

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ, ПРЕДНАЗНАЧЕННОЙ ДЛЯ СПУСКА МАЛЫХ КАПСУЛ С ОРБИТЫ

© 2009 С.А. Ишков, И.В. Шейников

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 02.09.2009

В статье рассматривается орбитальная тросовая система (ОТС), состоящая из малой спускаемой капсулы (СК), связанной невесомым тросом космическим аппаратом (КА). Для данной системы предлагается оптимальная по критерию максимума Понтрягина программа управления развертыванием троса. Приводятся результаты параметрических исследований влияния характеристик ОТС на угол входа в атмосферу для случаев движения КА по круговой и эллиптическим орбитам. На основе численных результатов исследований строятся аналитические выражения, связывающие величину угла входа в атмосферу, параметры номинального управления развертыванием и характеристики ОТС.

Ключевые слова: орбитальные тросовые системы, управление движением, краевая задача, численные методы

Спуск малой спускаемой капсулы (СК) на трое с космического аппарата (КА), находящегося на околоземной орбите, позволяет доставлять на Землю грузы с высокой экономической эффективностью. Для этого не требуется установки на капсуле тормозных двигателей. Использование троса позволяет осуществить спуск груза в заданную точку планеты, управляя натяжением троса [1]. Для широкого применения орбитальной тросовой системы (ОТС) в космических транспортных операциях необходима разработка эффективных программ и законов управления при развертывании, пригодных для применения на различных орбитах в условиях действия возмущений.

Задача управления традиционно разделяется на задачу выбора параметров номинального управления и задачу формирования контура обратной связи для компенсации действующих возмущений. Исследования особенностей механики развертывания ОТС и влияния параметров троса и базового аппарата на точность входа в атмосферу проводились во многих работах [2, 3, 4].

В данной работе рассматривается задача определения параметров номинального управления процессом развертывания и характеристик ОТС при спуске капсулы с заданным углом входа в атмосферу Земли с искусственных низкоорбитальных космических аппаратов.

1. МОДЕЛЬ ОТС

Под ОТС будем понимать связку базового космического аппарата (КА), находящегося на

околоземной орбите, и соединенного с ним при помощи троса субспутника.

Рассматривается схема спуска, состоящая из следующих этапов:

1. С использованием пружинного толкателя спускаемая капсула (СК) отбрасывается вниз в направлении местной вертикали. Выход субспутника на направление местной вертикали и его стабилизация (участок $O - A$).

2. Управляемое движение капсулы с тросом до достижения максимального отклонения троса от местной вертикали. (участок $A - B$). Капсула отклоняется под воздействием кориолисовой силы в сторону направления движения спутника.

3. Фиксация троса в механизме управления. Под воздействием гравитационного ускорения СК совершит возвратное движение в направлении вертикали спутника. (участок $B - C$).

4. Отрезание троса в момент достижения капсулы местной вертикали.

В окрестности местной вертикали будет достигаться наибольшая разница в полной энергии у базового аппарата и спускаемой капсулы (рис. 1). После отрезания троса СК получит отрицательное приращение орбитальной скорости, эквивалентное тормозному импульсу и перейдет на эллиптическую траекторию спуска.

Подобная схема спуска, получившая название динамического развертывания [5], позволяет обеспечить необходимое перераспределение энергии между базовым аппаратом и спускаемой капсулой и осуществить вход капсулы в плотные слои атмосферы с заданным углом входа.

1.1. Уравнения динамики ОТС

Относительное движение центров масс КА и субспутника может быть описано в сферической системе координат (рис. 2).

Ишков Сергей Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры динамики полета и систем управления. E-mail: ishkov@ssau.ru.

Шейников Игорь Владимирович, аспирант. E-mail: kb01@ya.ru.

