поверхности или пересекать ее под некоторым углом.

Поскольку фактически получаемая фазовая функция Φ_f может не совпадать с целевой Φ_{surf} , для количественной характеристики схожести Φ_f и Φ_{surf} можно ввести интегральную $\Delta\phi_{int}$ ошибку:

$$\Delta\phi_{int} = \int_S (\Phi_{surf} - \Phi_f)^2 dS,$$

где S – фазуемая поверхность. В этом случае требование к формируемой фазовой функции Φ_f должно удовлетворять критерию минимума среднеквадратичной ошибки:

$$\Delta\phi_{int} \rightarrow \min$$

Для создания фазовой функции электрооптически активной поверхности можно предложить несколько методов, основанных на управлении распределением электрического поля в объеме ЭОМ, выборе определенной ориентации ЭОМ, а также их комбинации.

Для описания пространственных электрических полей и оптических осей ЭОК введем понятия системы координат кристалла (СКК) и электрического поля (СКЭП).

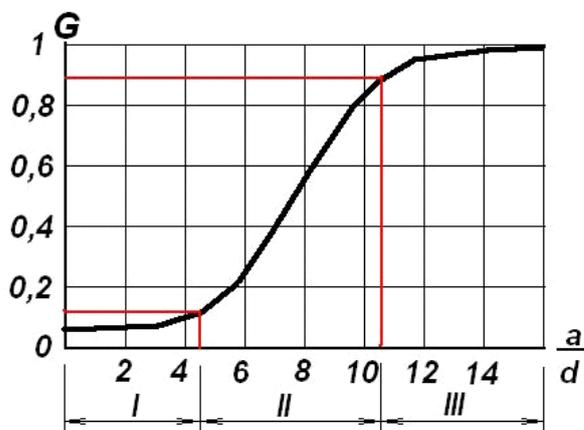


Рис. 2. Зависимость величины функционала G

от отношения $\frac{a}{d}$

Координатной системой СКК служит ортогональный базис векторов x_2, y_2, z_2 , параллельных оптическим осям ЭОК, причем для рассматриваемых ниже одноосных кристаллов вектор z_2 полагается совпадающим с осью оптической анизотропии.

Система СКЭП является фиксированной системой координат с ортогональными направляющими x, y, z , в которой задаются величины и направления внешних электрических полей, геометрия и ориентация управляющих электродов, направление распространения световой волны, т.е. в СКЭП задается большинство исходных данных задачи. В общем случае оси x_2, y_2, z_2 СКК могут быть как параллельными координатным осям x, y, z СКЭП, так и ориентированными под произвольными углами.

ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ВЕКТОРА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ДЛЯ ВОЛН ОСНОВНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ

Данный частный случай характеризуется тем, что сочетание элементов матрицы электрооптических коэффициентов r_{ij} и действующих электрических полей E_k таково, что в уравнении эллипсоида показателей преломления коэффициенты при переменных x_2, y_2, z_2 зависят от двух или более составляющих E_k . Это позволяет, используя методы независимого регулирования по каждому из векторов электрического поля $E_{x_2}, E_{y_2}, E_{z_2}$ путем выбора ориентации кристалла, поляризации световой волны, изменять показатель преломления в объеме ЭОК в соответствии с целевой функцией.

В качестве примера рассмотрим изменение показателей преломления x_2, y_2 – поляризованных волн в ниобате лития, ориентированного так, как это показано на рис. 3. Электрическое поле создается с помощью двух протяженных электродов и включает составляющие $E_{x_1} = E_{y_2}$ и $E_{y_1} = E_{z_2}$ (оси x_2, y_2, z_2 СКК параллельны осям z_1, x_1, y_1 СКЭП). Световая волна распространяется вдоль оси $z_2 \parallel y_1$.

