

МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНОГО ВОДОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ДЕЛЬТЕ РЕКИ

© 2010 Л. К. Левит-Гуревич

Институт водных проблем РАН, г. Москва

Поступила в редакцию 07.05.2010

Рассматривается задача рационального водораспределения в дельте реки при условии возможного управления вододелением. Дельта схематизирована в виде ориентированного графа (сеть). Расход воды поступает на входную вершину, двигаясь к выходным вершинам по дугам водотоков, для каждого водотока задана функция условного ущерба как обратная величина оценки эффективности его работы. Ищется распределение расходов по водотокам с максимумом суммы ущербов. Формализация задачи изложена по техническим особенностям функционирования дельты р. Волги, предложен метод решения по схеме динамического программирования.

Ключевые слова: дельта реки, водоток, водораспределение, оптимизация, динамическое программирование

Динамическое программирование [1, 2] является дискретным методом оптимизации по шагам от одной позиции (положения, створа, узла, момента времени и др.) к другой. Позиции объекта расчета рассматриваются в последовательном порядке их перечисления. Известен достаточно широкий класс задач использования динамического программирования на сети, связанный с выбором оптимального пути на заданном графе G от некоторой вершины A до вершины B [4]. Зачастую эти задачи интерпретируются как выбор кратчайшего маршрута от A до B с перебором узлов сети. Однако серьезный интерес представляют собой другой класс задач – задачи ресурсораспределения. В вершину A поступает объем некоторого ресурса, – его надо распределить не по одному маршруту дуг, а по всем дугам графа G до вершины B , соотносясь с разными оценками пропуска ресурса по дугам и оптимальным значением целевой функции из этих оценок. Задачи ресурсного распределения на графе зачастую отличаются линейностью условий по дугам и балансовыми условиями в вершинах. Такие задачи решаются с использованием идеологии потоковых моделей [7], методами линейного программирования (ЛП), нелинейного программирования (НЛП) [3, 6]. Идея использовать динамическое программирование (ДП) для решения указанного класса задач основана на том, что в подробных и детальных постановках технических проблем кроме балансовых условий ресурсного распределения нередко существенны нелинейные локальные условия и ряд дополнительных элементов, связанных с узлами-вершинами или дугами сети, для определения которых формулируются самостоятельно

решаемые задачи. В задачах, связанных с водными ресурсами, такого рода особенности возникают при необходимости учета гидравлических процессов в каналах и на участках рек, нелинейных условий работы гидротехнических сооружений, процессов наполнения водоемов или затопления площадей с насыщением грунтов водой и др., что требует проведения специализированных нелинейных расчетов. Метод ДП удобен именно возможностью выделить локальные элементы и условия, рассматривая их более тщательно на фоне общего алгоритмического решения всей задачи. Таким образом, вопрос о применении метода зависит от степени обобщений: задачи с большой агрегацией условий и элементов сети следует решать с помощью ЛП или НЛП, для задач с нелинейными детальными условиями и специальными элементами расчета целесообразно использовать динамическое программирование.

Задача водораспределения. Рассмотрим задачу на примере региона Нижней Волги (рис. 1). Верхняя часть региона ниже г. Волгограда представляет собой Волго-Ахтубинскую пойму, где два основных водотока (реки Волга и Ахтуба), соединяясь протоками, включают в речную систему многочисленные водоёмы, – озера и ильмени. Нижняя часть региона представляет собой именно дельту, распадающуюся на множество рукавов левой Восточной и правой Западной части (Бузан, собственно Волга, Кривая Болда, Камизьяк, Бахтемир, др.). Рукава прорезаны протоками, к ним привязаны водоемы, выделяется система Западных подступных ильменей (многочисленных сравнительно мелких озер слабопроточной гидравлики), привязанных к Западной части дельты. Рукава дельты, постепенно размножаясь и измельчаясь, впадают в Каспийское море. Волго-Ахтубинский регион и

Левит-Гуревич Леонид Константинович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник. E-mail: Lev-Gur@Yandex.ru

дельта Волги имеют широкие перспективы рыбного и сельского хозяйства, большое значение имеет в регионе навигация и водоснабжение (питьевое, промышленное).