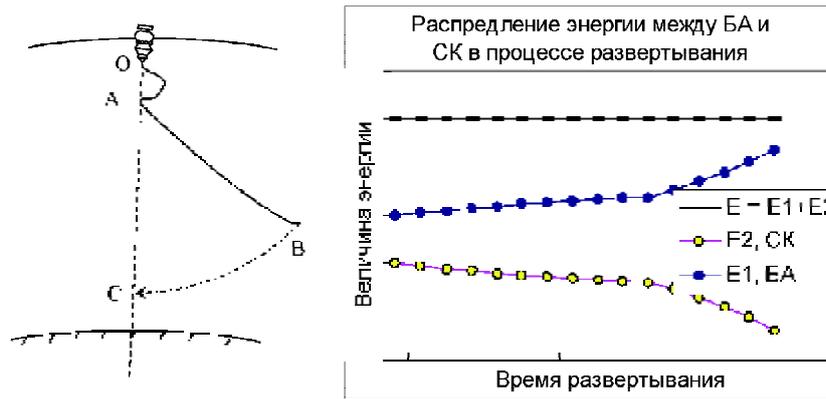


Рис. 1. Траектория движения субспутника в процессе развертывания

На рис. 2 B – центр масс КА, A – точка крепления троса к КА, ось Bx направлена по геоцентрическому радиусу-вектору точки B , ось By – по трансверсали, а ось Bz – по бинормали к орбите основного спутника. θ – угол разворота в плоскости орбиты основного спутника Bxy ; φ – угол отклонения от этой плоскости.

Для исследований используется модель динамики тросовой системы с невозмущенным центром масс системы и невесомым, тонким, всегда натянутым тросом. Отклонением ОТС от плоскости орбиты будем пренебрегать (т.е. $\varphi = 0$) [6].

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= V_{\theta}, \\ \dot{V}_{\theta} &= -\frac{2(V_{\theta} + \omega)V_r}{r} - \frac{3\omega^2 \sin \theta \cos \theta}{k} - \dot{\omega}, \\ \dot{r} &= V_r, \\ \dot{V}_r &= r \left[(V_{\theta} + \omega)^2 + \frac{\omega^2(3 \cos^2 \theta - 1)}{k} \right] - \frac{T}{m_A}, \\ \dot{\tilde{r}} &= \tilde{V}_{\tilde{r}}, \\ \dot{\tilde{V}}_{\tilde{r}} &= \tilde{r} \left[(V_{\theta} + \omega)^2 + \omega^2(3 \cos^2 \theta - 1) \right] - \\ &\quad - \sigma^2(\tilde{r} - r) + 2\sigma\zeta \tilde{V}_{\tilde{r}}, \\ \dot{\omega} &= -2\omega^2 \frac{e \sin \nu}{1 + e \cos \nu}, \\ \dot{\nu} &= \mu^{1/2} p^{-3/2} k^2. \end{aligned} \quad (1)$$

где $\sigma = \begin{cases} \sqrt{\frac{ES}{rM_2}} & \text{при } \tilde{r} > r; \\ 0 & \text{при } \tilde{r} \leq r \end{cases}$;

$M_2 = \frac{M_s + m_A}{M_s m_A}$ – приведенная масса;

$k = 1 + e \cos \nu$; e , p и ν – эксцентриситет, фокальный параметр орбиты и истинная аномалия КА B ; T – сила натяжения троса; r – длина выпущенного троса; m_A – масса субспутника; \tilde{r} – длина растянутого троса; введены обозначения $\dot{\theta} = V_{\theta}$, $\dot{V}_{\theta} = \ddot{\theta}$, $\dot{r} = V_r$, $\dot{V}_r = \ddot{r}$; дифференцирование по времени обозначено точкой;

Уравнения 5 и 6 в (1) позволяют учесть растяжимость троса, так как длина нерастянутого троса становится известной. Вследствие малости отклонения параметров системы с нерастянутым тросом от параметров системы с растянутым тросом будем в уравнении 4 использовать значения угла и угловой скорости, соответствующие нерастянутому состоянию троса.

В качестве управляющей функции будем рассматривать величину натяжения троса (динамическая размотка).

1.2. Оптимальная программа управления

Сформулируем задачу для участка динамического развертывания следующим образом: найти такой закон управления натяжением тро-

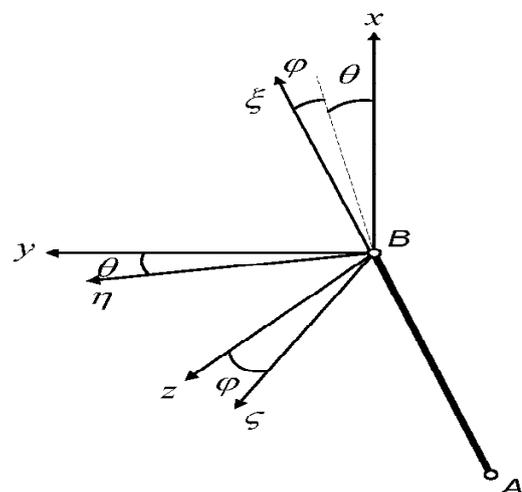


Рис. 2. Сферическая система координат для описания относительного движения

са, при котором угол отклонения субспутника от местной вертикали будет максимальным (точка B , рис. 1). При этом натяжение должно быть ограничено снизу известной величиной естественного натяжения механизма T_1 а сверху максимально возможным для данного троса натяжением T_{max} , $T_1 < T < T_{max}$. Для решения поставленной задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. Будем использовать уравнения (1). Функционал запишется в виде:

