

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА «ТЕЧЬ ПЕРЕД РАЗРУШЕНИЕМ»

© 2010 Ю.Л. Тарасов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 01.04.2010

В статье рассматривается возможность математического моделирования развития сквозных дефектов в конструкциях трубопроводов, приводящих к нарушению прочности и течи продукта без нестабильного и быстро распространяющегося катастрофического разрушения.

Ключевые слова: сквозной дефект, разрушение, математическое моделирование

Трещина, образовавшаяся на внутренней поверхности трубопровода или емкости высокого давления, за счет циклических процессов или коррозии под напряжением может увеличивать свои размеры и, наконец, достичь внешней стороны стенки, т.е. стать сквозным повреждением. Такие дефекты приводят к нарушению прочности и могут привести к течи продукта (частичное разрушение), либо вызвать полное катастрофическое разрушение, т.е. нестабильное быстро распространяющееся разрушение. Процесс частичного стабильного разрушения, сопровождаемый течью продукта, является желательным ходом событий.

Анализ вариантов развития поверхностных дефектов на стенках трубопроводов. Определение условий разрушения конструкции трубопровода возможно на основе учета таких свойств материала, как вязкость разрушения, действующих напряжений и размеров трещиноподобных дефектов. Будем полагать, что на внутренней поверхности возникает несквозное повреждение типа трещины полуэллиптической формы глубиной l и полудлиной a (рис. 1).

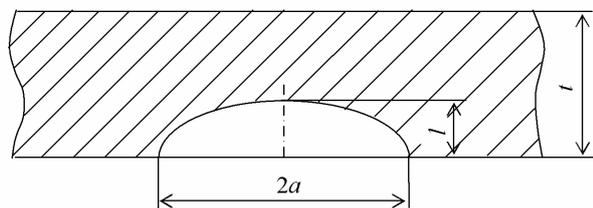


Рис. 1. Схематизация несквозной трещины в стенке трубы

Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от приложенных напряжений и характерного размера дефекта имеет вид

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y \quad (1)$$

При этом для определения параметра Y , зависящего от геометрии тела, формы трещины и вида напряженного состояния, можно воспользоваться формулами, приведенными в литературе [1-3]. На основе решения задачи о поле напряжений вокруг эллиптического дефекта, полученного Гринном и Снеддоном, а также Ирвином, в работах [4-6] приведено выражение для коэффициента интенсивности напряжений

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi l}}{\Phi} \left(\sin^2 \varphi + \frac{l^2}{a^2} \cos^2 \varphi \right)^{1/4} \quad (2)$$

Здесь Φ – эллиптический интеграл второго рода:

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{a^2 - l^2}{a^2} \sin^2 \varphi \right)^{1/2} d\varphi \quad (3)$$

где l и a определяются из рисунка 1.

Величину Φ можно представить в виде ряда

$$\Phi = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{a^2 - l^2}{a^2} - \frac{3}{64} \left(\frac{a^2 - l^2}{a^2} \right)^2 - \dots \right] \quad (4)$$

Даже при значениях l/a , близких к нулю, третий член в квадратных скобках дает вклад, относительная величина которого оценивается 5%. Поэтому в большинстве случаев им пренебрегают. При этом будем иметь

$$\Phi = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi l^2}{8 a^2} \quad (5)$$

и

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi l}}{\frac{3}{8}\pi + \frac{1}{8}\pi \frac{l^2}{a^2}} \left(\sin^2 \varphi + \frac{l^2}{a^2} \cos^2 \varphi \right)^{1/4} \quad (6)$$

Тарасов Юрий Леонидович, доктор технических наук, профессор кафедры прочности летательных аппаратов. E-mail: proch@ssau.ru

Соотношения (2) и (6) с небольшими изменениями можно применять к полуэллиптическим поверхностным повреждениям – трещинам (рис. 2).

