УДК 621.567.1 (088.8)

О ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ МНОГОСЛОЙНЫХ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ С КОНСТРУКЦИОННЫМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ

© 2009 А.С. Гвоздев, В.С. Мелентьев, Ю.К. Пономарев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 25.11.2008

На базе теоретической модели и ее исследования доказана возможность управления упругогистерезисными характеристиками многослойных виброизоляторов и, тем самым, виброактивностью механических систем. Показано, что при квадратичном законе распределения коэффициента трения по высоте многослойного пакета и равномерном распределении сдавливания слоев по ширине и длине можно обеспечить практически безрезонансный переход механической системы в режим виброизоляции.

Ключевые слова: виброизолятор, демпфирование, квадратичный закон распределения трения, коэффициент рассеяния энергии, многослойная балка, параметрическое управление гистерезисом, сжимающая нагрузка, упругогистерезисная характеристика.

введение

Проблеме рассеяния энергии в системах конструкционного демпфирования посвящен ряд работ. Наиболее полный их анализ дан в работе [1]. Одной из наиболее значимых работ этой серии является статья Гудмана и Клампа (Goodman L. E. and Klump J. H.) [2], в которой авторы предложили один из возможных способов расчета гистерезиса, возникающего при изгибе двухслойной консольной балки, слои которой прижаты другк другу постоянным давлением, силой, приложенной на конце консоли. Для указанной конструктивной схемы теоретически получена математическая модель билинейной упругогистерезисной петли. Как указывают авторы работы [2], гистерезис является следствием мгновенного изменения момента инерции поперечного сечения балки в определенных точках процесса деформирования балки. При этом регулятором изменения момента инерции поперечного сечения является эпюра касательных напряжений по высоте балки. Несмотря на спорность заложенной в математическую модель [2] идеи формирования гистерезиса, авторами получены весьма достоверные данные по зависимости рассеянной энергии от амплитуды, по наличию экстремума в зависимости рассеянной энергии от контактного давления между слоями.

Аналогичные результаты получены в работе [3] для многослойной балки, сжатой постоянным

E-mail: xandr_mail@mail.ru.

Мелентьев Владимир Сергеевич, ассистент.

E-mail: vladamgenja@mail.ru.

давлением. Авторами работ [3] подмечено, что в двухслойной балке проскальзывание слоев происходит мгновенно при достижении определенной сосредоточенной силы, а в многослойной расслоения происходят сразу на каждой контактной поверхности, но по определенному закону постепенно распространяются от поверхности к поверхности.

В работе [4] на базе теории подобия и размерностей проведен широкий анализ возможностей по рассеиванию энергии различных систем конструкционного демпфирования – тросовых амортизаторов, амортизаторов из спрессованного проволочного материала, многослойных демпферов с различными эпюрами давления между слоями. Выяснено, что наилучшими демпфирующими свойствами обладают многослойные конструкции с мгновенным проскальзыванием при равномерном давлении между слоями. Этот вывод позволил разработать ряд высокоэффективных конструкций демпфирующих устройств для авиации и машиностроения.

Наиболее просто оказалось реализовать принцип равномерности сдавливающей нагрузки по длине многослойного элемента в тросовых амортизаторах [5]. Здесь упругий элемент состоит из одной или нескольких упругосвязывающих две обоймы с крепежными болтами прядей металлического троса, обмотанного с натягом проволокой.

Аналогичная идея, но для многослойного ленточного демпфера авиационного газотурбинного двигателя воплощена в конструкции, описанной в работе [6]. Равномерность сжатия слоев в пакете обеспечена с помощью специально спрофилированных упругих колец, которые служат одновременно и опорами демпфера. Экспериментальное [4] и теоретическое [7] исследование

Гвоздев Александр Сергеевич, ассистент.

Пономарев Юрий Константинович, доктор технических наук, профессор. E-mail: ponomarev@yandex.ru.

конструкций [5, 6] показало их высокую эффективность: максимальное значение коэффициента поглощения $\Psi_{max} = W/\Pi = -6...7,3$ (W — рассеянная циклическая энергия, а Π — потенциальная энергия упругой деформации).