$$|\theta_k| \rightarrow \max. \quad (2)$$

Для системы координат показанной на рис. 2 функционал может быть записан в форме интеграла (т.н. задача Лагранжа)

$$-\int_0^{t_k} \dot{\theta} dt \rightarrow \min. \quad (3)$$

Гамильтониан системы имеет вид:

$$H = \psi_{V_\theta} \dot{V}_\theta + \psi_\theta \dot{\theta} + \psi_{V_r} \dot{V}_r + \psi_r \dot{r} \rightarrow \max \quad (4)$$

или

$$H = H_0 - \Psi_{V_r} T m_A^{-1} \rightarrow \max, \quad (5)$$

где ψ_{V_θ} , ψ_θ , ψ_{V_r} , ψ_r - сопряженные множители соответствующих координат; в качестве H_0 обозначены члены, не зависящие от управления T .

Как показали численные расчеты, приведенные в [6], сопряженный множитель Ψ_{V_r} имеет два участка знакопостоянства на рассмотренном диапазоне.

Из условия максимума H получим оптимальное управление в виде релейной функции:

$$T = T_1 \left(\frac{1 + \text{sign}(r_n - r)}{2} \right) + T_2 \left(\frac{1 + \text{sign}(r - r_n)}{2} \right), \quad (6)$$

где $r \geq r_{K_1}^{min}$ - длина троса;

r_n - длина троса, при котором осуществляется переключение с T_1 на T_2 ;

T_2 - натяжение после переключения.

Предложенная программа достаточно проста в реализации и легко может быть параметризована.

1.3. Расчет угла входа в атмосферу

При входе в атмосферу капсула подвергается высоким тепловым нагрузкам. Также необходимо обеспечить достаточную точность приземления. Из литературы [7] известен приемлемый диапазон углов входа в атмосферу для малых капсул, который составляет минус 1,3 - минус 1,8 градуса.

В постановке задачи, для обеспечения условий точного приземления капсулы, требовалось обеспечить угол входа в атмосферу минус 1,5 градуса.

На рис. 3 показано направление вектора скорости $\Delta \bar{V}$, возникающей за счет маятникового движения на тросе вокруг центра масс системы.

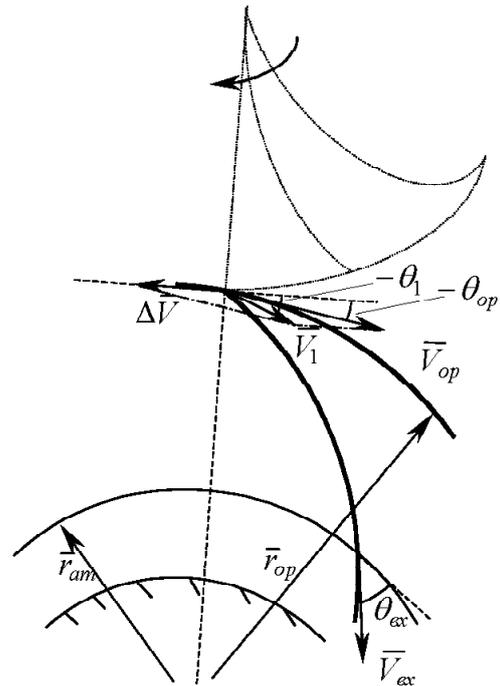


Рис. 3. К определению параметров входа в атмосферу

Результирующую скорость движения субспутника после отрезания троса будем определять из соотношения:

$$V_1 = \sqrt{V_{op}^2 + \Delta V^2 - 2V_{op} \Delta V \cos(-\theta_{op})}.$$

Используя некоторые приближения и интегралы энергии и площадей [7], запишем соотношения для расчета скорости V_{ex} и угла входа θ_{ex} :

$$V_{ex} = \sqrt{V_1^2 + 2\mu \left(\frac{1}{R_{ex}} - \frac{1}{R_{op}} \right)} \quad (7)$$

и

$$\theta_{ex} = \arccos \frac{V_1 R_{op} \cos \theta_1}{V_{ex} R_{ex}}. \quad (8)$$

Где θ_1 вычисляется по приближенной формуле (9)

$$\theta_1 = \theta_{op} - \frac{\Delta V}{V_{op}} \sin(-\theta_{op}). \quad (9)$$

1.4. Параметрические исследования для круговой орбиты

Ставится задача определения параметров управления для данной программы и параметров тросовой системы, обеспечивающих заданные условия входа спускаемой капсулы в атмосферу.

