УДК 539.621

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭЛЕМЕНТА СУХОГО НЕКУЛОНОВА ТРЕНИЯ

© 2010 Б.В. Лушников

Курский государственный технический университет

Поступила в редакцию 23.03.2010

Приведены результаты компьютерного моделирования в среде Simulink/MatLab динамики элемента с сухим некулоновым трением, математическая модель которого позволяет реализовывать фрикционные автоколебания. Тестирование представленных компьютерных моделей показало их достаточную адекватность для возможности исследования закономерностей движения и особенностей динамических процессов систем с сухим некулоновым трением.

Ключевые слова: *сухое трение, компьютерное моделирование, динамические системы*

Особый интерес ученых и исследователей в России и за рубежом вызывают причины возникновения и результаты действия сил сухого некулонова трения, которое в некоторых литературных источниках ещё называют «сухим трением с падающей характеристикой от скорости» или «разрывным некулоновым трением» [1-5]. Это обусловлено тем, что именно такая модель сухого трения позволяет объяснить причины возникновения таких сложных и плохо контролируемых, а, значит, и трудно устранимых явлений как фрикционные автоколебания. В этой связи определение динамических, то есть постоянно изменяющихся во времени и в функции других величин, параметров сухого некулонова трения носит актуальный характер. Указанная проблема осложняется еще и тем, что непосредственное измерение действующих сил сухого трения возможно лишь триботехническими методами и подходами и весьма сложно реализуемо в упругих колебательных системах, которыми в большинстве и являются рассматриваемые устройства. Поэтому для идентификации динамических параметров механической системы, в частности сухого некулонова трения, приходится использовать косвенные методы, основанные на измерении колебательного отклика в динамической системе. Кроме того, в отдельных отечественных и зарубежных публикациях авторы приходят к выводу, что причиной возникновения «падающей» зависимости сухого трения от скорости скольжения является возможность нормальных колебаний поверхностей трения, что значительно усложняет физическую и математическую модели процесса трения.

Цель работы: выявление истинной природы действия сил сухого некулонова трения, исследование особенностей и закономерностей движения, а также разработка достоверных методов идентификации динамических параметров механических систем с сухим некулоновым трением.

Для компьютерного моделирования динамики элемента с действующей силой сухого некулонова трения необходимо учитывать следующие факторы. Во-первых, необходимо выявить и задать так называемую «активную» обобщенную силу Q_A как сумму всех действующих на систему сил, кроме сил сухого трения и сил инерции. Тогда уравнение движения тела массой m по обобщенной координате q можно представить в следующем виде:

$$\ddot{q} = \frac{1}{m}(Q_A - Q_{TR}) \quad . \qquad (1)$$

В выражении (1) силу сухого некулонова трения Q_{TR} зададим следующим образом:

$$Q_{TR}(\dot{q}) = \begin{cases} -F_{TD}, \text{если } \dot{q} > 0; \\ F_{TD}, \text{если } \dot{q} < 0; \\ -Q_A, \text{если } \dot{q} = 0 \text{ и } |Q_A| \cdot \\ F_{TP}, \text{если} |Q_A| \geq F_{TI} \end{cases} \qquad (2)$$

где $F_{TD} = F_0 - b_1\dot{q} + b_3\dot{q}^3$ – сила сухого некулонова трения движения; F_{TP} – сила сухого трения покоя. При этом обычно $F_{TP} > F_0$.

Для построения и исследования математических моделей будем использовать среду визуального моделирования динамических систем Simulink/MATLAB [6]. Для численного решения уравнения (1) с учетом (2) создадим универсальный блок (рис. 1), входом которого будет являться текущее значение обобщенной активной силы Q_A, а выходом – текущее значение обобщенной скорости $\dot{q}$. Представленная блок-схема обеспечивает расчет обобщенной скорости

Лушников Борис Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики и мехатроники. E-mail: boris@mail.kursknet.ru

(выход 1 – «Skorost») динамической системы с сухим некулоновым трением при действии на неё некоторой внешней обобщенной активной силы (вход 1 – «Q_A»). Два дополнительных выхода рассмотренного блока подсистемы моделирования сухого некулонова трения позволяют исследовать изменения во времени ускорения (выход 2 – «Uskorenie») и самой силы сухого трения (выход 3 – «F_{nec}»).