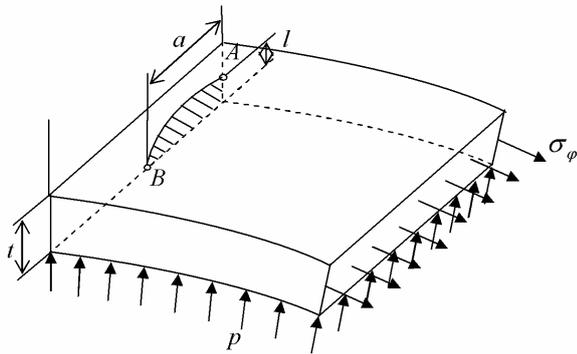


Рис. 2. Часть стенки трубопровода с осевым повреждением

Величина K_I , как это нетрудно установить, меняет свои значения вдоль фронта трещины. На конце малой полуоси ($\varphi=\pi/2$) интенсивность напряжений максимальна, на конце большой полуоси ($\varphi=0$) она принимает наименьшее значение. Эти значения равны

$$K_{I(\varphi=\pi/2)} = \frac{\sigma\sqrt{\pi l}}{\Phi}; \quad (7)$$

$$K_{I(\varphi=0)} = \frac{\sigma\sqrt{\pi l}}{\Phi} \sqrt{\frac{l}{a}}. \quad (8)$$

Поверхностная трещина оказывает более сильное влияние на прочность, чем внутренняя. Большое влияние поверхностных трещин на прочность элемента конструкции объясняется отсутствием связей с наружной стороны [7]. Учет этого обстоятельства производится с помощью корректировочного коэффициента [4], равного примерно 1,12 и учитывающего наличие свободной тыльной поверхности. Наличие в вершине трещины пластической деформации приводит к тому, что трещина ведет себя так, как если бы она была немного длиннее, чем на самом деле [7, 8]. В этом случае получим окончательное выражение для K_I в виде

$$K_I = \frac{1,12\sigma\sqrt{\pi l}}{Q} \left(\sin^2 \varphi + \frac{l^2}{a^2} \cos^2 \varphi \right)^{1/4}, \quad (9)$$

где

$$Q = \sqrt{\Phi^2 - 0,212 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} \quad (10)$$

– параметр формы дефекта для поверхностных и внутренних повреждений – дефектов. Для определения его величины можно воспользоваться

графиками, приведенными на рис. 3. С учетом (9) и (10) получим

$$K_{I(\varphi=\pi/2)} = 1,12\sigma\sqrt{\frac{\pi l}{Q}}; \quad (11)$$

$$K_{I(\varphi=0)} = 1,12\sigma\sqrt{\frac{\pi l^2}{Q a}}. \quad (12)$$

Заметим, что в случае полукругового дефекта при $l/a=1$ и без учета пластических деформаций, т.е. при $Q=\Phi=\pi/2$ будем иметь

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma\sqrt{\pi l}. \quad (13)$$

Это справедливо при любых значениях угла φ . Отношение значений коэффициентов интенсивности напряжений при $\varphi=\pi/2$ и $\varphi=0$, определяемых равенствами (11) и (12), равно

$$\frac{K_{I(\varphi=\pi/2)}}{K_{I(\varphi=0)}} = \sqrt{\frac{a}{l}}, \quad (14)$$

откуда

$$K_{I(\varphi=0)} = K_{I(\varphi=\pi/2)} \sqrt{\frac{l}{a}}. \quad (15)$$

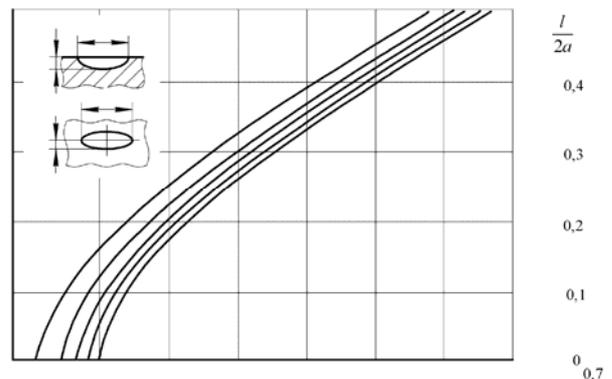


Рис. 3. Графики параметра формы дефекта Q для поверхностных внутренних повреждений

Состояние перед разрушением может развиваться по схеме, изображенной на рис. 4. Предположим, что поверхностный дефект полуэллиптической формы с размерами $2a$ и l расположен на внутренней поверхности трубопровода и ориентирован нормально по отношению к направлению кольцевых напряжений (рис. 2). Из-за агрессивности среды и циклических нагрузок эта трещина будет расти. На основании (15) следует, что поверхностный дефект полуэллиптической формы растет в направлении, параллельном малой оси эллипса, где $\varphi=\pi/2$, до тех пор, пока дефект не примет полукруглую конфигурацию. Далее трещина будет расти как непрерывно распространяющаяся полукруговость до тех пор, пока не выйдет на внешнюю поверхность

трубопровода. Трещина будет расти, распространяясь на оставшиеся неразрушенные объемы (заштрихованная зона) по всей толщине (рис. 4).

