

РАЗВИТИЕ МЕТОДА СИНТЕЗА ГЕОМЕТРИИ КАНАТОВ ЛИНЕЙНОГО КАСАНИЯ

© 2010 Е.А. Калентьев¹, В.В. Тарасов¹, В.Н. Новиков²

¹ Институт прикладной механики УрО РАН, г. Ижевск

² Ижевская государственная сельскохозяйственная академия

Поступила в редакцию 29.03.2010

На основе системы синтезирующих уравнений геометрии каната линейного касания производится уточнение решения вспомогательного уравнения. Решение строится на отыскании минимума функциональной зависимости, расстояния между винтовыми осями линейно контактирующих проволок, путем разложения производной в ряд Тейлора в окрестности некоторой точки. Показывается, что применение полученных результатов позволяет проводить практические расчеты канатов линейного касания с высокой степенью точности.

Ключевые слова: канат линейного касания, метод синтеза, геометрия

Стальной канат широко применяется в современной подъемно-транспортной технике, являясь при этом сложным и ответственным элементом. Одним из значимых факторов, обеспечивающих высокий технический ресурс и работоспособность, является линейный контакт проволок в прядях каната. Для расчета геометрии канатов линейного касания в работе [1], была получена система синтезирующих уравнений:

$$\delta_{12}^2 = \left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right)^2 = \varphi_{12} \quad (1)$$

$$\varphi_{12} = x_{12}^2 + r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\varepsilon_{12}); \quad (2)$$

$$x_{12} = r_1 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \cdot \sin(\varepsilon_{12}) = r_2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1) \cdot \sin(\varepsilon_{12}); \quad (3)$$

$$r_1 \cdot \operatorname{ctg}(\alpha_1) = r_2 \cdot \operatorname{ctg}(\alpha_2) = \frac{h}{2 \cdot \pi}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{12} = \lambda_{12} - \sin(\varepsilon_{12}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2), \quad (5)$$

где δ_{12} – расстояние между точками а и b (см. рис. 1), δ_1, δ_2 – диаметры проволок в пряди, x_{12} – проекция отрезка δ_{12} на ось x, r_1, r_2 – радиусы винтовых линий проволок в пряди, α_1, α_2 – углы свивки проволок, ε_{12} – разность полярных углов точек а и b, λ_{12} – полярный угол контакта.

Калентьев Евгений Александрович, аспирант. E-mail: EugeneDavis@mail.ru

Тарасов Валерий Васильевич, доктор технических наук, профессор. E-mail: tvv@udman.ru

Новиков Виктор Николаевич, ассистент. E-mail: Novikow-V@yandex.ru

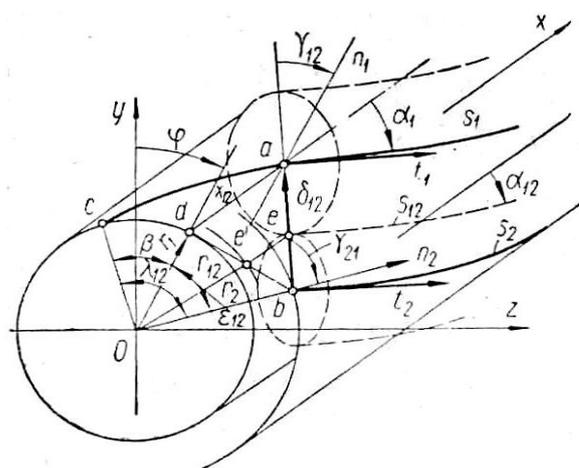


Рис. 1. Линейный контакт проволок в пряди каната

Трансцендентное уравнение (5) имеет вспомогательный характер и может быть решено методом последовательных приближений. В качестве приближенного решения уравнения (5) было предложено использовать выражение (6):

$$\operatorname{ctg}(\varepsilon_{12}) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) + \cos(\lambda_{12})}{\sin(\lambda_{12})} \quad (6)$$

Данное приближенное решение основывалось на малости угла β (см. рис.1) и, как следствие, приближенном равенстве $\beta \approx \sin(\beta)$. При этом выражение (6) дает удовлетворительное решение уравнения (5). Однако возможны случаи, когда величина угла β будет значительна (например, при малом шаге свивки проколок в пряди каната). Кроме того, точность формулы (6) зависит от полярного угла контакта λ_{12} ,

который в свою очередь связан с количеством проволок в слое пряди каната. Проведенные расчеты показали, что абсолютная погрешность выражения (6) может быть более одного градуса, а в некоторых случаях доходить и до 3-4 градусов. Следует отметить, что в работе [2] рассмотрено применение метода итерации для решения системы уравнений (1-5).