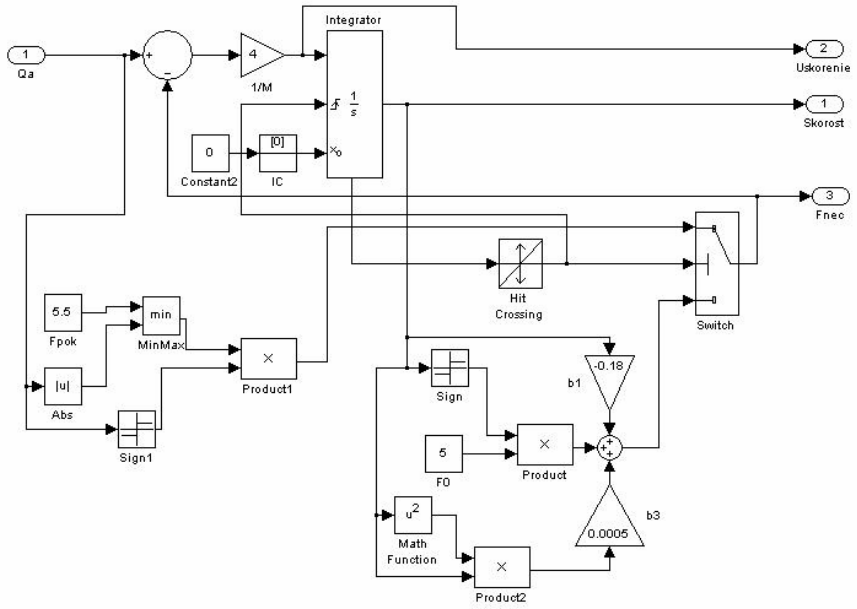

Рис. 1. Блок-схема подсистемы моделирования сухого некулонова трения

Рассмотрим теперь результаты компьютерного математического моделирования динамического поведения простейшей системы с сухим некулоновым трением, расчетная схема которой представлена на рис. 2, находящейся под воздействием внешней гармонической силы $P\sin(\omega t+\varphi)$.

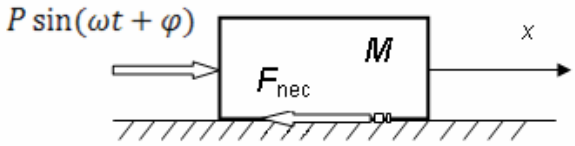

Рис. 2. Расчетная схема простейшей динамической системы с сухим некулоновым трением

Дифференциальное уравнение, описывающее поведение рассматриваемой системы, имеет следующий вид:

$$M\ddot{x} + F_{nec}(\dot{x}) = P\sin(\omega \cdot t + \varphi) \qquad (3)$$

где M – приведенная масса системы; $F_{nec}(\dot{x})$ – значение некулоновой силы сухого трения, определяемой согласно выражению (2); P, ω, φ – соответственно амплитуда, частота и начальная фаза вынуждающей гармонической силы.

На рис. 3 представлена блок-схема Simulink-модели для численного интегрирования уравнения (3) установленным методом *ode*23 (Bogacki-Shampine) с переменным шагом и относительной точностью 10^{-5}.

На рис. 4 показаны графики изменения во времени отдельных динамических характеристик рассматриваемой системы, синхронизированные во времени. Это позволяет эффективнее проанализировать характер их поведения и взаимозависимость. Например, из анализа представленных графиков отчетливо видно, что скольжение груза начинается при превышении вынуждающей силой силы трения покоя F_{pok}=5,5 Н. Остановка системы происходит, когда сила трения и вынуждающая силы уравновесятся силами инерции. Движение системы в данном случае реализуется с продолжительными остановками. Сила трения во время этих остановок (схватывания с опорной поверхностью) «копирует» вынуждающую гармоническую силу, что хорошо согласуется с известными физическими представлениями.