Изменение эллипсоида показателей преломления в плоскости x_2, y_2 примет вид:

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - r_{22} E_{y_2} + r_{13} E_{z_2} \right) x_2^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + r_{22} E_{y_2} + r_{13} E_{z_2} \right) y_2^2 = 1$$

или в системе СКЭП:

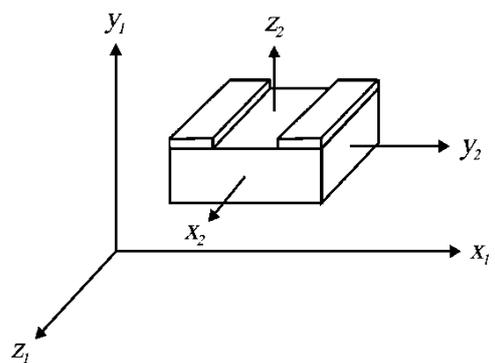


Рис. 3. Ориентация оптических осей кристалла в СКЭП

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - r_{22} E_{x_1} + r_{13} E_{y_1} \right) z_1^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + r_{22} E_{x_1} + r_{13} E_{y_1} \right) x_1^2 = 1$$

Показатели преломления для x_2, y_2 -поляризованных волн будут равны:

$$n_{x_2} = n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 r_{22} E_{y_2} - \frac{1}{2} n_0^3 r_{13} E_{z_2};$$

$$n_{y_2} = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{22} E_{y_2} - \frac{1}{2} n_0^3 r_{13} E_{z_2}. \quad (1)$$

Из выражений (1) следует, что фазовая функция светового пучка в выходном межэлектродном промежутке формируется двумя составляющими электрического поля – E_{y_2} и E_{z_2} , которые являются соответствующими проекциями полей E_{x_1}, E_{y_1} СКЭП на оси симметрии кристалла x_2, y_2, z_2 (рис. 3). Поэтому, путем выбора ориентации ЭОК, возможно изменение вклада каждой составляющей электрического поля на показатели преломления материала. Например, вращение СКК вокруг оси z_2 уменьшит электрическое поле E_{y_2} и увеличит составляющую E_{x_2} при неизменной величине E_{z_2} . Таким образом, с использованием определенного среза ЭОК, возможно формирование требуемого фазового распределения световой волны на выходе структуры.

Для рассмотренного варианта фазирования необходимы, по крайней мере, две составляющие электрического поля, с целью изменения их соотношения в величине фазового набега, а также наличие определенных ненулевых электрооптических коэффициентов r_{ij} . Для простого случая ориентации осей симметрии кристалла параллельно осям СКЭП данные требования оформлены в виде табл. 1.

Переход от векторов x_1, y_1, z_1 к x_2, y_2, z_2 или от $E_{x_1}, E_{y_1}, E_{z_1}$ к $E_{x_2}, E_{y_2}, E_{z_2}$ в данном случае задается простым соответствием осей СКК и СКЭП, однако

Таблица 1. Требования к матрице электрооптических коэффициентов.

Направление световой волны	Составляющие электрического поля в СКК	Поляризация световой волны	Электрооптические коэффициенты	Класс симметрии кристалла
$z_2 \parallel y_1$	Ez_2, Ex_2	x_2 y_2	r_{11}, r_{13} r_{21}, r_{23}	$1, m, 3, 3m$ $1, m, 3, 3m$
	Ez_2, Ey_2	x_2 y_2	r_{12}, r_{13} r_{22}, r_{23}	$1, 3, 3m$ $1, 3, 3m$
$y_2 \parallel y_1$	Ey_2, Ex_2	x_2 z_2	r_{11}, r_{12} r_{31}, r_{32}	$1, m, 3, \bar{6}$ $1, m, 3$
	Ey_2, Ez_2	x_2 z_2	r_{12}, r_{13} r_{32}, r_{33}	$1, 3, 3m$ $1, 3m$
$x_2 \parallel y_1$	Ex_2, Ey_2	y_2 z_2	r_{21}, r_{22} r_{31}, r_{32}	$1, m, 3, \bar{6}$ $1, m$
	Ex_2, Ez_2	y_2 z_2	r_{21}, r_{23} r_{31}, r_{33}	$1, m, 3m$ $1, m$

при произвольной ориентации СКК в СКЭП должен осуществляться через линейное преобразование базисных векторов в пространстве.

Вывод: для реализации рассмотренного типа фазирования оптической поверхности ЭОК должен иметь как минимум 2 ненулевых элемента, по крайней мере, в одной из первых трех строк матрицы электрооптических коэффициентов. Это обстоятельство ограничивает номенклатуру материалов, не позволяет выбрать материалы с высокими значениями электрооптических коэффициентов.

ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ВЕКТОРА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ДЛЯ ВОЛН ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ

Данный частный случай характеризуется тем, что сочетание элементов матрицы электрооптических коэффициентов r_{ij} и действующих электрических полей E_k таково, что в уравнении эллипсоида показателей преломления при наличии внешнего электрического поля возникают ненулевые коэффициенты как при переменных x_2, y_2, z_2 , так и при слагаемых $x_2 y_2, x_2 z_2$ и т.п., причем изменение показателя преломления для волн x_2^-, y_2^-, z_2^- и $x_2 y_2^-, x_2 z_2^-$ и т.п. поляризаций происходит под действием различных составляющих поля $E_{x_2}, E_{y_2}, E_{z_2}$.

Влияние управляющего поля будет выражаться в одновременном изменении оптической индикатрисы вдоль основных осей x_2, y_2, z_2 и новых (наведенных) осей x_3, y_3, z_3 эллипсоида показателей преломления. Это позволяет использовать влияние векторов электрического поля

$E_{x_2}, E_{y_2}, E_{z_2}$ на показатель преломления в объеме ЭОК путем выбора ориентации кристалла и поляризации световой волны. Принципиальным отличием от предыдущего частного случая будет использование световых волн с промежуточной поляризацией типа $x_2 y_2^-$, $x_2 z_2^-$ и т.п., либо поляризованных вдоль новых оптических осей.

В качестве примера рассмотрим изменение показателей преломления $x_2 z_2^-$ – поляризованных волн в ниобате лития, ориентированного так, как это показано на рис. 4. Электрическое поле создается с помощью двух протяженных электродов и включает составляющие $E_{x_1} = E_{x_2}$ и $E_{y_1} = E_{y_2}$ (оси z_2, y_2, x_2 СКК параллельны осям z_1, y_1, x_1 СКЭП). Световая волна распространяется вдоль оси $y_2 \parallel y_1$.

Изменение эллипсоида показателей преломления в плоскости $x_2 z_2$ примет вид:

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - r_{22} E_{y_2} \right) x_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} \right) z_2^2 + 2z_2 x_2 r_{51} E_{x_2} = 1. \quad (2)$$

Наличие в выражении (2) слагаемого $2z_2 x_2 r_{51} E_{x_2}$ приводит к связи z_2^- , x_2^- – поляризованных волн и повороту главных осей эллипса показателей преломления в плоскости $x_2 z_2$ на угол Θ (рис. 5). В частном случае, когда уравнение (2) симметрично относительно переменных x_2, z_2 , угол Θ постоянен и равен $\pi/4$.

Тогда преобразование осей x_2, z_2 к новым главным осям x_3, z_3 примет вид:

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = \bar{x}_3 \cos \Theta - \bar{z}_3 \sin \Theta \\ \bar{z}_2 = \bar{x}_3 \sin \Theta + \bar{z}_3 \cos \Theta \end{cases} \quad (3)$$

Подставляя систему выражений (3) в уравнение (2) и полагая коэффициент при $x_3 z_3$ равным нулю, получим показатели преломления для новых осей и угол их поворота Θ :

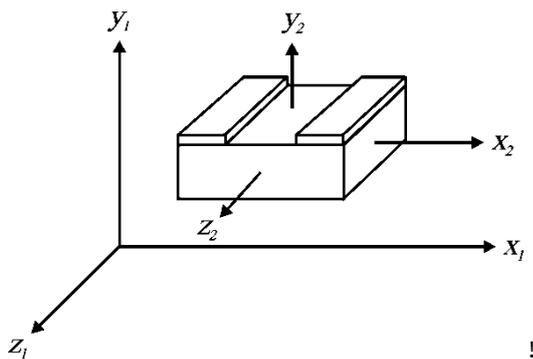


Рис. 4. Ориентация оптических осей кристалла в СКЭП

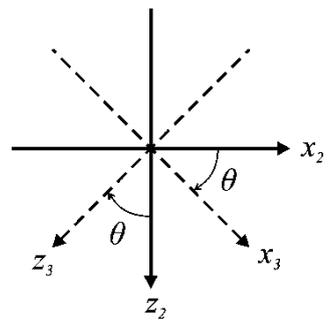


Рис. 5. Поворот главных осей эллипса показателей преломления в плоскости x_2z_2

$$n_{x3} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2(\theta)}{n_0^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2} - r_{22}E_{y2} \cos^2(\theta) + 2r_{51}E_{x2} \sin(\theta)\cos(\theta)}};$$

$$n_{z3} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sin^2(\theta)}{n_0^2} + \frac{\cos^2(\theta)}{n_e^2} + r_{22}E_{y2} \sin^2(\theta) - 2r_{51}E_{x2} \sin(\theta)\cos(\theta)}};$$