Для закона (6) будем искать численное решение краевой параметрической задачи (1) для следующих граничных условий (индексами H и K отмечены начальные и конечные условия интегрирования):

$$t = 0, \theta_H = 0, r = r_{0_2}, V_{r_H} = 0, V_{\theta_H} = 0,$$

$$t = t_K, r = r_{K_2}, V_{r_K} = 0, V_{\theta_K} = 0$$

при нефиксированном значении угла θ_K .

В качестве подбираемых параметров будем использовать натяжение после переключения и длину “переключения”. Невязки будем подсчитывать для значений скоростей V_{r_K} и V_{θ_K} .

Проведем численное моделирование для движения спутника по круговой орбите для высот орбит от 250 до 550 километров и длин троса 25000 – 37000 метров. На рис. 4 мы можем наблюдать нелинейную зависимость величины угла входа в атмосферу от длины троса. Следует отметить, что величина натяжения Т на всем исследуемом диапазоне длин троса и высот орбит находится в диапазоне 0,9-2,5 Н (рис. 5).

1.5. Построение аналитических выражений

Ставится задача обработки численных результатов решения с целью получения аналитических выражений, связывающих характеристики ОТС, параметры номинального управления ОТС и угол входа в атмосферу.

Для этого применим к результатам параметрических исследований ряд математических методов [8]. Это позволит нам сформулировать аналитические выражения, описывающие сложные закономерности разворачивания ОТС в относительно простой форме.

Накопленный массив численных результатов, позволил нам с достаточной степенью достоверности определить выражение для вычисления максимального угла отклонения ОТС от линии местной вертикали θ_{max} без решения краевой задачи (7).

$$\theta_{max} = -0,0005887 \cdot L - 39,072 \quad (7)$$

Максимальное отклонение результата, полученного аналитически, от результатов решения краевой задачи для исследуемых орбит и длин троса составляет 0,5%

Несмотря на кажущуюся простоту, уравнение (7) точно описывает поведение угла максимального отклонения. На рис. 6 отражены зависимости максимального угла отклонения ОТС от линии местной вертикали от длины троса для различных высот орбит.