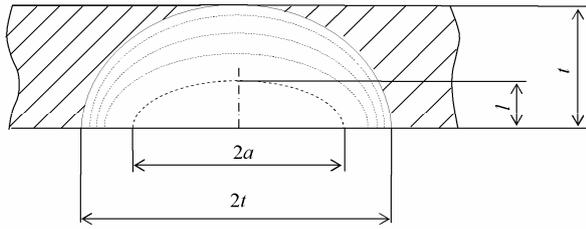


Рис. 4. Схема роста полуэллиптического поверхностного повреждения в полукруглое

После достижения трещиной внешней поверхности трубопровода происходит утечка перекачиваемого продукта, что делает реальным обнаружение этой трещины. Однако существует и вероятность нестабильного развития трещины. При наличии сквозной трещины длиной $2a$ ее края под действием внутреннего давления имеют тенденцию к повороту, т.е. выгибаются наружу, как это показано на рис. 5. Ниже это обстоятельство учитывается путем введения коэффициента увеличения интенсивности напряжений Фолиаса [9].

Явление нестационарного роста трещины вдоль образующей будет иметь тяжелые последствия, если по трубопроводу транспортируется газ. Однако в некоторых случаях возможно предотвратить глобальное разрушение. Эта благоприятная возможность связана с обнаружением трещины при контроле трубопровода. Обнаружение становится возможным вследствие утечки газа или нефти. Итак, желательно прекращение роста трещины после того, как она проскакивает через стенку трубопровода. Трубопровод, развитие повреждения которого происходит подобным образом, удовлетворяет критерию «течь перед разрушением».

Условия реализации критерия «течь перед разрушением». В работах Ирвина и Сроули [10, 11] был предложен упрощенный критерий «течь перед разрушением». Он основан на предположении о том, что нестабильность, предшествующая разрушению, в трещине размера $2t$ возникает при напряжении, равном пределу текучести σ_T . Предполагается также, что при таком высоком напряжении имеет место плоское напряженное состояние. Следовательно, остановка может произойти при условии, что интенсивность напряжений при плоском напряженном состоянии удовлетворяет условию

$$K_c \geq \sigma_T \sqrt{\pi(t + r_p)} \quad (16)$$

Здесь r_p – радиус зоны пластической деформации в вершине трещины. Значение r_p принималось равным

$$r_p = \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 \frac{l}{2\pi},$$

а $l=t$ и $\sigma=\sigma_T$. Тогда

$$K_c^2 \geq \left(\pi + \frac{1}{2} \right) t \sigma_T^2$$

или

$$\frac{K_c^2}{t \sigma_T^2} \geq \left(\pi + \frac{1}{2} \right) \quad (17)$$

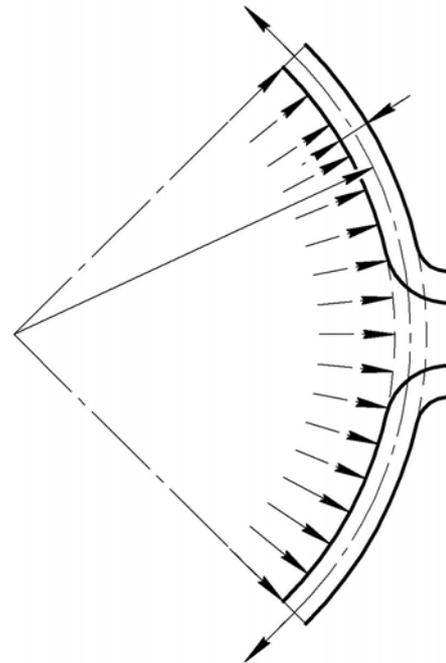


Рис. 5. Схема выгибания зоны трубопровода с трещиной

При получении этого выражения не было сделано допущения о малости размеров пластической зоны по сравнению с размерами трещины. Критерий (17) слишком упрощен и находит ограниченное применение в качестве критерия утечки до разрушения, так как его применимость возможна в условиях общей текучести. Кроме того, это условие непригодно для поверхностных дефектов, длина которых превышает две толщины стенки трубопровода.