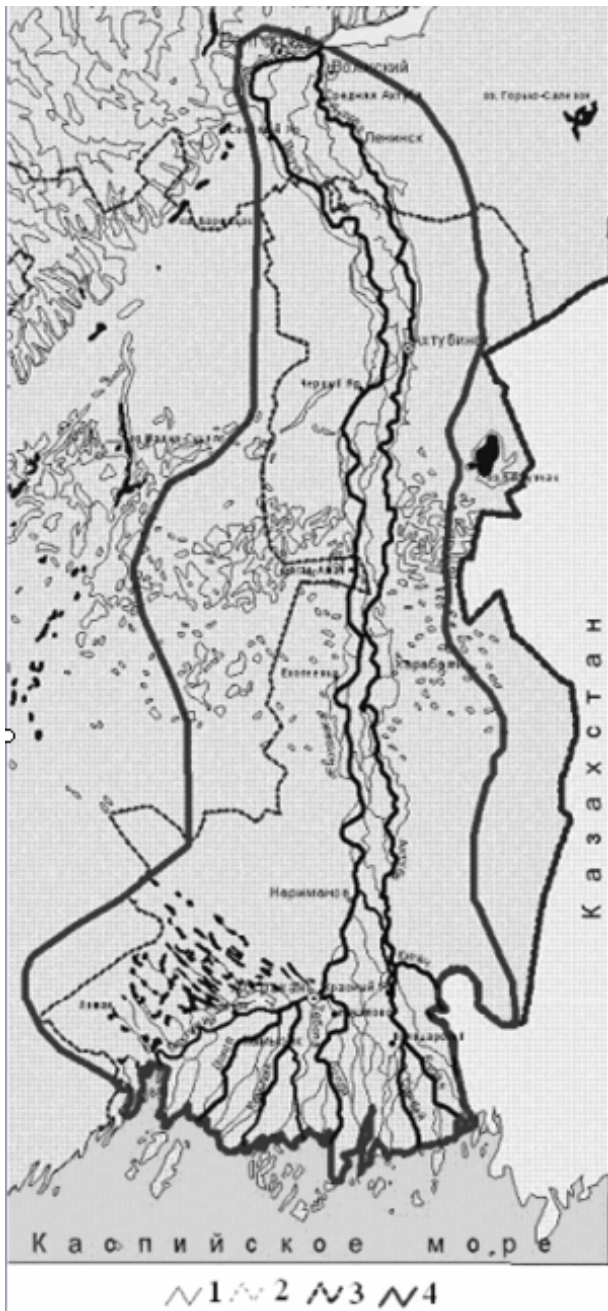


Рис. 1. Регион Нижней Волги: 1 – изолинии; границы: 2 - субъектов РФ, 3 – РФ, 4 – территории водосбора

Хозяйственно-экономическое развитие в регионе полностью зависит от водного режима и складывающихся условий регулирования стока р. Волги каскадом Волжско-Камских водохранилищ. В период половодья режим обеспечения региона водой состоит из нескольких этапов. Первый – «сельскохозяйственная полка» сбросных расходов Волгоградского гидроузла имеет назначение обводнение пойм и наполнения водоемов; второй этап – «рыбная полка» имеет

назначение поддержать стабильный уровень воды на участках реки и пойм для благоприятных условий нереста рыбы. На других этапах летних расходов межени поддерживаются санитарно-экологические, навигационные уровни, обеспечивается водоснабжение. Зимой соблюдаются ледовые условия озер. При низком стоке р. Волги, в маловодное половодье, особенно в меженные периоды низкого стока возникает дефицит водных ресурсов и значительные экономические ущербы. В маловодные годы, особенно при группировке маловодных лет, страдает система Западных подстепных ильменей - они могут остаться сухими, помимо того, что страдают другие водоемы и водотоки. Возникает проблема рационального распределения расходов в продолжение указанных выше водных «полок» по водотокам Нижней Волги, по частям дельты. Рукава-водотоки выделяются как дуги сети с гидравлическими зависимостями расхода от уровней, выделены водоемы как хранилища ресурса, можно учитывать технические условия и ограничения в узлах и на водотоках.