К сожалению, в указанных конструкциях [5, 6] максимальное значение коэффициента поглощения Ψ_{max} реализуется на строго определенной амплитуде и не поддается управлению в процессе развития вибраций на переходных режимах. В связи с этим у авторов возникла мысль создать конструкции амортизаторов с управляемыми характеристиками. В качестве параметра управления свойствами многослойных амортизаторов с конструкционным демпфированием выбрано давление на контактных поверхностях.

ПРИМЕРЫ КОНСТРУКТИВНЫХ РАЗРАБОТОК ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

На этом принципе разработано несколько вариантов амортизаторов [8, 10, 11]. В одном из них [8] (рис. 1) пакет упругих элементов квадратного поперечного сечения 1 охватывается хомутами 2, внутри которых имеются прокладки 3 из электрострикционного материала, которые могут изменять свои поперечные размеры под действием электрического напряжения, подаваемого на электроды прокладок. При этом прокладки меняют давление между слоями амортизатора, изменяя и форму упругогистерезисной петли. Для раздельного управления уровнями колебаний демпфируемого объекта в двух взаимно перпендикулярных направлениях каждая из двух пар противолежащих электрострикцион-



Рис. 1. Конструкция виброизолятора [8] с управляемым гистерезисом



Рис. 2. Вариант управляемого виброизолятора с пространственным восприятием нагрузки [9]

ных элементов связана с независимыми источниками напряжений, которые управляются сигналами от датчиков колебаний.

На рис. 2 показан вариант виброизолятора с пространственным восприятием нагрузки. Также как и в первой конструкции, под хомутами могут быть расположены электрострикционные элементы, управляемые с помощью электрических сигналов. При этом, на каждом из взаимноперпендикулярных участков виброизолятора давление на слои может осуществляться индивидуально, в зависимости от уровня вибрации в соответствующем направлении.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОСЛОЙНОГО ВИБРОИЗОЛЯТОРА С ПОВЫШЕННЫМИ ДЕМПФИРУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

Как уже указывалось ранее, демпфирующие свойства многослойных амортизаторов [8, 9] имеют высокий уровень. Однако его можно поднять еще выше. Если на контактных поверхностях пакетов (рис. 1, 2) создать пары трения с коэффициентом трения, уменьшающимся в обе стороны от нейтральной оси и подчиняющимся зависимости

$$f = \frac{3P}{2bhnq} \left[1 - \frac{4y^2}{n^2 h^2} \right],\tag{1}$$

где P — амплитуда поперечной силы, при которой обеспечивается расслоение пакета, H, y — расстояние от нейтральной оси до соответствующей контактной поверхности, мм, q —



Прогиб (амплитуда деформация).

Рис. 3. Упругогистерезисная характеристика многослойного демпфера

интенсивность сдавливающей нагрузки, H/mm^2 , n – число слоев в пакете вдоль данной оси, тогда при достижении уровня касательных напряжений, равного уровню распределенных сил трения $q_0 = f_0$, произойдет одновременное проскальзывание всех слоев в пакете. Петля гистерезиса при изгибе такого упругогистерезисного элемента и при постоянном давлении q будет иметь вид параллелограмма (рис. 3) с двумя характерными жесткостями: начальной (нерасслоенной), определяемой выражением

$$C_0 = tg\beta = \frac{\mu E n^3 J}{l^3},\tag{2}$$

и расслоенной

$$C_p = tg\alpha = \frac{\mu EnJ}{l^3},$$
 (3)

где α — угол между горизонтальной осью х и участком нагрузочной кривой, соответствующий расслоенной балке; β — угол между горизонтальной осью х и участком нагрузочной кривой, соответствующий нерасслоенной балке; μ — коэффициент, зависящий от граничных условий перемещения подвижного конца балки; *E* — модуль упругости лент пакета, H/мм²; *J*=bh³/12 момент инерции поперечного сечения одного слоя в пакете, мм⁴; *l* — длина пролета балки, мм.