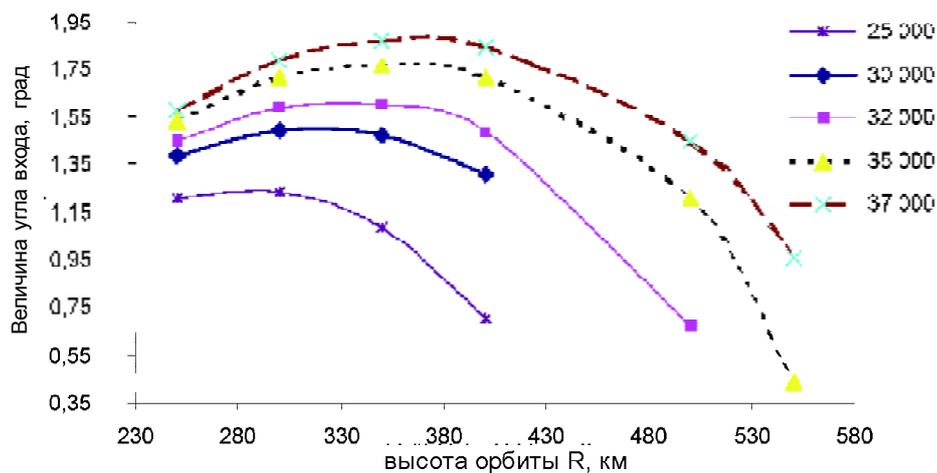


Рис. 4. Зависимость угла входа от длин троса для различных высот орбит

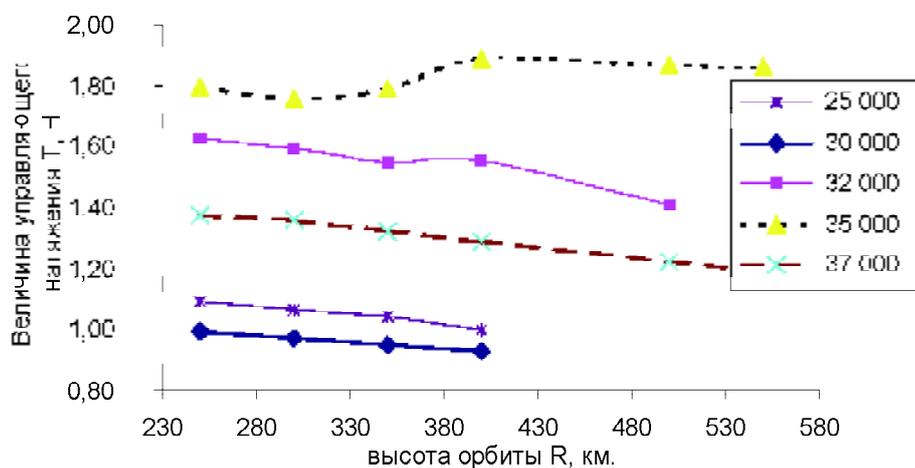


Рис. 5. Зависимость максимального натяжения троса от его длин для различных высот орбит

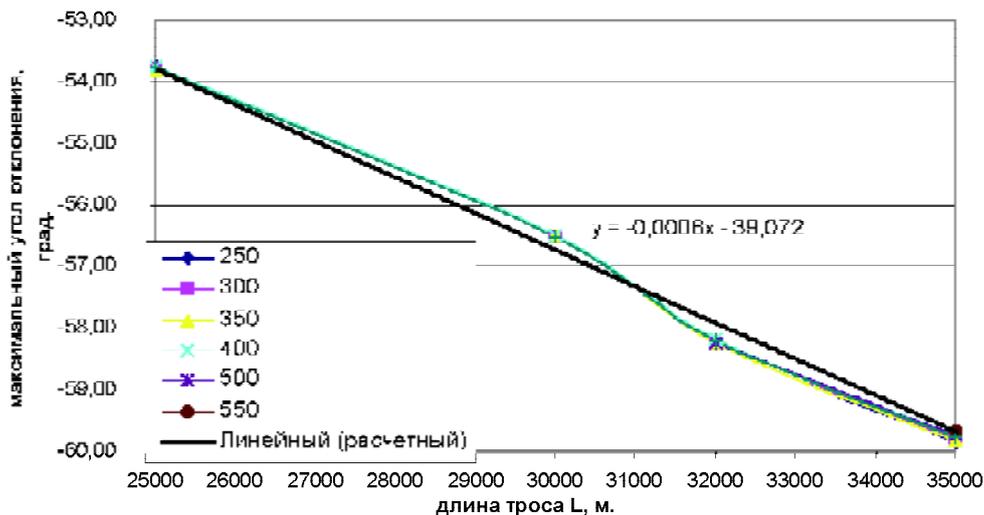


Рис. 6. Зависимость максимального угла отклонения ОТС

от линии местной вертикали θ_{\max} от длины троса для различных высот орбит

Скорость маятниковое движение спускаемой капсулы в момент отрезания троса ΔV выражается из интеграла энергии для моментов максимального отклонения троса и момента отрезания троса (8).

$$\Delta V = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot \left(\frac{1}{R_{op} - L} - \frac{1}{\sqrt{R_{op}^2 + L^2 - 2 \cdot R_{op} \cdot L \cdot \cos(\theta_{\max})}} \right) + \omega^2 \cdot \left[(R_{op} - L)^2 - (R_{op}^2 + L^2 - 2 \cdot R_{op} \cdot L \cdot \cos(\theta_{\max})) \right]} \quad (8)$$

Из (7) и (8) очевидно следует

$$\Delta V = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot \left(\frac{1}{R_{op} - L} - \frac{1}{\sqrt{R_{op}^2 + L^2 - 2 \cdot R_{op} \cdot L \cdot \cos(-0,0005887 \cdot L - 39,072)}} \right) + \omega^2 \cdot \left[(R_{op} - L)^2 - (R_{op}^2 + L^2 - 2 \cdot R_{op} \cdot L \cdot \cos(-0,0005887 \cdot L - 39,072)) \right]} \quad (9)$$

Выражение для угла входа (10) получим из (3), (4), (5) и (6)

$$\theta_{\text{вх}} = \arccos \frac{\sqrt{V_{op}^2 + \Delta V^2 - 2V_{op}\Delta V \cos(-\theta_{op})} \cdot R_{op} \cdot \cos \left[\theta_{op} - \frac{\Delta V}{V_{op}} \sin(-\theta_{op}) \right]}{\sqrt{[V_{op}^2 + \Delta V^2 - 2V_{op}\Delta V \cos(-\theta_{op})] + 2\mu \left(\frac{1}{R_{\text{вх}}} - \frac{1}{R_{op}} \right) \cdot R_{\text{вх}}}} \quad (10)$$