Закон изменения самой силы сухого трения во времени имеет сложный характер, обусловленный прерывистостью движения, изменением направления движения и зависимостью значения силы некулонова трения от значения скорости скольжения. Реализуемый закон силы сухого некулонова трения в функции скорости скольжения представлен на рис. 5. Петля гистерезиса, площадь которой соответствует рассеиваемой силами трения механической энергии за один период движения системы, представлена на рис. 6.

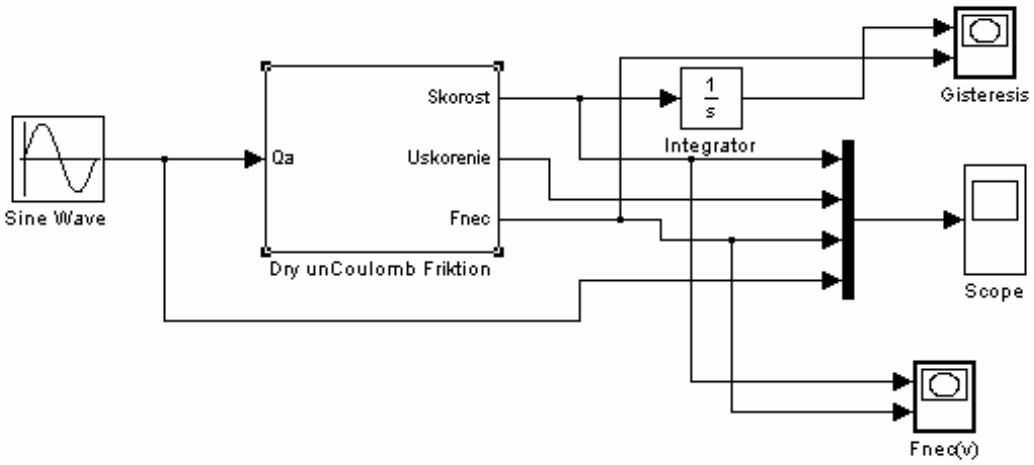

Рис. 3. Блок-схема Simulink-модели простейшей динамической системы с сухим некулоновым трением

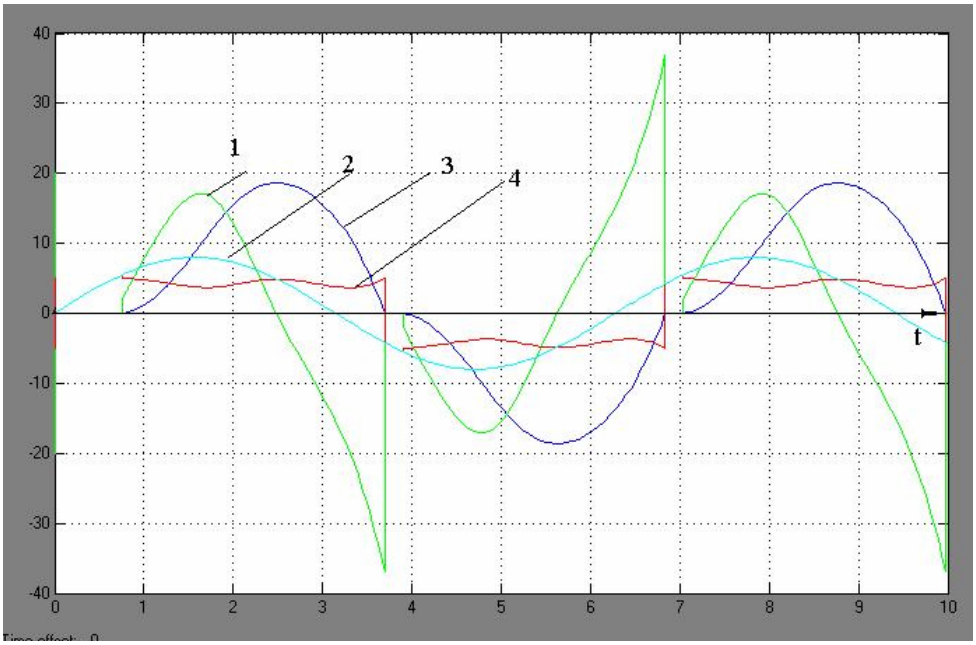

Рис. 4. Законы изменения во времени динамических характеристик исследуемой системы: 1 – ускорение, 2 – вынуждающая гармоническая сила, 3 – скорость, 4 – сила сухого некулонова трения