Учитывая вышесказанное, авторами предпринята попытка уточнить решение

$$\delta_{12}(\beta) = \sqrt{(r_1 \cdot \beta^2 \cdot \text{ctg}^2(\alpha_2)) + r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\lambda_{12} - \beta)}, \quad (7)$$

Принимая во внимание, что $\beta = \lambda_{12} - \varepsilon_{12}$, перепишем уравнение (7) в следующем виде:

$$\delta_{12}(\varepsilon_{12}) = \sqrt{(r_1 \cdot (\lambda_{12} - \varepsilon_{12})^2 \cdot \text{ctg}^2(\alpha_1)) + r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\varepsilon_{12})}, \quad (8)$$

Продифференцируем данное выражение по ε_{12} , получим:

$$\frac{d\delta_{12}(\varepsilon_{12})}{d\varepsilon_{12}} = \frac{r_1^2 \cdot (2 \cdot \lambda_{12} - 2 \cdot \varepsilon_{12}) \cdot \text{ctg}^2(\alpha_1) - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \sin(\varepsilon_{12})}{2 \cdot \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\varepsilon_{12})} + r_1^2 \cdot (\lambda_{12} - \varepsilon_{12})^2 \cdot \text{ctg}^2(\alpha_1)}. \quad (9)$$

Очевидно, что минимальное значение функции $\delta_{12}(\varepsilon_{12})$, на графике рисунок 2 кривая 1, соответствует условию линейного касания проволок. Минимальному значению функции $\delta_{12}(\varepsilon_{12})$ соответствует некоторый угол ε_{12} . Как известно из курса математического анализа значение производной $d\delta(\varepsilon_{12})/d\varepsilon_{12}$ в этой точке должно быть равно нулю, на графике рисунок 2 кривая 2. Для этого достаточно, чтобы числитель производной $d\delta(\varepsilon_{12})/d\varepsilon_{12}$ был равен нулю. На графике видно, что в окрестности своего решения производную $d\delta(\varepsilon_{12})/d\varepsilon_{12}$ можно

трансцендентного уравнения (5) для применения его в практических расчетах. Для этого запишем расстояние между точкой b винтовой линии 2-ой проволоки и винтовой линией 1-ой проволоки в зависимости от угла β , используя известную зависимость из аналитической геометрии в пространстве [3], и после преобразований получим:

аппроксимировать прямой. Разложим числитель производной $d\delta(\varepsilon_{12})/d\varepsilon_{12}$ в ряд Тейлора $teilor2(\varepsilon_{12})$ со степенью старшего члена равного 1, в окрестности точки ε_{12} :

$$\begin{aligned} teilor2(\varepsilon_{12}) = & 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \sin(\varepsilon'_{12}) + \\ & (2 \cdot r_1^2 \cdot \text{ctg}^2(\alpha_1) + 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\varepsilon'_{12})) \cdot (\varepsilon_{12} - \varepsilon'_{12}) - \\ & - r_1^2 \cdot (2 \cdot \lambda_{12} - 2 \cdot \varepsilon'_{12}) \cdot \text{ctg}^2(\alpha_1) \end{aligned} \quad (10)$$

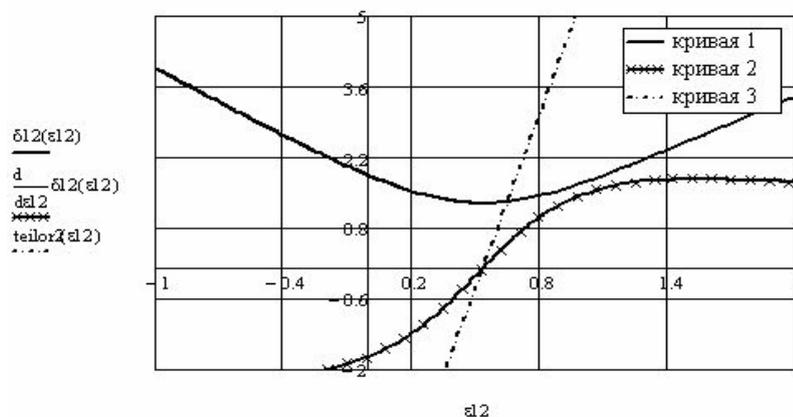


Рис. 2. Графики функций $\delta_{12}(\varepsilon_{12})$, $d\delta(\varepsilon_{12})/d\varepsilon_{12}$, $teilor2(\varepsilon_{12})$