Установим более общий критерий утечки до разрушения, пригодный для труб всех размеров. Условие разрушения стенки трубопровода при наличии поверхностного дефекта запишем на основании выражения (11):

$$K_{lct} = 1,12 M_K \frac{P}{\Phi} \left(1 + \frac{R}{t} \right) \sqrt{\pi l} \quad (18)$$

В этом выражении используются следующие обозначения: K_{lct} – коэффициент интенсивности напряжений для материала с трещиной, распространяющейся в направлении толщины (рис. 6); M_K – коэффициент увеличения интен-

сивности напряжений Кобаяши [12], учитывающий приближение фронта трещины к свободной поверхности. Для определения величины M_K можно воспользоваться графиком, приведенным на рис. 7.

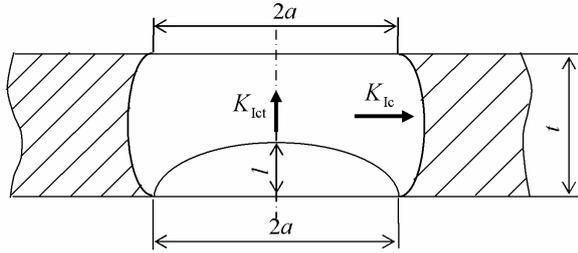


Рис. 6. Схема реализации критерия «течь перед разрушением»

Окружное напряжение σ_φ в тонкостенной конструкции равно pR/t . Добавляя к этому напряжению величину p , мы учитываем давление внутри трещины. Используя разложение функции Φ в ряд (?4.4), можно получить для давления, необходимого для процесса нестабильного роста поверхностного дефекта, следующее выражение:

$$p_1 = \frac{\frac{\pi}{8} \left(3 + \frac{l^2}{a^2} \right) K_{Ict}}{1,12 M_K \left(1 + \frac{R}{t} \right) \sqrt{\pi l}} \quad (19)$$

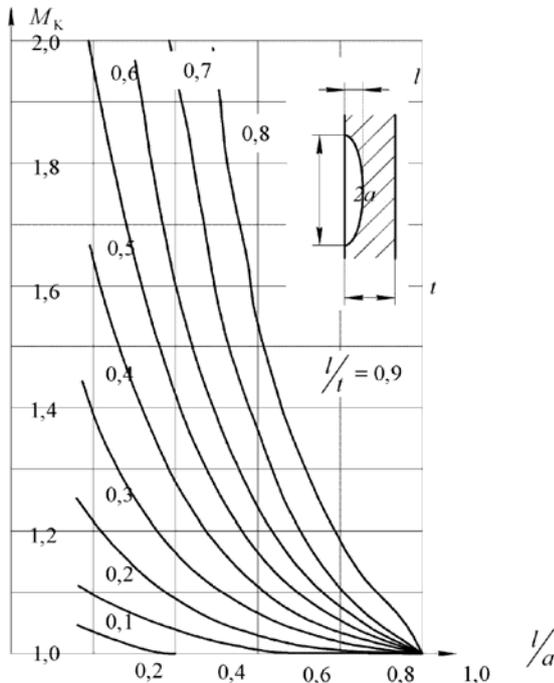


Рис. 7. Коррекция Кобаяши, учитывающая близость свободной поверхности к фронту трещины

Поверхностный дефект перерастет в сквозную трещину с размером $2a$. Для сквозной трещины, имеющей длину $2a$ в стенке трубо-

провода (рис. 5), коэффициент интенсивности напряжений следует задать соотношением

$$K_I = M_F \sigma_\varphi \sqrt{\pi a} = \frac{pR}{t} \left[\left(1 + 1,16 \frac{a^2}{Rt} \right) \pi a \right]^{1/2} \quad (20)$$

Здесь M_F – коэффициент увеличения интенсивности напряжений, который был получен теоретически Фолиасом [19]. Смысл этого коэффициента рассмотрен выше. Его величина определяется согласно (20) по формуле

$$M_F = \sqrt{1 + 1,61 \frac{a^2}{Rt}} \quad (21)$$

Согласно уравнению (20) давление p_2 , вызывающее нестабильное развитие сквозной трещины, задается следующим соотношением:

$$p_2 = \frac{K_{Ic}}{M_F \frac{R}{t} \sqrt{\pi a}} \quad (22)$$

Здесь K_{Ic} – вязкость разрушения материала с трещиной, распространяющейся в продольном направлении (см. рис. 6).