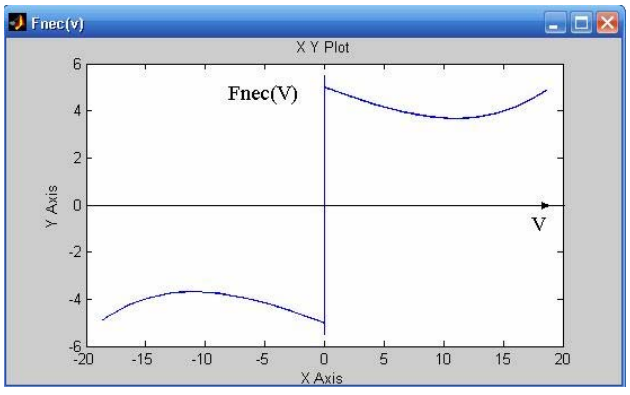

Рис. 5. Закон изменения силы сухого некулонова трения от скорости скольжения ($F_{рос}$=5,5 (Н); F_0=5 (Н); b_1=0,18 Нс/м, b_3=0,005 Нс^3/м^3)

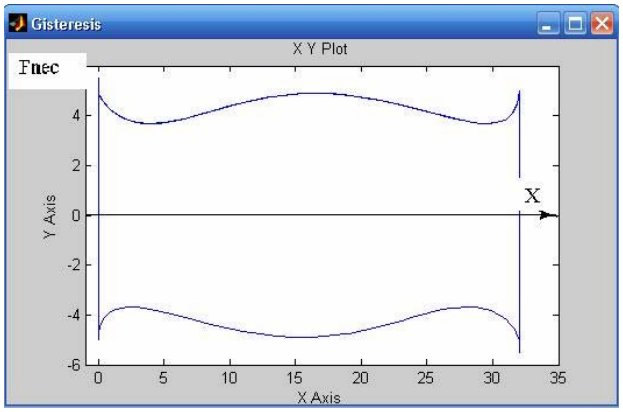

Рис. 6. Петля гистерезиса системы с некулоновым трением

Для проверки адекватности функционирования разработанного комплекса по моделированию динамических процессов в системах с сухим некулоновым трением рассмотрим классическую задачу возникновения фрикционных автоколебаний в такой системе, причиной которых как раз и является наличие падающего участка на законе $F_{nec}(\dot{x})$. Расчетная схема исследуемой динамической системы представлена на рис. 7. Дифференциальное уравнение динамики данной системы имеет вид:

$$M\ddot{x} + F_{nec}(\dot{x}) + C(x - vt) + b_0(\dot{x} - v) = 0, \quad (4)$$

где C – коэффициент жесткости упругого элемента; b_0 – коэффициент вязкого сопротивления; v=*const* – постоянная скорость перемещения правого конца упругого элемента; $F_{nec}(\dot{x})$ – закон изменения силы сухого некулонова трения с падающей характеристикой от скорости в соответствии с принятой моделью (2).

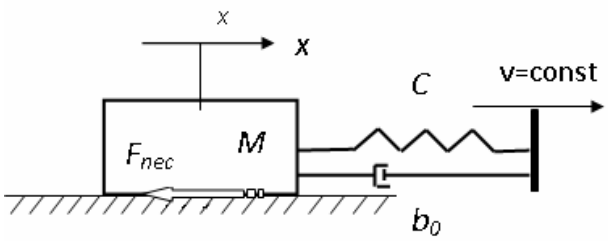

Рис. 7. Расчетная динамическая схема системы для исследования фрикционных автоколебаний

Блок-схема Simulink-модели для численного решения уравнения (4) представлена на рис. 8. При исследовании приняты следующие значения параметров математической модели (4): M=0.25(кг); C=2(Н/м); b_0=0.12 (Нс/м); v=4(м/с); F_{poc}=F_0=5 (Н); b_1=0,18 Нс/м, b_3=0,005 Нс^3/м^3.