В качестве точки, в окрестности которой производится разложение производной функции $d\delta(\varepsilon_{12})/d\varepsilon_{12}$ в ряд Тейлора, выбрана точка

ε_{12} , вычисленная с использованием выражения (6). Приравняем уравнение (10) к нулю и запишем его решение в следующем виде:

$$\varepsilon_{12} = \frac{\lambda_{12} \cdot r_1 - r_2 \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_1) \cdot \sin(\varepsilon'_{12}) + r_2 \cdot \varepsilon'_{12} \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_1) \cdot \cos(\varepsilon'_{12})}{r_2 \cdot \cos(\varepsilon'_{12}) \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_1) + r_1} \quad (11)$$

После преобразований получим:

$$\varepsilon_{12} = \frac{\frac{\lambda_{12}}{\operatorname{tg}(\alpha_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2)} - \sin(\varepsilon'_{12}) + \varepsilon'_{12} \cdot \cos(\varepsilon'_{12})}{\cos(\varepsilon'_{12}) + \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2)}} \quad (12)$$

Проиллюстрируем уточнение решение на примере слоя проволок каната линейного касания, изображенному на рисунке 3, со следующими параметрами: $r_1=1,75$ мм, $r_2=1,75$ мм, $\alpha_1=0,785$ рад, $\alpha_2=0,785$ рад, $\lambda_{12}=1,0467$ рад.



Рис. 3. Слой проволок каната линейного касания

После выполнения расчетов абсолютная ошибка вычисления угла ε_{12} с использованием выражения (6) составила $\Delta\varepsilon_{12} = 0,012$ рад = $0,723^\circ$, а при использовании формулы (12) $\Delta\varepsilon_{12} = 0,00002$ рад = $0,001^\circ$. Эталонное значение угла ε_{12} определялось с использованием метода секущих и составило $\varepsilon_{12} = 0,5364367$ рад.

Выводы: полученная формула (12) позволяет произвести уточнение решения трансцендентного уравнения (5) и может быть использована при выполнении практических расчетов. Кроме этого данная формула может использоваться при расчетах новых или нестандартных конструкций канатов линейного касания. В частности, формула (12) применялась авторами при построении моделей канатов линейного касания и последующем численном анализе напряженно-деформированного состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушко, М.Ф. Стальные подъемные канаты. – Киев, Техника, 1966. – 327 с.
2. Шкарупин, Б.Е. К расчету геометрических параметров канатов линейного касания / Б.Е. Шкарупин, Л.А. Кононенко // Прочность и долговечность стальных канатов. – Киев, Техника, 1975. – 251 с.
3. Корн, Г.А. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г.А. Корн, Т.М. Корн. – М., Наука, 1973. – 831 с.

DEVELOPMENT OF GEOMETRY SYNTHESIS METHOD OF THE LINEAR CONTINGENCE ROPES

© 2010 E.A. Kalentyev¹, V.V. Tarasov¹, V.N. Novikov²

¹ Institute of Applied Mechanics UB RAS, Izhevsk

² Izhevsk State Agricultural Academy

On the basis of geometry synthesizing equations system of linear contingence rope specification of the decision of auxiliary equation is made. The decision is under construction on searching the minimum of functional dependence, distances between screw axes of linearly contacting strands, by decomposition of derivative in Taylor's series in environ of some point. It is displayed, that application of the received results allows to spend practical calculations of linear contingence ropes with a high scale of exactitude.

Key words: *linear contingence rope, method of synthesis, geometry*

Evgeniy Kalentyev, Graduate Student. E-mail:

EugeneDavis@mail.ru

Valeriy Tarasov, Doctor of Technical Sciences, Professor.

E-mail: tvv@udman.ru

Viktor Nivikov, Assiatant. E-mail: Novikow-V@yandex.ru