Остановка трещины произойдет в случае, если давление, необходимое для распространения сквозной трещины длиной $2a$ больше, чем давление, необходимое для нестабильного роста поверхностного повреждения, глубина которого l . Следовательно, критерий утечки до разрушения следует из неравенства $p_2 > p_1$, которое с помощью (19) и (20) можно представить в виде

$$\frac{K_{Ic}}{M_F \frac{R}{t} \sqrt{\pi a}} > \frac{\frac{1}{8} \pi \left(3 + \frac{l^2}{a^2} \right) K_{Ict}}{1,12 M_K \left(1 + \frac{R}{t} \right) \sqrt{\pi l}}$$

или

$$\frac{K_{Ic}}{K_{Ict}} > \frac{\frac{1}{8} \pi \left(3 + \frac{l^2}{a^2} \right) M_F \frac{R}{t}}{1,12 M_K \left(1 + \frac{R}{t} \right) \sqrt{\frac{l}{a}}} \quad (23)$$

Критериальное выражение (23) можно упростить, если пренебречь единицей по сравнению с отношением R/t . Далее, величину коэффициента Фолиаса M_F можно принять равной 1. Это справедливо в случае, когда в выражении (21) величина

$$1,61 \frac{a^2}{Rt} \ll 1 \quad (24)$$

В этом случае на величину давления p_2 коррекция M_F не влияет. С учетом сказанного (23) можно представить в виде

$$\frac{K_{Ic}}{K_{Ict}} \geq \frac{1}{9} \frac{\pi}{M_K} \left(3 + \frac{l^2}{a^2} \right) \left(\frac{l}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

Для поверхностных дефектов, характеризуемых малым отношением l/t , $M_K \approx 1$. В этом случае правую часть выражения (25) вычислить несложно; графическое изображение данного неравенства представлено на рис. 8 (верхняя кривая). Для пологих дефектов при $l/t \approx 1$ значение $M_K \approx 2$. Поэтому нижняя линия на рис. 8 начинается при значении отношения K_{Ic}/K_{Ict} , составляющем примерно 0,5 от соответствующего значения для верхней линии. Для полукруглых поверхностных дефектов M_K близко к единице независимо от l/t . Таким образом, в правой части диаграммы обе линии совпадают, что дает возможность найти нижнюю границу для $l/t \approx 1$. Условие утечки до разрушения более легко выполняется в материалах, обладающих значительной анизотропией. На практике анизотропия вязкости разрушения редко бывает больше, чем 2. Это обстоятельство затрудняет подбор условий «течь перед разрушением» для трещин, глубина которых меньше величины, определяемой отношением $l/t \approx 1$.

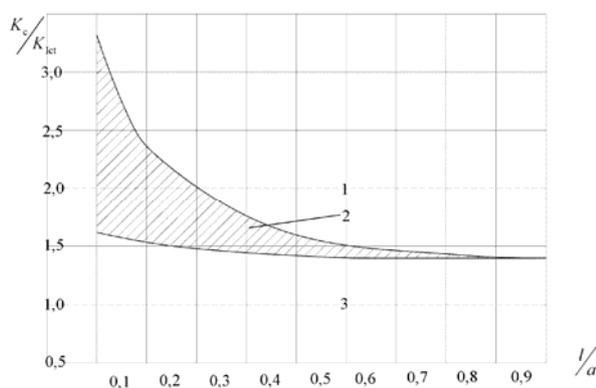


Рис. 8. Область выполнения критерия «течь перед разрушением»

Ситуация существенным образом меняется в случае, когда сквозная трещина находится в плоском напряженном состоянии, а в районе поверхностного дефекта – повреждения имеет место плоская деформация. Последнее весьма вероятно, так как из-за изогнутых берегов трещины пластическое ограничение велико. С учетом сказанного по оси ординат на рис. 8 следует откладывать отношение K_c/K_{Ict} , где K_c – вязкость разрушения материала для данной толщины элемента конструкции, т.е. t . Отношение K_c/K_{Ict} остается достаточно большими вплоть до сравнительно значительных толщин t . В этих случа-

ях добиться реализации утечки до разрушения возможно.