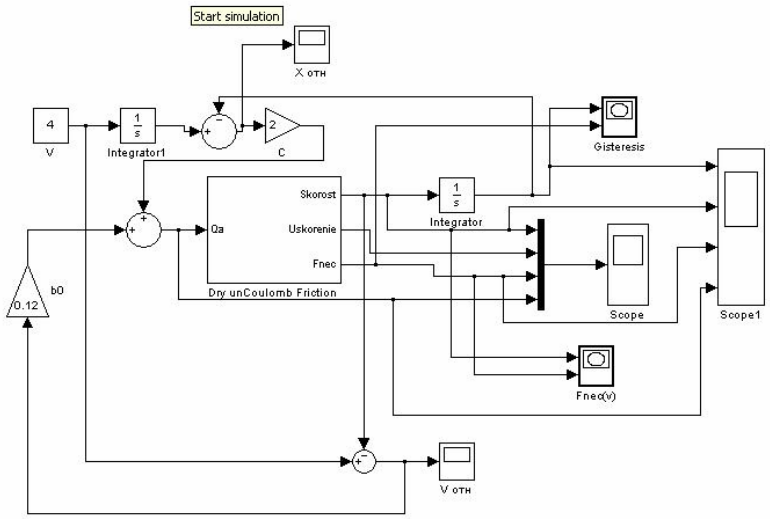

Рис. 8. Блок-схема Simulink-модели для исследования фрикционных автоколебаний

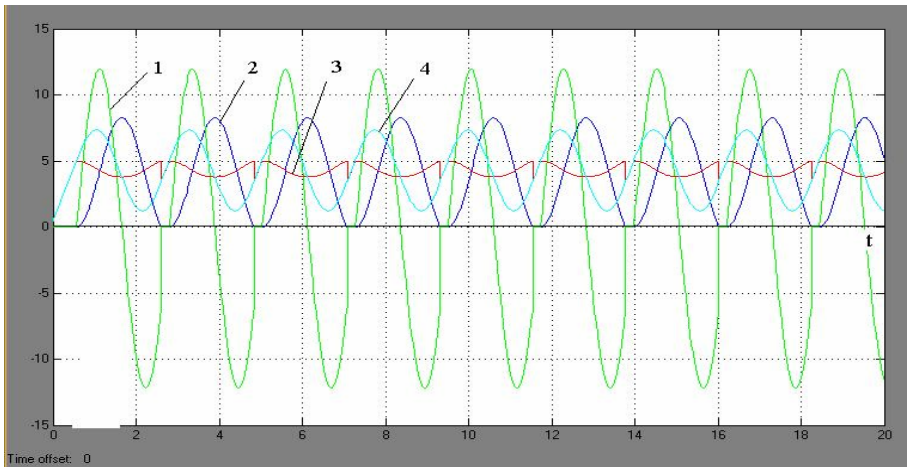

Рис. 9. Результаты моделирования фрикционных автоколебаний (копия экрана «Scope»): 1 – ускорение; 2 – скорость; 3 – сила сухого некулонова трения; 4–упругая сила пружины