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{2r_{51}E_{x2}}{\left(\frac{1}{n_0^2} + \frac{1}{n_e^2} - r_{22}E_{y2}\right)}. \quad (4)$$

Из выражений (4) следует, что фазовая функция светового пучка, поляризованного под углом θ к осям x_2, z_2 ЭОК, в выходном межэлектродном промежутке формируется двумя составляющими электрического поля – E_{x2} и E_{y2} . В данном случае это достигается только при одном ненулевом элементе r_{22} матрицы электрооптических коэффициентов в первых трех строках и ненулевом элементе r_{51} для волн связанных поляризаций. Составляющие поля E_{x2}, E_{y2} в общем случае являются проекциями полей E_{x1}, E_{y1} СКЭП на оптические оси кристалла x_2, y_2, z_2 . Поэтому, путем выбора ориентации ЭОК возможно изменение вклада каждой составляющей электрического поля на показатели преломления материала.

Для рассмотренного случая существуют обязательные требования к ЭОК, заключающиеся в наличии определенных ненулевых электрооптических коэффициентов r_{ij} . Для ориентации осей симметрии кристалла параллельно осям СКЭП данные требования оформлены в виде табл. 2. По сравнению с табл. 1 отсутствует графа “Используемая поляризация световой волны”, поскольку электрическое поле изменяет показатель преломления для волн промежуточных поляризаций.

Вывод: для реализации рассмотренного типа фазирования оптической поверхности ЭОК должен иметь как минимум 2 ненулевых элемента матрицы электрооптических коэффициентов, обуславливающих влияние ортогональных составляющих электрического поля на показатель преломления и фазовую функцию волн промежуточных поляризаций.

Данный способ управления оптическим элементом может быть реализован для большего числа материалов по сравнению с предыдущим методом, однако также не позволяет использовать наиболее эффективные кристаллы классов 2mm, 4mm.

ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ОСЕЙ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО КРИСТАЛЛА. СЛУЧАЙ, КОГДА ОДНА ИЗ ОСЕЙ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО КРИСТАЛЛА ПАРАЛЛЕЛЬНА БАЗИСНОМУ ВЕКТОРУ СКЭП И НАПРАВЛЕНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим частный случай ориентации ЭОК, когда одна из его оптических осей (например, ось анизотропии z_2) сонаправлена с осью СКЭП (например, z_1) и направлением распространения световой волны, а две другие ориентированы под произвольным углом α к базисным векторам x_1, y_1 СКЭП (рис. 6).

Переход от системы координат x_1, y_1 СКЭП к x_2, y_2 СКК будет осуществляться с помощью матрицы А линейного преобразования [4]:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Если оси x_2, y_2 ортогональны и угол между векторами x_1, x_2 составляет α , то элементы a_{ij} матрицы в выражении (5) равны $a_{11} = \cos(\alpha)$, $a_{12} = \sin(\alpha)$, $a_{21} = -\sin(\alpha)$, $a_{22} = \cos(\alpha)$:

$$\begin{aligned} \bar{x}_2 &= \bar{x}_1 \cos(\alpha) + \bar{y}_1 \sin(\alpha) \\ \bar{y}_2 &= -\bar{x}_1 \sin(\alpha) + \bar{y}_1 \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (6)$$

