УДК 53.088.23; 62-419.8

ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ФОРМЫ ЛИСТОВЫХ ДЕТАЛЕЙ, ВЫПОЛНЕННЫХ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ, С ПОМОЩЬЮ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ

© 2010 А.В. Бобков, Е.В. Леонкин

Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет

Поступила в редакцию 01.04.2010

Рассмотрена проблема выбора оценки точности формы деталей, выполненных из полимерных композиционных материалов. Предложен вариант математического описания поверхности с помощью геометрических примитивов, характеризуемых значением гауссовой кривизны.

Ключевые слова: *композиционные материалы, аппроксимация, геометрические примитивы, гауссова кривизна*

Композиционные материалы (КМ) представляют собой результат объемного сочетания компонентов, один из которых пластичен, а другой обладает повышенной прочностью и жесткостью. Сохраняя или даже улучшая эксплуатационные характеристики по прочности, жаростойкости и усталостной прочности КМ позволяют не только значительно снижать массу конструкции, но и изготавливать моноповерхности. Благодаря этому КМ широко используется в авиакосмической технике. Классической иллюстрацией этого стал пассажирский самолёт Boeing 787 Dreamliner, изготавливаемый на 50% из композиционных материалов. Кроме уменьшения плотности листовых материалов, из которых изготовлен фюзеляж и крылья, переход на КМ позволил выполнить секцию фюзеляжа в виде моноповерхности, заменившей 1500 алюминиевых листов и десятки тысяч заклёпок [1].

В настоящее время факторами, сдерживающими применение КМ, являются технологические проблемы, в частности, высокая погрешность геометрии детали, обусловленная короблением. Упрочняющий эффект в таких материалах связан с появлением в КМ поверхности раздела фаз и пограничных слоев, примыкающих к ней. Эти слои обеспечивают рост прочностных показателей материала, одновременно способствуя появлению деформаций и изгибов из-за нестабильности технологического процесса (ТП). Кроме того, в процессе формовки деталь из КМ подвергается интенсивному воздействию нескольких технологических факторов (давления, температуры, скорости нагрева и охлаждения), неконтролируемые случайные отклонения которых от заданных величин изменяют форму детали.

Бобков Александр Викторович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики. E-mail: bobkov@knastu.ru
Леонкин Евгений Викторович, аспирант

Информационной основой совершенствования ТП может стать анализ точности геометрии путём статистической обработки измеренных действительных геометрических параметров изделий и их соответствия идеальному геометрическому прототипу. Под точностью ТП здесь будет пониматься величина погрешности действительной формы изделия относительно идеального геометрического прототипа. Под стабильностью ТП понимается обеспечение постоянства распределения вероятностей действительных значений геометрических параметров в течение определённого временного интервала в рамках неизменного ТП.

Содержание статистического анализа носит универсальный характер и не требует специализированной регламентации. Другое дело – выбор параметров, характеризующих геометрический образ детали. Например, форму листов обшивки корпуса принято характеризовать радиусом поперечного и продольного изгиба, стрелками продольной и поперечной погиби [2]. Такое многообразие параметров, характеризующих форму, препятствует формализации данных о геометрии, снижают эффективность статистического анализа. Оптимальным вариантом оценки точности изготовления формы может стать аналитическое моделирование оцениваемой поверхности [3]. В этом случае обеспечивается приемлемая информативность анализа, появляется возможность оперирования абсолютными или относительными значениями геометрических характеристик формы и проведения сравнительного анализа точности формы деталей, имеющих различную конфигурацию.