Кроме гидроузла Волгоградского водохранилища, в самом начале дельты существует единственное перегораживающее гидротехническое сооружение - Волжский вододелитель - позволяющее регулировать расход распределения воды на Западную и Восточную части дельты. Другими инструментами регулирования воды в дельте являются лишь шлюзы-регуляторы и каналы водозаборов воды в привязанные к рукавам дельты водоемы. Программная реализация оптимизации водораспределения в дельте Волги помимо выбора рациональных режимов вододеления в каждом конкретном случае поможет выявить места других эффективных поперечных регулирующих сооружений, учитывая, что топография дельты не допускает устройство водохранилищ.

Формализация задачи. Рассматривается плоский планарный (без пересечений) ориентированный граф без циклов, вершины-узлы которого $i=0,1,\dots,I$ соединены дугами $j=1,2,\dots,J$ водотоков. Примем для определенности: вершина графа $i=0$, в которую дуги только входят, и вершина $i=I$, из которой дуги только выходят, единственны, а также действует ограничение: в каждую вершину графа i может входить не более трех дуг j^{*1}, j^{*2}, j^{*3} (кроме вершины $i=I$) от узлов i^{*1}, i^{*2}, i^{*3} и выходить тоже не более трех дуг j_{01}, j_{02}, j_{03} в узлы i_{01}, i_{02}, i_{03} . Совокупность дуг, инцидентных i -му узлу обозначим через $J(i)$. Узел $i=0$ можем назвать входом сети, узел $i=I$ – выходом. Дельты рек заканчиваются множеством водотоков, так что узел $i=I$ формальный, предназначен для иллюстрации метода.

На вход сети поступает расход Q_0 воды, который распределяется по всем дугам. Выходной расход $Q_j \leq Q_0$. Пусть Q_j^0 - расход в начале

дуги, Q_j^* - расход в конце дуги, - при этом $Q_j^0 \geq Q_j^*$, поскольку часть воды расходуется по длине. Расходы воды на водотоке связан с забором её на нужды водоснабжения, на потери, а также на пополнение запасов ресурса $V_j(t)$ в хранилище (водоем, озеро, ильмень), привязанном к данному водотоку, из которого также осуществляется водозабор, - пусть водозабор из водотока и водоема проводится расходами q_j^Q и q_j^V (рис. 2). Существуют некоторые нормативные значения расходов водозабора q_j^{Qnm} и q_j^{Vnm} из водотоков и водоемов, $q_j^Q \leq q_j^{Qnm}$, $q_j^V \leq q_j^{Vnm}$. Общий случай формализации тот, что водоемы располагаются не в узлах сети, а на водотоках, откуда к ним поступает вода ограниченным расходом $\Delta_j \leq \Delta_j^{max}$. Рассмотрим водоем в узле сети можно, введя дополнительный водоток.