При этом коэффициент поглощения ψ определяется в виде

$$\psi = \frac{16bqhf_0(1-\frac{1}{n})}{3P},$$
 (4)

где f_0 — максимальное значение коэффициента трения в паре трения на нейтральной оси пакета. Из этой формулы видно, что величиной сдавливающих нагрузок q можно управлять уровнем коэффициента поглощения Ψ . Для обеспечения постоянства коэффициента поглощения $\Psi = \Psi_{0} = const$, не зависящего от амплитуды силы *P*, необходимо обеспечить закон сдавливающих нагрузок

$$q = \frac{3P\psi_0}{16bhf_0(1 - \frac{1}{n})}.$$
 (5)

Поскольку амплитуда силы *P*, действующей на виброизолятор, зависит от ускорений защищаемого от вибрации объекта, зависимость (5) несложно организовать с помощью простой электронной схемы с датчиком ускорений, размещенном на объекте виброзащиты.

Что касается квадратичного закона распределения коэффициента трения по толщине многослойного пакета f(x,y) с максимумом f_0 на нейтральной оси, то его можно реализовать с помощью, например, различных покрытий. Таким образом, на базе демпферов и виброизоляторов с конструкционным демпфированием можно создавать параметрически управляемые системы виброзащиты.

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим возможности созданной модели параметрически управляемого виброизолятора. Определим исходные параметры системы. Имеем многослойную стальную балку высотой H=const, состоящую из n слоев. Высота каждого слоя h, ширина b, длина l. Принимаем квадратичный закон распределения коэффициента трения по толщине многослойного пакета (балки) с максимумом f_0 на нейтральной оси (рис. 4). Пусть поверхность каждого слоя обработана таким образом, что коэффициент трения на нейтральной оси балки составляет величину, равную $f_0=0,15$.



Рис. 4. График распределения значений коэффициента трения по высоте балки

Прижатие слоев балки друг к другу обеспечивается распределенной нагрузкой q. Балка нагружена на конце сосредоточенной силой P. Приняв условно величину $\mu = 3$, обозначим жесткостные параметры гистерезиса в виде

$$C_p = \frac{3E \cdot J_p}{l^3}; \tag{6}$$

$$C_{\mu} = \frac{3E \cdot J_{\mu}}{l^3}, \qquad (7)$$

где J_p, J_n — моменты инерции поперечного сечения расслоен ной и нерасслоенной балки соответственно.

Расслоенный момент инерции равен:

$$J_{p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{b \cdot h_{i}^{3}}{12} = n \frac{b \cdot h^{3}}{12}, \qquad (8)$$

нерасслоенный -

$$J_{\mu} = \frac{b \cdot H^3}{12} = n^3 \frac{b \cdot h^3}{12} \,. \tag{9}$$

Определим силу и прогиб, при которых произойдет расслоение балки:

$$P_p = \frac{2}{3}b \cdot H \cdot f_0 \cdot q , \qquad (10)$$

$$A_p = \frac{P_p \cdot l^3}{3E \cdot J_u}.$$
 (11)

Тогда, сила при максимальной амплитуде отдельной петли

$$P_0 = \begin{cases} A \cdot C_{\mu} \cdot sign(y), \text{если } A \leq A_p \\ [(A - A_p) \cdot C_p + P_p] \cdot sign(y), \text{если } A > A_p \end{cases} (12)$$

Найдем параметры, производные от гистерезиса – среднециклическую жесткость

$$C = \frac{P_0}{A} \tag{13}$$

и рассеянную циклическую энергию, равную площади упругогистерезисной петли, рассчитанную при некоторой произвольной амплитуде A:

$$W = 4A \cdot P_0 - 4P_p \cdot A_p - 4(P_0 - P_p) \cdot (A + A_p).$$
(14)

При этом коэффициент рассеяния энергии найдется в виде:

$$\psi = \frac{2W}{A \cdot P_0}.$$
 (15)

Задавшись конкретными значениями введенных параметров и используя выражения (1)...(15), построим зависимость коэффициента рассеяния энергии от амплитуды и числа слоев балки (рис. 5):

Подставив (8) и (9) в (12), при $n \to \infty$, легко найти предел функции (15), который оказывается равным $\psi_{max} = 8$ при оптимальной амплитуде

$$A_{optim} = A_p \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{P_p}{A_p \cdot C_p}} \right). \tag{16}$$

Данная зависимость является линейно возрастающей функцией от числа слоев (рис. 6).