Таблица 2. Требования к матрице электрооптических коэффициентов

Направление световой волны	Составляющие электрического поля в СКК	Электрооптические коэффициенты	Класс симметрии кристалла
$z_2 \parallel y_1$	Ez_2, Ex_2	r_{11}, r_{63} r_{13}, r_{61} r_{11}, r_{13}, r_{61} r_{11}, r_{13}, r_{63} r_{11}, r_{61}, r_{63} r_{13}, r_{61}, r_{63} $r_{11}, r_{13}, r_{61}, r_{63}$	1 1,3,3m 1,3 1 1 1 1
	Ez_2, Ey_2	r_{22}, r_{63} r_{23}, r_{62} r_{22}, r_{23}, r_{62} r_{22}, r_{23}, r_{63} r_{22}, r_{62}, r_{63} r_{23}, r_{62}, r_{63} $r_{22}, r_{23}, r_{62}, r_{63}$	1,2 1 1 1,3 1 1 1
$y_2 \parallel y_1$	Ey_2, Ex_2	r_{11}, r_{52} r_{12}, r_{51} r_{11}, r_{12}, r_{51} r_{11}, r_{12}, r_{52} r_{11}, r_{51}, r_{52} r_{12}, r_{51}, r_{52} $r_{11}, r_{12}, r_{51}, r_{52}$	1,3,32 1,3,3m 1,3 1,3 1,3 1,3 1,3
	Ey_2, Ez_2	r_{32}, r_{53} r_{33}, r_{52} r_{32}, r_{33}, r_{52} r_{32}, r_{33}, r_{53} r_{32}, r_{52}, r_{53} r_{33}, r_{52}, r_{53} $r_{32}, r_{33}, r_{52}, r_{53}$	1,m 1,2 1,3,4,6 1 1 1 1
$x_2 \parallel y_1$	Ex_2, Ey_2	r_{21}, r_{42} r_{22}, r_{41} r_{21}, r_{22}, r_{41} r_{21}, r_{22}, r_{42} r_{21}, r_{41}, r_{42} r_{22}, r_{41}, r_{42} $r_{21}, r_{22}, r_{41}, r_{42}$	1,m,3,3m 1,2,3 1,3 1,3 1,3 1,3 1,3
	Ex_2, Ez_2	r_{31}, r_{43} r_{33}, r_{41} r_{31}, r_{33}, r_{41} r_{31}, r_{33}, r_{43} r_{31}, r_{41}, r_{43} r_{33}, r_{41}, r_{43} $r_{31}, r_{33}, r_{41}, r_{43}$	1,m 1,2,3,4,6 1 1 1 1 1

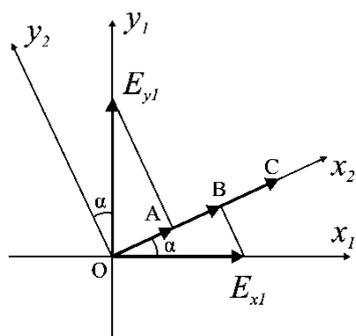


Рис. 6. Ориентация осей x_2, y_2 кристалла относительно базиса x_1, y_1 СКЭП

Переход из системы СКК в СКЭП будет осуществляться аналогичным образом с помощью обратной матрицы A^{-1} , равной:

$$A^{-1} = \frac{1}{[A]} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}$$

где $[A]$ – определитель матрицы A (в данном случае равный 1). Элементы $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ являются алгебраическими дополнениями $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ и соответственно равны $\cos(\alpha), -\sin(\alpha), \sin(\alpha), \cos(\alpha)$:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \bar{x}_2 \cos(\alpha) - \bar{y}_2 \sin(\alpha) \\ \bar{y}_1 &= \bar{x}_2 \sin(\alpha) + \bar{y}_2 \cos(\alpha) \end{aligned}$$

Таким образом, между базисами СКК и СКЭП существует однозначная связь, определяемая углом поворота α , позволяющая по заданным координатам элемента (вектора, точки, плоскости) в одной системе координат определить его положение в другой системе.

Используя рассмотренный выше математический аппарат, определим электрические поля E_{x2}, E_{y2} , наведенные составляющими E_{x1}, E_{y1} и действующие вдоль оптических осей кристалла x_2, y_2 .

В дальнейшем будем учитывать только абсолютные значения векторов поля, поскольку их направления при расчете величины электрооптического эффекта не принципиальны.

Исходя из сделанных утверждений, для величин E_{x2}, E_{y2} с учетом выражения (6) можно записать:

$$\begin{aligned} E_{x2} &= |E_{x1} \cos(\alpha) + E_{y1} \sin(\alpha)| \\ E_{y2} &= |-E_{x1} \sin(\alpha) + E_{y1} \cos(\alpha)| \end{aligned} \quad (7)$$

Необходимо отметить, что в общем случае $E_{x2} + E_{y2} \leq E_{x1} + E_{y1}$ вследствие того, что производится векторное сложение полей, при этом ни одна из составляющих поля не может быть отрицательной.