В работе [13] приведены результаты исследования влияния варьирования химического состава сплава и примесей в нем в пределах стандартного состава на вязкость разрушения крупногабаритных прессованных полуфабрикатов. Эти данные свидетельствуют о том, что варьирование состава металла дает различные значения отношения K_{Ic}/K_{Ict} в пределах 1,06-1,58. Это подтверждает возможность соблюдения условий реализации критерия «течь перед разрушением». В работе [6] подтверждается высказанное выше предположение о возможности замены отношения K_{Ic}/K_{Ict} в условии (25) отношением K_c/K_{Ict} . Значения этих отношений достаточно велики вплоть до сравнительно больших толщин t . В этом можно убедиться, если воспользоваться представлением K_c в виде эмпирического соотношения Ирвина, приведенного в [5]:

$$K_c^2 = K_{Ic}^2 \left\{ 1 + 1,4 \left[\frac{1}{t} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2 \right]^2 \right\} \quad (26)$$

Правомерность использования отношения K_c/K_{Ict} в условии (25) подтверждается и в работе [6]. «Оказывается, – утверждает автор, – что в любом случае для устойчивого образования таким путем сквозной трещины обычно требуется наличие прочностной анизотропии, когда $K_c/K_{Ict} > 1$. Если толщина стенки достаточно мала, то данное условие «течи перед разрушением» может с хорошей степенью точности быть удовлетворено даже для изотропного материала».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Панасюк, В.В. Экспериментальное определение вязкости разрушения конструкционных материалов: Рекомендации по стандартизации определения вязкости разрушения / В.В. Панасюк, А.Е. Андрейкив, С.Е. Ковчик // Физ.-хим. механика материалов. – 1976. – Т. 12, № 2. – С. 10-17.
2. Прикладные вопросы вязкости разрушения / Пер. с англ. под ред. Б.А. Дроздовского. – М.: Мир, 1968. – 552 с.
3. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик вязкости разрушения (трещиностойкости) при статическом разрушении: Методические указания РД 50-260-81. – М.: Госстандарт СССР, 1982. – 55 с.
4. Брок, Д. Основы механики разрушения: Пер. с англ. / Д. Брок. – М.: Высш. школа, 1980. – 368 с.
5. Херцберг, Р.В. Деформация и механика разрушения конструкционных материалов: Пер. с англ. / Р.В. Херцберг. – М.: Металлургия, 1989. – 575 с.
6. Хеллан, К. Введение в механику разрушения: Пер. с англ. / К. Хеллан. – М. МИР, 1988. – 364 с.

7. Васильченко, Г.С. Практическое применение механики разрушения для оценки прочности конструкций / Г.С. Васильченко, П.Ф. Кошелев. – М.: Наука, 1974. – 148 с.
8. Браун, У. Испытания высокопрочных металлических материалов на вязкость разрушения при плоской деформации: Пер. с англ. / У. Браун, Дж. Сроули. – М.: Мир, 1972. – 246 с.
9. Folias, E.S. A finite crack in a pressured cylindrical shell / E.S. Folias // Int. J. Fracture Mech. – 1965. – V. 1. – P. 104-113.
10. Irwin, G.R. Progress in the development of crack toughness fracture tests / G.R. Irwin, J.E. Srawley // Materialprüfung. – 1962. – V. 4. – P. 1-11.
11. Irwin, G.R. Fracture of pressure vessels / G.R. Irwin // Material for missile and spacecraft. – Mc Graw-Hill, 1963. – P. 204-229.
12. Kobayashi, A.S. Approximate stress intensity factor for an embedded elliptical crack near two parallel free surfaces / A.S. Kobayashi, M. Zii, L.R. Hall // Int. J. Fracture Mech. – 1965. – V. 1. – P. 81-95.
13. Микляев, П.Г. Кинетика разрушения // П.Г. Микляев, Г.С. Нешпор, В.Г. Кудряшов. – М.: Металлургия, 1979. – 279 с.

MATHEMATICAL MODELING OF EFFECT

«THE FLOW BEFORE DESTRUCTION»

© 2010 Yu.L. Tarasov

Samara State Aerospace University

In a paper the opportunity of mathematical modeling of development of strip defects in pipeline constructions leading to disturbance of durability and flow of a product without inconsistent and quickly spreaded catastrophic destruction is considered.

Key words: *strip defect, destruction, mathematical modeling*