где V_{op} это орбитальная скорость движения субспутника в момент отрезания троса и вычисляется по формуле (11):

$$V_{op} = \sqrt{\frac{\mu}{R_{op}}} \cdot \frac{R_{op} - L}{R_{op}} \quad (11)$$

Подставим ΔV из (9) и V_{op} из (11) в (10) и получим аналитическое решение, связывающее угол входа $\theta_{\text{вх}}$ с высотой орбиты базового аппарата R_{op} и полной длиной троса L .

При численном решении краевых задач для различных параметров ОТС была обнаружена некоторая закономерность, связывающая вели-

чину длины участка троса до включения натяжения, полную длину троса, высоту орбиты и величину управляющего натяжения.

Введем коэффициент k , связывающий длину троса для второго участка и длину троса, на которой происходит переключение,

$$k = \frac{r_n - L_{\text{нач}}}{L - L_{\text{нач}}}, \text{ где } L_{\text{нач}} - \text{длина троса для первого}$$

участка развертывания. Для успешного численного решения краевой задачи этот коэффициент должен находиться в диапазоне $[0,77; 0,94] - 0,85 \pm 9\%$. (экспериментальные данные)

Воспользуемся результатами численного моделирования и покажем, что величина управляющего натяжения для различных длин троса на одной высоте орбиты R_{op} мало зависит от длин троса L , но существенно зависит от коэффициента k (рис. 7).

Методом неопределенных коэффициентов получим выражение (12), эффективно описывающее зависимость величины натяжения T от коэффициента k при фиксированной высоте орбиты $R_{op} = 400$ км.

$$T = 72,451 \cdot k^2 - 113,23 \cdot k + 45,217 \quad (12)$$

Рассмотрим зависимость величины управляющего натяжения T от высоты орбиты R_{op} при фиксированном k . В интересующем нас диапазоне высот орбит (250-550 км) она носит линейный характер.

В результате, методом неопределенных коэффициентов, была получена простая аналитическая форма для зависимости величины управляющего натяжения T от коэффициента k и высоты орбиты R_{op}

$$T = 72,451 \cdot k^2 - 113,23 \cdot k - 0,000623 \cdot R_{op} + 45,45 \quad (13)$$

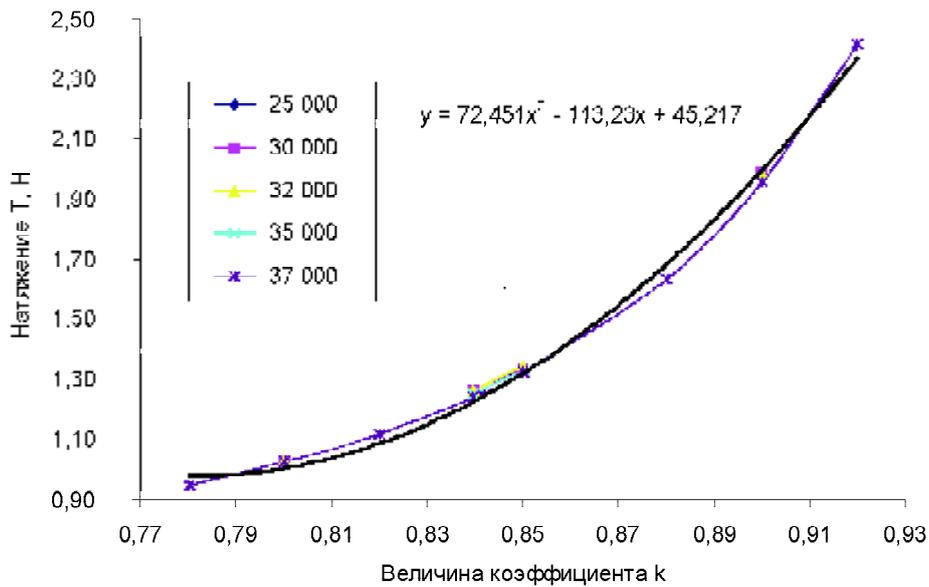


Рис. 7. Зависимость управляющего натяжения троса от коэффициента k для различных длин троса; высота орбиты – 400 км

Максимальные отклонения от результатов, полученных экспериментально, составили 0.06/+0,04 Н, что соответствует отклонениям +3,5/-6%, и является хорошим результатом для аналитического моделирования решения краевой задачи [8].