Рассмотрим вариант оценки отклонения поверхности листовой детали от плоскости с помощью таких параметров дифференциальной геометрии, как гауссова (полная) K и средняя (эйлерова) H кривизны [4]. Для их расчёта через нормаль в заданной точке поверхности проводят всевозможные плоскости, сечения поверхности которыми являются нормальными сечениями, а кривизны нормальных сечений – нормальными кривизнами поверхности в этой точке. Максимальная и минимальная из них становятся главными кривизнами k_1 и k_2. Тогда величина гауссовой кривизны равна $K=k_1 \cdot k_2$, а средней кривизны $H=1/2(k_1 + k_2)$. Если $K=0$ и $H=0$ во всех точках поверхности, то поверхность представляет собой плоскость. Главные кривизны k_1 и k_2 при описании поверхности векторно-параметрическим уравнением:

$$\bar{r} = \bar{r}(u,v) = x(u,v)\bar{i} + y(u,v)\bar{j} + z(u,v)\bar{k}$$

находятся как корни уравнения:

$$\left(EG - F^2\right)k^2 - \left(EN + LG - 2FM\right)k + LN - M^2 = 0$$

где

$$E = E(u,v) = \bar{r}_u . \bar{r}_u ;$$

$$\bar{r}_u = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u}, \bar{r}_v = \frac{\partial \bar{r}}{\partial v};$$

$$F = F(u,v) = \bar{r}_u . \bar{r}_v ;$$

$$G = G(u,v) = \bar{r}_v . \bar{r}_v$$

$$L = L(u,v) = \bar{n}\bar{r}_{uu} = \frac{\bar{r}_{uu}\bar{r}_u\bar{r}_v}{\sqrt{EG - F^2}};$$

$$M = M(u,v) = \bar{n}\bar{r}_{uv} = \frac{\bar{r}_{uv}\bar{r}_u\bar{r}_v}{\sqrt{EG - F^2}};$$

$$N = N(u,v) = \bar{n}\bar{r}_{vv} = \frac{\bar{r}_{vv}\bar{r}_u\bar{r}_v}{\sqrt{EG - F^2}};$$

$\bar{n}$- единичный вектор нормали к поверхности.

В неособых точках $E>0$, $G>0$, $EG-F^2>0$. Гауссова кривизна поверхности:

$$K = k_1 k_2 = \frac{LN - M^2}{EG - F^2};$$

Средняя кривизна поверхности:

$$H = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{EN - 2FM + GL}{2\left(EG - F^2\right)};$$

Для идентификации формы поверхности детали по значению K существует следующая классификация геометрических примитивов:
- $K=0$, форма детали нулевой гауссовой кривизны идентифицируется как геометрический примитив – плоскость;
- $K>0$, форма детали положительной гауссовой кривизны: - сфера, эллипсоид, эллиптический параболоид;
- $K<0$, форма детали отрицательной гауссовой кривизны – гиперболический параболоид.

На практике чаще всего встречаются детали, состоящие из фрагментов различных типов гауссовой кривизны. Рассмотрим технологические шаги оценки формы детали, поверхность которой описаны, как минимум 2 геометрическими примитивами. Источником первичной информации должно стать координатно-измерительное устройство, благодаря которому при обмере детали получают координаты точек, количество которых зависит от заданного шага измерения. Результаты обмера формируются в виде двумерных массивов $x_{i,j}=i$, $y_{i,j}=j$ с элементами в виде координат $z_{i,j}$. Индексы массива принимают значения натуральных чисел от начального индекса до конечного. При уменьшении шага между узлами ячеек точность моделирования поверхности возрастает с одновременным увеличением трудоемкости и объема вычислений.

На первом этапе учитывается относительный угловой поворот поверхности, зафиксированной через контактную площадку 3 детали 1 на горизонтальной базовой плоскости 2, см. рис. 1. Т.к. поверхность детали наклонена к горизонтальной плоскости, то точка на верхнем краю, например, с координатой, условно обозначаемой z_1, может оказаться выше точки с координатой z_2 на пике выпуклости. Для решения этой проблемы поверхность детали аппроксимируется плоскостью, а затем из каждой точки поверхности вычитается значение аппроксимирующей функции в данной точке. Такая операция позволяет сгладить «неровности» и ложные экстремумы через учёт относительного поворота, (см. рис. 2). При этом нахождение максимумов, например, z'_2 происходит с точностью не ниже шага разбиения сетки массива.