Исследуем зависимость коэффициента рассеяния энергии от числа слоев при оптимальной амплитуде. Для этого представим максимальное значение силы, соответствующее оптимуму в виде

$$P_{\max}^{optim} = \frac{(A_{optim} - A_p) \cdot S}{k^2} + P_p, \qquad (17)$$



Рис. 5. Зависимость коэффициента рассеяния энергии от амплитуды деформации при фиксированном числе слоев. Здесь l = 1 м, b = 0,1 м, H = const = 0,1 м, q = 10 МПа , $f_q = 0,15$



Рис. 6. График зависимости оптимальной амплитуды от числа слоев балки

(18)

а площадь гистерезисной петли на оптимуме в виде

$$W_{\max}^{optim} = 4A_{optim} \cdot P_{\max}^{optim} - 4P_p \cdot A_p - 4P_p - 4P_p \cdot A_p - 4P_p - 4P_p \cdot A_p - 4P_p \cdot A_p - 4P_p - 4P$$

Тогда коэффициент рассеяния энергии на оптимуме будет представлен выражением

$$\psi_{\max}^{optim} = \frac{2W_{\max}^{optim}}{A_{optim} \cdot P_{\max}^{optim}},$$
(19)

показанным на рис. 7.

Из рис. 7 видно, что при n > 50, коэффициент рассеяния энергии практически постоянен в рабочей области и дальнейшее наращивание числа слоев дает незначительный прирост Ψ . Анализируя графики, приведённые на рис. 5, 6, 7, можно увидеть, что заложенный в математическую модель принцип позволяет создать достаточно простую конструкцию, обеспечивающую практически постоянный коэффициент демпфирования на большом диапазоне частот и амплитуд работы виброизолятора, и близкий к нулю при малых амплитудах, т.е. в зарезонансной области.

Далее определим зависимость величины рассеянной энергии от сжимающей нагрузки *q* при постоянной амплитуде A_{max} и числе слоев *n*. Для этого подставим в соответствующее выражение значение силы расслоения P_p , предварительно обозначив набор констант как *Z*

$$Z = \frac{2}{3}b \cdot H \cdot f_0.$$
 (20)

Сила при данном значении прижимающей нагрузки

$$P_{0} = \begin{cases} A \cdot C_{\mu}, \text{если } A \leq A_{p} \\ \left(A - \frac{Z \cdot q}{C_{\mu}}\right) \cdot C_{p} + Z \cdot q, \text{если } A > A_{p} \cdot (21) \end{cases}$$

Зависимость площади гистерезисной петли от величины прижимающей нагрузки (рис. 8)

$$W_q = 4A \cdot P_q - 4\frac{Z^2 \cdot q^2}{C_{\mu}} - 4(P_q - Z \cdot q) \cdot \left(A + \frac{Z \cdot q}{C_{\mu}}\right). (22)$$

Исходя из формы графика, представленного на рис. 8, можно заключить, что оптимальное значение прижимающей нагрузки равно половине его максимального значения. Определим максимальное значение прижимающей нагрузки,



Рис. 7. График зависимости максимального коэффициента рассеяния энергии от числа слоев при оптимальном значении амплитуды деформации



Рис. 8. График зависимости площади гистерезисной петли от величины прижимающей нагрузки (число слоев балки *n*=5)

для чего приравняем левую часть уравнения (22) к нулю и разрешим полученное квадратное уравнение относительно q. При этом избавимся от ветвления в значении силы P, приняв, что когда W=0, сила вычисляется по нерасслоенной жесткости, т.к. расслоения не происходит.