Следует отметить, что при изменении коэффициента k в диапазоне [0,77:0,94], а значит и величины натяжения T , справедливыми остаются формулы (10) и (9).

2. ЭЛЛИПТИЧЕСКАЯ ОРБИТА

Проводился расчет параметров спуска для случая эллиптической орбиты движения базового ап-

парата. Для различных орбит, длин троса и углов истинной аномалии решалась краевая параметрическая задача для модели 1. На рис. 8 отражены графики зависимости величины входа θ_{ex} от высоты большей полуоси для эллиптических орбит с различными величинами эксцентриситета. Пунктиром обозначены значения углов входа для круговых орбит с радиусом равным величине меньшей полуоси.

Моделирование показало существование зависимости величины угла входа θ_{ex} от истинной аномалии КА ν . Длина троса существенно влияет на эту зависимость (рис 9).

Зависимость θ_{ex} от истинной аномалии КА ν в момент начала разворачивания для эллипти-

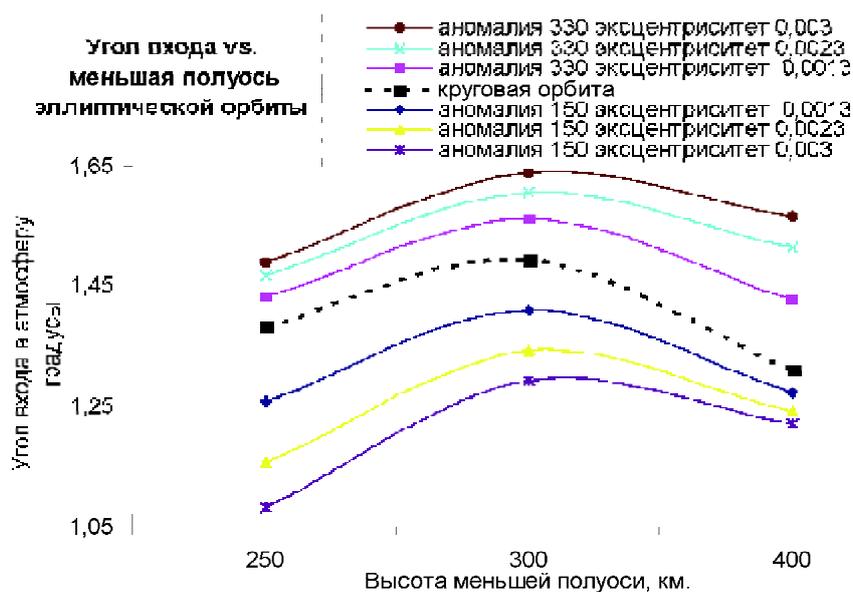


Рис. 8. Зависимость величины угла входа θ_{ex} от высоты большей полуоси со значениями эксцентриситета 0.13, 0.23 и 0.3 для троса 30 километров и значений угла истинной аномалии 150 и 330 градусов