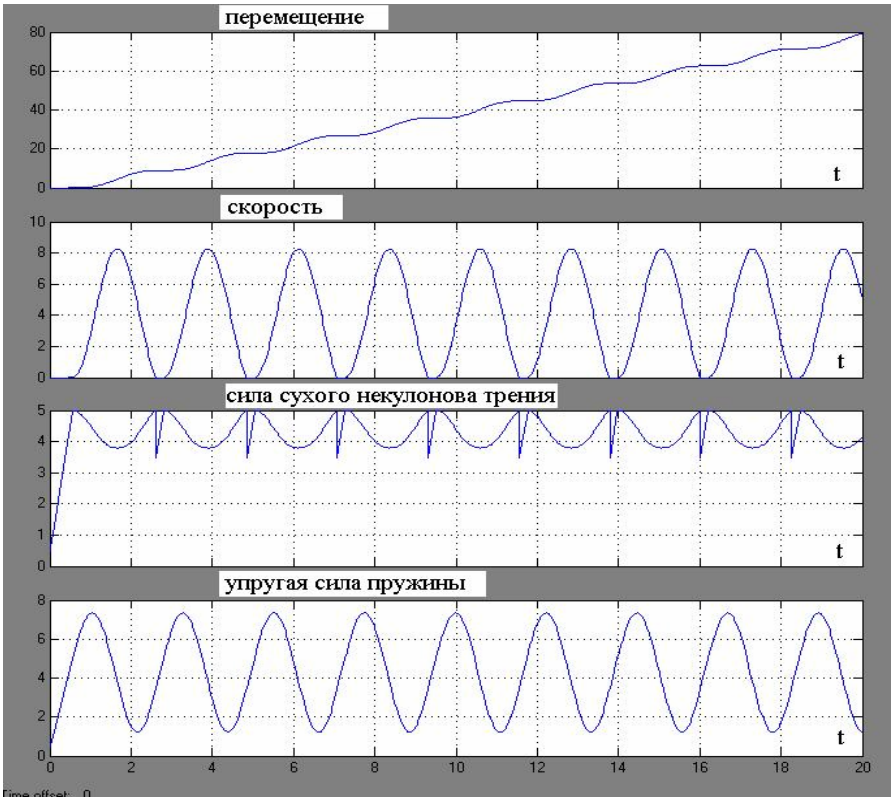

Рис. 10. Результаты моделирования фрикционных автоколебаний (копия экрана «Scope 1»)

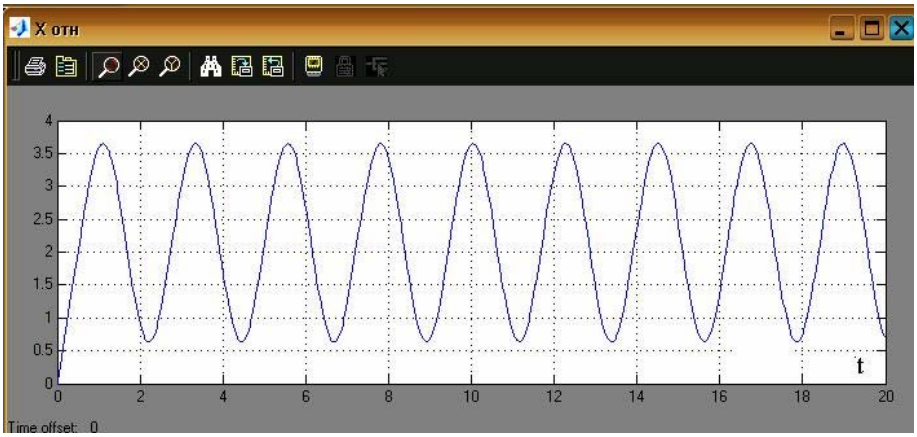

Рис. 11. График изменения относительного перемещения груза и правого конца упругого элемента