Вид эллипса показателей преломления в плоскости $x_2 y_2$ запишем, полагая координату $z_2 = 0$:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{n_{x2}^2} + r_{11} E_{x2} + r_{12} E_{y2} \right) x_2^2 + \\ &+ \left(\frac{1}{n_{y2}^2} + r_{21} E_{x2} + r_{22} E_{y2} \right) y_2^2 + \\ &+ 2x_2 y_2 (r_{61} E_{x2} + r_{62} E_{y2}) = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

где составляющие E_{x2}, E_{y2} определены в (7).

Последующий анализ электрооптического эффекта по выражениям (7), (8) включает в себя две задачи:

1) определение новых главных осей x_3, y_3 эллипса показателей преломления в системе СКК при наличии внешних электрических полей и положения новых осей в СКЭП с помощью матрицы перехода A^{-1} ;

2) определение показателя преломления n_{y4} для волны с произвольным вектором поляризации y_4 и положения (координат) этого вектора в СКЭП.

С целью упрощения анализа перепишем (8) в виде:

$$b_{11} x_2^2 + 2b_{12} x_2 y_2 + b_{22} y_2^2 = 1. \quad (9)$$

Для приведения квадратичной формы (9) к каноническому виду $Bx_3^2 + Cy_3^2$ необходимо вместо переменных x_2, y_2 подставить их значения, выраженные через новые оси x_3, y_3 :

$$\begin{aligned} x_2 &= x_3 \cos(\theta) - y_3 \sin(\theta) \\ y_2 &= x_3 \sin(\theta) + y_3 \cos(\theta) \end{aligned} \quad (10)$$

где θ – угол поворота новых осей относительно осей СКК. Тогда выражение (9) примет вид:

$$\begin{aligned} &x_3^2 [b_{11} \cos^2(\theta) + 2b_{12} \sin(\theta) \cos(\theta) + b_{22} \sin^2(\theta)] + \\ &+ y_3^2 [b_{11} \sin^2(\theta) - 2b_{12} \sin(\theta) \cos(\theta) + b_{22} \cos^2(\theta)] + \\ &+ x_3 y_3 [-2b_{11} \sin(\theta) \cos(\theta) + 2b_{12} (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)) + 2b_{22} \sin(\theta) \cos(\theta)] = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

Для приведения (11) к канонической форме приравняем множитель при $x_3 y_3$ к нулю:

$$\begin{aligned} &-2b_{11} \sin(\theta) \cos(\theta) + 2b_{12} (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)) + \\ &+ 2b_{22} \sin(\theta) \cos(\theta) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая тождества

$$2\sin(\theta) \cos(\theta) = \sin(2\theta)$$

$$\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) = \cos(2\theta),$$

разделим (12) на $\cos(2\theta)$ и выразим из него переменную θ :

$$\theta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2b_{12}}{b_{11} - b_{22}} \right). \quad (13)$$

Из (13) следует, что при одинаковых значениях b_{11}, b_{22} угол θ будет равен $\pi/4$, при $b_{12} = 0$ значение θ будет равно 0 при любых b_{11}, b_{22} , т.к. в отсутствие электрического поля деформации индикатрисы не происходит. Коэффициенты b_{11}, b_{12}, b_{22} в общем случае содержат не только показатели преломления материала, но также электрооптические константы и величины действующих электрических полей, поэтому угол поворота оптических осей для b_{11}, b_{22} будет зависеть от напряженности поля.

Поскольку при задании системы (10) полагалось, что поворот осей x_2, y_2 происходит в положительном направлении против хода часовой стрелки, то для нахождения положения осей x_3, y_3 в СКЭП (векторы $x_{3,1}, y_{3,1}$) справедливы зависимости:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{3,1} &= \bar{x}_1 \cos(\alpha + \theta) + \bar{y}_1 \sin(\alpha + \theta) \\ \bar{y}_{3,1} &= -\bar{x}_1 \sin(\alpha + \theta) + \bar{y}_1 \cos(\alpha + \theta) \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{3,1} \in x_1 \operatorname{tg}(\alpha + \theta)$$

$$\bar{y}_{3,1} = -x_1 \operatorname{ctg}(\alpha + \theta)$$

Для определения показателя преломления n_p для световой волны произвольной поляризации

p_2 воспользуемся квадратичной формой (9). Состояние поляризации зададим в виде вектора, ориентированного под углом β к оси x_2 :

$$\vec{p}_2 = p_{x_2}\vec{x}_2 + p_{y_2}\vec{y}_2 = \vec{x}_2 \cos(\beta) + \vec{y}_2 \sin(\beta). \quad (14)$$

Как следует из (14), вектор поляризации p лежит на прямой $y_2 = \operatorname{tg}(\beta)x_2$ (аналогично рис. 5).