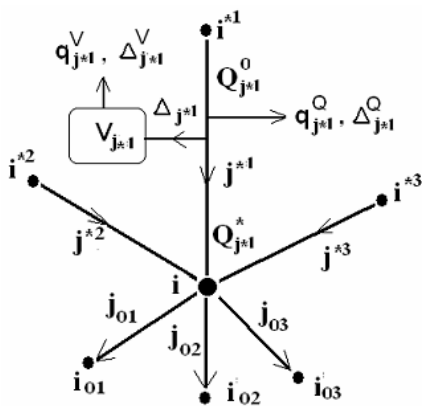


Рис. 2. Схема водотоков, инцидентных узлу i

На каждом водотоке по условиям хозяйствования (например, по условиям навигации, рыбного нереста) зафиксированы некоторые предпочтительные (рациональные, эффективные) значения расхода Q_j^{eff} , а также объема воды V_j^{eff} в водоемах, привязанных к водотоку, ниже максимально возможных значений $Q_j^{eff} \leq Q_j^{max}$, $V_j^{eff} \leq V_j^{max}$ - или диапазоны этих значений. Во время половодья реальные значения расхода воды в водотоках и объемы водоемов могут превысить эффективные значения, в периоды же дефицита воды фактические расходы и объемы обычно меньше эффективных, что ведет к ущербам водопользования. Могут быть предложены оценки близости к эффективным значениям фактического расхода водотока Q_j и объема воды V_j в водоеме функциями $f_j(Q_j, V_j, q_j^Q, q_j^V, Q_j^{eff}, V_j^{eff}, q_j^{Qnm}, q_j^{Vnm})$, где Q_j - средний расход водотока по длине, V_j - средний по времени объем воды в водоеме данного водотока. Легко показать унимодальность f_j : $f_j = 0$ при $Q_j = Q_j^{eff}$, $V_j = V_j^{eff}$, $q_j^Q = q_j^{Qnm}$, $q_j^V = q_j^{Vnm}$ с монотонным ростом при увеличении $|Q_j - Q_j^{eff}|$, $|V_j - V_j^{eff}|$, $|q_j^Q - q_j^{Qnm}|$, $|q_j^V - q_j^{Vnm}|$, что соответствует сути водных проблем.

В частности, оценки может быть представлены в виде коэффициентов эффективности использования воды в системе водотока j с водоемами как функции с нормированными приоритетами $p_j^Q, p_j^V, p_j^{qq}, p_j^{vv}$ на водотоках: $e_j = p_j^Q \times (Q_j / Q_j^{eff}) + p_j^V \times (V_j / V_j^{eff}) + p_j^{qq} \times (q_j^Q / q_j^{Qnm}) + p_j^{vv} \times (q_j^V / q_j^{Vnm})$, $0 \leq e_j \leq 1$, где $p_j^Q + p_j^V + p_j^{qq} + p_j^{vv} = 1$. Верхние индексы приоритетов показывают их назначение.

Функция эффективности всех водотоков дельты $E = 1 / \sum_j [p_j / e_j]$, где p_j - нормированные коэффициенты важности водотоков и привязанных к ним водоемов, $\sum_j p_j = 1$. При использовании как критерия оптимального решения функции эффективности необходимо найти максимум. Экономические ущербы, возникающие, когда расходы водотоков или объемы водоемов в маловодье не достигают заданных рациональных значений, условно связаны с оценками эффективности обратной зависимостью $y_j = u_j / e_j$; ущербы всей дельты равны $Y = \sum_j (p_j \times y_j)$, необходимо найти минимум этой суммы. Ниже рассматривается критерий оптимизации $F = \sum_j (p_j \times f_j) \rightarrow \min$ как сумма выпуклых функций водотоков f_j , что может быть связано с условными ущербами по водотокам.

Техническая сторона задачи отражается в необходимости учета параметров водотоков и водоемов дельтовой сети, ряда вычисляемых показателей, а также гидравлических характеристик пропускания расходов. Течение воды в водотоке характеризуются уровнями Z_j^0 и Z_j^* в начале и в конце водотока, показателем площади зеркала воды s_j причем $s_j = s(Q_j^0, Q_j^*)$. Водоемы на всяком j -ом водотоке характеризуются показателем площади зеркала воды $S_j = S(V_j^0, V_j^T)$. Площади зеркала s_j и S_j выделены специально для возможности расчета расхода потерь воды Δ_j^Q и Δ_j^V на водотоках и водоемах при функционировании дельтовой системы, они зависят от площади зеркала $\Delta_j^Q = \Delta(s_j)$, $\Delta_j^V = \Delta(S_j)$. Важное техническое условие функционирования дельты состоит в выполнении баланса поступающих и выходящих расходов в узлах водотоков, поскольку по топографическим условиям строить там регулируемые водохранилища нельзя.