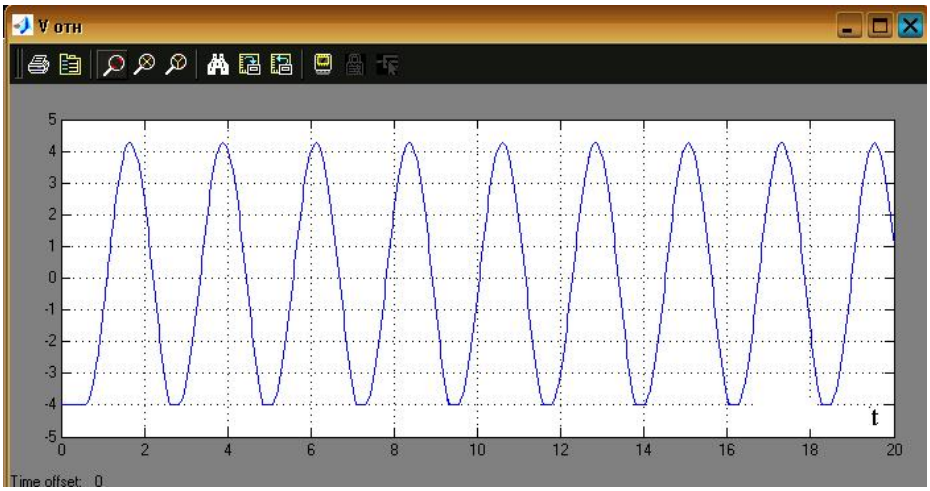

Рис. 12. График изменения относительной скорости груза и правого конца упругого элемента

На рис. 9 и 10 представлены результаты моделирования рассматриваемой системы в среде Simulink/MatLAB. Из анализа приведенных графиков видно, что груз *M* совершает квазигармонические фрикционные автоколебания с частотой f=0,44 Гц, сопровождаемые периодическими остановками продолжительностью $t_{ост}$=0,2 с. Амплитудные значения скорости груза превышают 8 м/с. Сила сухого некулонова трения имеет сложный закон изменения во времени, обусловленный падающим участком и прерывистым характером движения с остановками. На рис. 11 и 12 показаны графики относительного смещения и относительной скорости груза и правого конца упругого элемента, перемещаемого с постоянной скоростью. При этом хорошо заметны остановки груза, а также квазигармонический характер движения.

Таким образом, известный характер поведения рассматриваемой системы полностью подтвердился при компьютерном вычислительном эксперименте.

Выводы: рассмотренная компьютерная модель сухого некулонова трения, представленная средствами блочного имитационного моделирования Simulink/MatLab, позволяет адекватно описывать динамические процессы, в частности, фрикционные автоколебания. Особо важным и сложным при моделировании является обеспечение соответствующего характера изменения силы сухого некулонова трения на этапах скольжения и относительного покоя поверхностей трения, а также определение момента смены одного этапа другим.

Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы по проблеме «Исследование закономерностей движения и идентификация динамических параметров механических систем с сухим некулоновым трением» (гос. регистр. № П2243, шифр НК 422П).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Вейц, В.Л.* Основы динамики и прочности машин / *В.Л. Вейц*. – Ленингр. гос. универ, 1978. – 230 с.
2. *Геккер, Ф.Р*. Динамика машин, работающих без смазочных материалов в узлах трения / *Ф.Р. Геккер*. – М.: Машиностроение, 1983. – 167 с.
3. *Кариус, Д.* О влиянии кусочно-линейного и постоянного трения на вынужденные периодические колебания / *Д. Кариус* // Труды Американского общества инженеров механиков. Конструирование и технология машиностроения. – 1985. - №4. – С. 28-43.
4. *Пановко, Г.Я.* Вибрационные транспортно-технологические процессы в системах с разрывным некулоновым трением / *Г.Я. Пановко*. Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора технических наук. – Рига, 1988. – 32 с.
5. *Цыфанский, С.Л.* Нелинейная вибродиагностика машин и механизмов / *С.Л. Цыфанский, В.И. Бересневич, Б.В. Лушников*. – Рига: изд-во Рижского техн. ун-та, 2008. – 366 с.
6. *Черных, И.В*. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. *В.Г. Потемкина*. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. – 496 с.

COMPUTER MODELING OF DRY UNCOULOMB FRICTION ELEMENT'S DYNAMICS

© 2010 B.V. Lushnikov

Kursk State Technical University

Results of computer modeling in the Simulink/MatLab environment of an element's dynamics with dry unCoulomb friction which mathematical model allows to realize frictional self-oscillations are presented. Testing of the offered computer models has shown their sufficient adequacy for possibility of research of laws of motion and features of dynamic processes of systems with dry unCoulomb friction.

Key words: *dry friction, computer modelling, dynamic systems*

Boris Lushnikov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical Mechanics and Mechatronics. E-mail: boris@mail.kursknet.ru