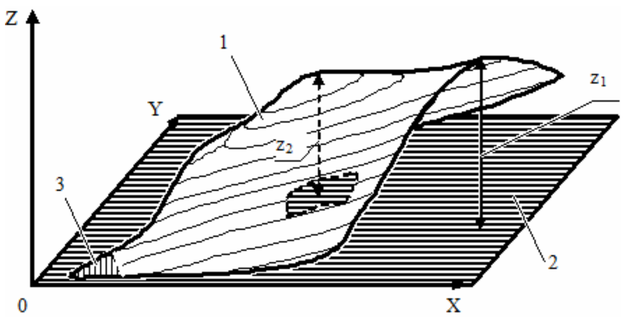

Рис. 1. Положение детали при первичном замере координат точек поверхности: 1 – деталь из КМ, 2 – базовая горизонтальная плоскость; 3 – контактная площадка детали (условно выделена штриховкой)

Далее, выровненная поверхность описывается несколькими геометрическими примитивами на основе локальной аппроксимации соответствующих фрагментов детали. Для выделения фрагментов может быть использован, например, метод граничных ребер. На рис. 3 представлен пример локальной аппроксимации поверхности детали из КМ с помощью двух геометрических примитивов: эллиптических параболоида и цилиндра.

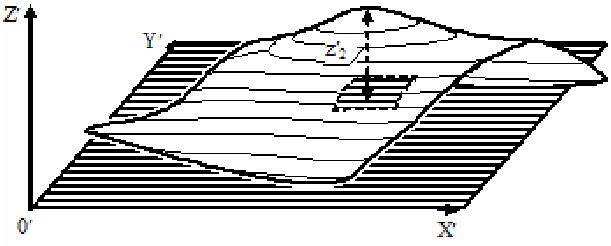

Рис. 2. Положение детали после учёта относительного угла поворота

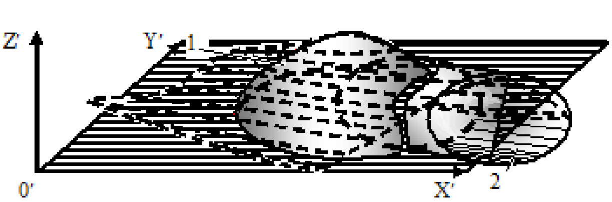

Рис. 3. Аппроксимация поверхности детали геометрическими примитивами: 1 – эллиптический параболоид, 2 – эллиптический цилиндр

Предлагаемый критерий оценки соответствия поверхности идеальному геометрическому прототипу по гауссовой кривизне носит практически универсальный характер и может быть использован для проведения статистического анализа качества ТП изготовления детали из любого материала и формы. Обязательным условием рассмотренного подхода является использование современных координатно-измерительных устройств, позволяющих формировать двумерные массивы заданных размеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. BOEING 787 DREAMLINER: «полимерная революция» // Новые химические технологии: аналитический портал химической промышленности. - 2010. – Полимеры. [Электронный ресурс]. URL: http://www.newchemistry.ru/ letter.php?n_id=344 (дата обращения: 20.03.2010).
2. *Лысов, М.И.* Пластическое формообразование тонкостенных деталей авиатехники: теория и расчет / *М.И. Лысов, И.М. Закиров*. – М.: Машиностроение, 1983. – 174 с.
3. *Платонов, Ю.И.* О методах расчета геометрических характеристик элементов корпусных конструкций для формообразования на оборудовании с ЧПУ / *Ю.И. Платонов, А.Н. Давидович* // Морской вестник. – СПб: ООО «Изд-во МорВест». – 2007. - №3. – С. 92-96.
4. *Корн, Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров / *Г. Корн, Т. Корн*. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

ABOUT THE EXAXTITUDE ESTIMATION OF SHEET DETAILS SHAPE, MADE FROM COMPOSITE MATERIALS, BY MEANS OF GAUSSIAN CURVATURE

© 2010 A.V. Bobkov, E.V. Leonkin

Komsomolsk-on-Amur State Technical University

The problem of estimation choice of exactitude the shape of details made from polymeric composite materials is considered. The variant of mathematical exposition of surface by means of geometrical primitives, characterized by value of Gaussian curvature is offered.

Key words: *composite materials, approximation, geometrical primitives, Gaussian curvature*

Alexander Bobkov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Higher Mathematics Department. E-mail: bobkov@knastu.ru
Evgeniy Leonkin, Post-graduate Student