Для нахождения показателя преломления в точке $(x_{2,p}, y_{2,p}), (-x_{2,p}, -y_{2,p})$ решим систему уравнений:

$$\begin{cases} b_{11}x_2^2 + b_{22}y_2^2 + 2x_2y_2b_{12} = 1 \\ y_2 = \operatorname{tg}(\beta)x_2 \end{cases} \quad (15)$$

Значение показателя преломления n_p определится как модуль вектора, соединяющего центр координат x_2, y_2 и найденное решение, например $(x_{2,p}, y_{2,p})$. Решая систему (15) стандартным методом подстановки и учитывая тригонометрическое тождество $1 + \operatorname{tg}^2(\beta) = 1/\cos^2(\beta)$, найдем значение n_p :

$$\begin{aligned} n_p &= \sqrt{x_{2,p}^2 + y_{2,p}^2} = \\ &= \frac{1}{\cos(\beta)\sqrt{b_{11} + 2b_{12}\operatorname{tg}(\beta) + b_{22}\operatorname{tg}^2(\beta)}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для упрощенного определения положения вектора p_2 в исходной системе координат x_p, y_p , без использования матриц линейного преобразования, можно воспользоваться зависимостью:

$$\begin{aligned} \vec{p}_1 &= p_{x_1}\vec{x}_1 + p_{y_1}\vec{y}_1 = \vec{x}_1 \cos(\alpha + \beta) + \\ &+ \vec{y}_1 \sin(\alpha + \beta) \\ \vec{p}_1 \in y_1 &= \operatorname{tg}(\alpha + \beta)x_1 \end{aligned} \quad (17)$$

где знак “+” перед α, β соответствует углам, откладываемым в положительном направлении, знак “-” - для углов α, β , откладываемых в от-

рицательных направлениях.

В случае, когда вектор поляризации задается в системе СКЭП в виде $p_1 = x_1 \cos(\gamma) + y_1 \sin(\gamma)$, а затем преобразуется в СКК с целью нахождения показателя преломления, для определения вектора p_2 в базисе x_2, y_2 предлагается воспользоваться формулой:

$$\begin{aligned} \vec{p}_2 &= p_{x_2}\vec{x}_2 + p_{y_2}\vec{y}_2 = \vec{x}_2 \cos(\gamma - \alpha) + \\ &+ \vec{y}_2 \sin(\gamma - \alpha) \\ \vec{p}_2 \in y_2 &= \operatorname{tg}(\gamma - \alpha)x_2 \end{aligned} \quad (18)$$

Вывод: задавая вектор поляризации световой волны в системе координат x_1, y_1 или x_2, y_2 с помощью зависимостей (16) – (18) можно определить показатель преломления n_p для волны любой поляризации при наличии внешних управляющих электрических полей в кристалле, произвольно ориентированных в плоскости.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы”, проект № 10в-Б001-053.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобров С.Т., И. Грейсх Г.И., Туркевич Ю.Г. Оптика дифракционных элементов и систем. Л.: Машиностроение, 1986. 223 с.
2. Соифер В.А. Методы компьютерной оптики. М.: Физматлит, 2003. 688 с.
3. Яриу А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
4. Данко П. Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: ОНИКС 21 век, 2003. 304 с.

FEATURES OF ELECTRO-OPTICAL SURFACES PHASING

© 2009 S.A. Matyunin¹, G.I. Leonovich², V.D. Pararin¹

¹ Samara State Aerospace University

² RARAS Samara Scientific and Technical Centre

Primary electro-optical effect functional for discrete optical element construction is proposed. An influence of electric field vector orientation on electro-optical material refractive index for optical waves with various polarizations is considered.

Keywords: adaptive optical element, electro-optical material, phase surface function, functional of primary electro-optical effect

Sergey Matyunin, Doctor of Technics, Professor, Head at “Electronic systems and devices” Department.

E-mail: mitrea.sgau@rambler.ru

George Leonovich, Doctor of Technical Science, professor, Chief scientific adviser. E-mail: leogi1@rambler.ru

Vyacheslav Pararin, student. E-mail: vpararin@mail.ru