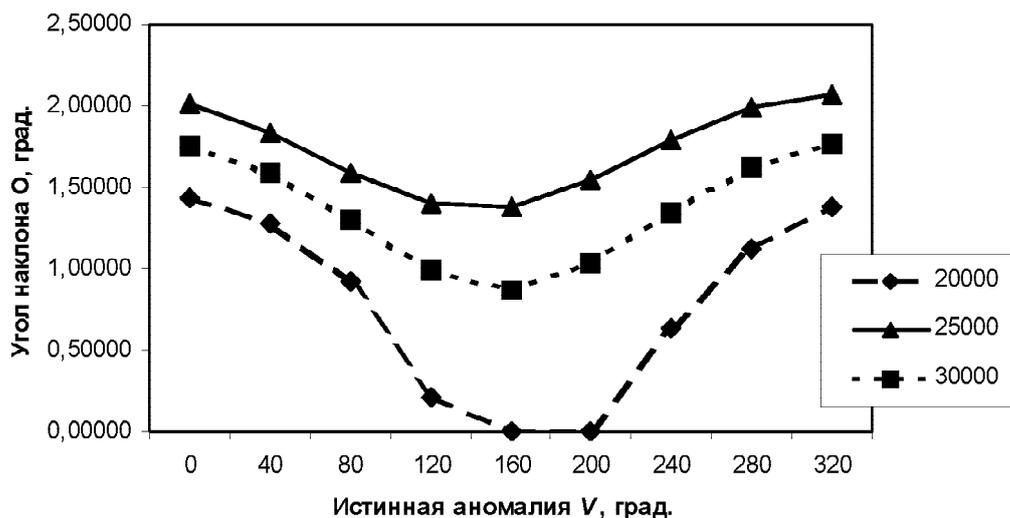


Рис. 9. Угол входа vs. истинная аномалия КА ν в момент начала разворачивания

Таблица 1. Параметры ОТС

Параметры ОТС		Результат численного решения краевой параметрической задачи		Параметры входа в атмосферу	
длина троса r м.	высота орбиты R_{op} км.	Длина переключения r_n , м.	Величина управляющего натяжения после переключения T_2 , Н	Угол входа θ_{ex} , градусы	Скорость входа в атмосферу V_{ex} , км/с.
32000	250	25 500	1,60050000	-1,51100	7,7793
29000	300	22 993	0,94242000	-1,51800	7,8221
29500	350	22 416	0,92293000	-1,51630	7,8502
31200	400	26 034	1,50370000	-1,50070	7,8731
36900	500	34 750	1,22620000	-1,50360	7,9096

ческой орбиты с апогеем 400 км и перигеем 382 км и различными длинами тросов. Низкие углы входа для истинной аномалии порядка 180 градусов объясняются особенностями движения по эллиптической орбите и близости времени разматывания троса и времени прохождения КА половины орбиты.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенных исследований были получены аналитические выражения, позволяющие определять параметры номинального управления процессом разворачивания и характеристики ОТС, обеспечивающие спуск капсулы с заданным углом входа в атмосферу Земли с базового аппарата, движущегося по круговой орбите заданной высоты.

В качестве примеров, в таблице 1 представ-

лены параметры ОТС для обеспечения углов входа в атмосферу минус 1,5 – минус 1,51 град. для спутников, движущихся по различным круговым орбитам.

Управляющее натяжение для исследованного диапазона орбит и длин троса находится в диапазоне 0,9 – 1,9.

Также был промоделирован спуск СК с аппарата, движущегося по эллиптической орбите. Влияние истинной аномалии и эксцентриситета орбиты КА на величину угла разворачивания требует более подробного исследования.

НИР выполнялись в рамках реализации ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009 – 2013 годы (по направлению “Космические системы” в рамках мероприятия 1.3.2. Программы)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белецкий В.В., Левин Е.М.* Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.
2. *Rupp C. C.* A Tether Tension Control Law for Tethered Satellite Deployed along Local Vertical. Marshall Space Flight Center. NASA TM X-64963, 1975
3. *Zimmermann F., Ulrich M.S., Messerschmid E.* Optimization of the tether-assisted return mission of a guided re-entry capsule // *Aerospace Science and Technology*. №9, 2005. P. 713-721.
4. *Reb S.* Tethered satellite systems. Part 1. Orbital and relative motion. Munchen: Technische Universitat Munchen. 1991.
5. *Асланов В.С., Ледков А.С., Стратилатов Н.Р.* Пространственное движение космической тросовой системы, предназначенной для доставки груза на Землю // *Полет*. №2. 2007. С.28-33.
6. *Ишков С.А., Наумов С.А.* Управление разворачиванием орбитальной тросовой системы в задаче обеспечения заданных условий разделения // *Управление движением и навигация летательных аппаратов*. Самара.: СГАУ, 2005. 243 с.
7. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука, 1982. 325 с.
8. *Шимон Л.* Об аппроксимации решений краевых задач в областях с неограниченной границей // *Матем. сб.*, 91(133):4(8), 1973, С. 488–499.

**ORBITAL TETHER SYSTEM AIMED ON SMALL CAPSULES
DEORBETING PARAMETERS DEFINITON**

© 2009 S.A. Ishkov, I.V. Sheynikov

Samara State Aerospace University

The paper consider orbital tether system (OTS) as a cluster of mother satellite (MS) on low earth orbit and subsatellite attached to MS via tether. The proposed control law for the system is optimal due to Pontriagin's criteria. Results of carried-out simulation of satellite moving towards circular and elliptic orbit are described. Analytical formulas considering angle of atmosphere entrance and control and OTS parameters are being built.

Key words: orbital tether applications, motion control, boundary value problem, numerical methods.

Sergey Ishkov, Doctor of Technics, Professor at the Flight Dynamics and Control Systems Department.

E-mail: ishkov@ssau.ru.

Igor Sheynikov, Graduate Student. E-mail: kb01@ya.ru.