Тогда максимальное значение прижимающей нагрузки, при которой расслоения на данной амплитуде *A* уже не происходит:

$$q_{\max} = \frac{3}{8} \frac{A \cdot E \cdot H^2}{f_0 \cdot l^3}.$$
 (23)

А оптимальная нагрузка равна половине максимальной: Если продифференцировать функцию $\Psi = f(q)$ по *q* и приравнять производную к нулю для нахождения прижимающей нагрузки в точке экстремума, где Ψ максимален, получим квадратное уравнение, решая которое, найдем

$$q_{\scriptscriptstyle j \kappa c m p e M}^{\psi} = \frac{A \cdot C_{\scriptscriptstyle H}}{Z \cdot (3 - n^2)} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - (3 - n^2) \cdot \left[\frac{1}{n^2} \cdot \left(\frac{Z}{C_{\scriptscriptstyle H}} - 1 \right) + 1 \right]} \right].$$
(25)

Отсюда следует, что при *n=const*, оптимальная прижимающая нагрузка зависит только от амплитуды и является линейно возрастающей функцией.

Определим зависимость коэффициента рассеяния энергии от амплитуды и числа слоев (рис. 9)



Рис. 9. График зависимости коэффициента рассеяния энергии от числа слоев и амплитуды деформации

где

$$P_0(A,n) = \begin{cases} A \cdot C_n, \text{ если } A \le A_p \\ \frac{(A-A_p) \cdot C_n}{n^2} + P_p, \text{ если } A > A_p \cdot (27) \end{cases}$$

При расчете системы в динамике необходимо построить амплитудно-частотную характеристику (АЧХ). Для удобства построим АЧХ в безразмерном виде. Необходимо определить коэффициент динамичности η в зависимости от относительной частоты системы. Однако для данной системы коэффициент демпфирования γ , который определяет коэффициент динамичности, зависит от амплитуды. С целью устранения этой зависимости в системе, вычислим средний коэффициент демпфирования γ_{cp} от числа слоев. Данный коэффициент не зависит от амплитуды, поэтому будем оперировать им при дальнейших расчетах динамики системы. Получим средний коэффициент рассеяния энергии

$$\psi_{cp} = \frac{S_{\psi}}{A}, \qquad (28)$$

где S_{ψ} – площадь под графиком коэффициента рассеяния энергии от амплитуды деформации, откуда средний коэффициент демпфирования

$$\gamma_{cp} = \frac{\psi_{cp}}{2\pi}.$$
 (29)

Функциональная зависимость коэффициента динамичности от безразмерной частоты (рис. 10), как известно, определяется выражением [12]

$$\eta(\nu,\gamma) = \sqrt{\frac{1+\gamma^2}{(1-\nu^2)^2+\gamma^2}},$$
 (30)

где безразмерная частота

$$\nu = \frac{\omega}{\omega_0},\tag{31}$$



Рис. 10. График зависимости коэффициента динамичности от безразмерной частоты

а собственная круговая частота системы

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_p}{m}}, \qquad (32)$$

где *m* – масса колеблющегося груза.

Анализ графика указывает на преимущество применения в данном случае многослойных демпферов по сравнению с материалом МР или гофрированных пакетов. Так, для 100-слойной балки коэффициент динамичности равен 1,127, что соответствует приросту амплитуды на резонансе всего 30%, в то время как материал МР выдает двукратное увеличение амплитуды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было установлено, что многослойный виброизолятор с одновременным проскальзыванием всех пластин в пакете, т. е. с реализованным в нем квадратичным законом распределения коэффициента трения по высоте многослойного пакета и равномерным распределении сдавливания слоев по ширине и длине, демонстрирует коэффициент поглощения выше, чем виброизолятор с постоянным коэффициентом трения между слоями. Кроме того, при росте количества слоев возрастает стабильность коэффициента поглощения по амплитуде деформации. В результате, уже при нескольких десятках слоев, она консолидируется вблизи теоретического предела $\psi_{\rm max}=8$. Причем, в пределах рабочей области ψ растет с амплитудой, обеспечивая на маленьких амплитудах минимальное, либо нулевое значение γ , что хорошо отражается на эффективности виброизоляции в области зарезонансных частот. В случае решения задачи достижения постоянства *Ψ* по амплитуде деформации в рабочей области частот системы, её можно реализовать относительно простым линейным законом зависимости интенсивности сдавливающей нагрузки *q* от амплитуды деформации. Это, в свою очередь, позволит обеспечить практически безрезонансный переход механической системы в режим виброизоляции.

СПИСОКЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Физматгиз, 1960. 196 с.
- Goodman L.E., Klump J.H. Analysis of slip damping // Journ. of Appl. Mech. 1956. V. 3.
- Калинин Н.Г. и др. Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях. Рига: Изд. АН Латв. ССР, 1960. 220 с.
- Эскин И.Д., Пономарев Ю.К. Классификация систем конструкционного демпфирования и определение свойств, присущих отдельным классам этих систем // Вопросы виброизоляции оборудования и приборов: Тр. Ульян. политехн ин-та. Ульяновск, 1974. С. 24–28.
- Авт. св. СССР № 380883. Тросовый амортизатор / И.Д. Эскин, Ю. К. Пономарев и В.А. Безводин. Заявлено 11.01.71. Опубл. 15.05.73. Бюл. № 21, 1973.
- Авт. св. СССР № 383923. Пластинчатый демпфер / И. Д. Эскин, Ю.К. Пономарев и Ю.И. Ефремов. Заявлено 06.07.71. Опубл. 23.05.73. Бюл. № 24, 1973.
- Пономарев Ю.К., Эскин И.Д. Поперечный изгиб многослойного кольцевого демпфера, сжатого равномерно распределенной сдавливающей нагрузкой // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов: Тр. Куйбыш. авиац. инта. Куйбышев, 1975. С. 18–27.
- Амортизатор / Ю.К. Пономарев. Пат. № 1721354 РФ. Заявл. 09.03.89. Опубл. 23.03.92. Бюл. № 11, 1992.
- 9. Патент РФ на ПМ № 67207 U1, МПК F16F 7/14/ Виброизолятор. Михалкин И.К., Пономарев Ю.К., Котов А.С. и др. Заявл. 04.06.07, опубл. 10.10.07, БИ № 28.
- Амортизатор/Пат. 1746092 / Ю.К.Пономарев, Д.Е.-Чегодаев. Заявл.03.07.89. Опубл. 07.07.92. Бюл. № 25, 1992.
- Авт. св. СССР. Упругодемпфирующий элемент / Ю. К. Пономарев. № 1649164. Заявлено 12.02.90. Опубл. 20.05.91. Бюл. № 18, 1991.
- Ильинский В.С. Защита РЭА и прецизионного оборудования от динамических воздействий. М.: Радио и связь, 1982. С. 260.

ABOUT OPPORTUNITY OF MANAGEMENT PERFORMANCES LAMINATED VIBROINSULATORS WITH DESIGN DAMPING

© 2009 A.S. Gvozdev, V.S. Melentiev, Yu.K. Ponomarev

Samara State Aerospace University

On the basis of the theoretical model and its studying the opportunity of management elastic-gysteresys performances laminated vibroinsulators and, thus, vibratory activity of the mechanical systems is proved. It is shown that at square-law of the distribution the factor of friction on height of the laminated package and even distribution of compressing layers on width and length it is possible to provide practically without resonance mode of the mechanical system in mode vibroinsulating.

Key words: vibroinsulator, damping, square-law of the distribution the factor of friction, scattering coefficient of energy, multi-layered beam, parametric control hysteresis, compressive load, elastic-gysteresys performances.

Aleksandr Gvozdev, Assistant Lecturer. E-mail: xandr_mail@mail.ru. Vladimir Melentiev, Assistant Lecturer. E-mail: vladamgenja@mail.ru. Yuri Ponomarev, Doctor of Technics, Professor. E-mail: ponomarev@yandex.ru.