Установившееся и спокойное движения воды в рассматриваемый период позволяет упростить гидравлические расчеты. Удобно использовать заранее рассчитанные по методам установившегося движения воды зависимости $Q_j^{avr} = \varphi_j(k_j, Z_j^0, Z_j^*)$ от среднего расхода $Q_j^{avr} = (Q_j^0 + Q_j^*) / 2$, от уровней в начале Z_j^0 и в конце Z_j^* водотока и коэффициента $k_j = (Q_j^0 - Q_j^*) / (Q_j^0 + Q_j^*)$, $0 \leq k_j \leq 1$, для каждого

водотока, отражающего расход водоотбора из водотока. Поперечные регулирующие гидротехнические сооружения могут быть установлены в начале и/или в конце его, пропускной расход сооружений описывается функциями $Q_j^o = \psi_j^o(g_j^o, Z_{io}, Z_j^o)$, $Q_j^* = \psi_j^*(g_j^*, Z_j^*, Z_{i^*})$, где Z_{io}, Z_{i^*} – уровни узлов начала и конца водотока, g_j^o, g_j^* – параметры открытия водопропускных отверстий.

Водотоки и водоемы функционируют заданный период в сутках $t = \overline{0, T}$, и общим случаем их работы является наполнение водоемов каждого водотока от начальных V_j^o до конечных V_j^T объемов равномерно за период или поддержание достигнутого ранее уровня. Вода из водотока поступает в привязанные водоемы расходом $\Delta_j \leq \Delta_j^{\max}$, по каналам, через специальные шлюзы-регуляторы, насосные станции, - применимы разные схемы водоподачи. Заданных параметров водотока и привязанных водоемов,

начального значения их объемов, расхода водотока в рассматриваемой период времени достаточно для расчета режима функционирования системы водотока с привязанными водоемами, включая выбор V_j^T (по возможности до V_j^{eff}). Расчет перечисленных показателей, включая показатель эффективности, проводится процедурой R .

Задача состоит в том, чтобы при заданном входном расходе в сеть определить: расходы на дугах-водотоках, величины наполнений водоемов и поступающие к ним расходы, отбираемые из водотоков и водоемов расходы водоснабжения, потери, - так, чтобы обеспечить распределение воды на сети с минимумом критерия. Формулировка следующая, - заданы Q_0 и $V_j^o, j = \overline{1, J}$ определить $Q_j^o, Q_j^*, V_j^T, \Delta_j, q_j^Q, q_j^V, j = \overline{1, J}$, а также $Q_i, i = \overline{1, I}$, при условиях:

$$F = \sum F_j = \sum_j f_j(Q_j, V_j, q_j^Q, q_j^V, Q_j^{\text{eff}}, V_j^{\text{eff}}, q_j^{\text{Qnrm}}, q_j^{\text{Vnrm}}) \rightarrow \min \quad (1)$$

$$Q_i = Q_{jo1}^o + Q_{jo2}^o + Q_{jo3}^o = Q_{j^*1}^* + Q_{j^*2}^* + Q_{j^*3}^*, \quad j^{*1}, j^{*2}, j^{*3}, j_{o1}, j_{o2}, j_{o3} \in J(i), i = \overline{1, I-1} \quad (2)$$

$$Q_o = Q_{jo1}^o + Q_{jo2}^o + Q_{jo3}^o, \quad j_{o1}, j_{o2}, j_{o3} \in J(0) \quad (3)$$

$$Q_l = Q_{j^*1}^* + Q_{j^*2}^* + Q_{j^*3}^*, \quad j^{*1}, j^{*2}, j^{*3} \in J(I) \quad (4)$$

$$Q_j^{\min} \leq Q_j^o \leq Q_j^* \leq Q_j^{\max}, \quad j = \overline{1, J} \quad (5)$$

$$Q_j^{\text{avr}} = \varphi_j(k_j, Z_j^o, Z_j^*), \quad Q_j^{\text{avr}} = (Q_j^o + Q_j^*)/2, \quad k_j = (Q_j^o - Q_j^*)/(Q_j^o + Q_j^*), \quad j = \overline{1, J} \quad (6)$$

$$Q_j^o = \psi_j^o(g_j^o, Z_j^o, Z_j^*), \quad Q_j^* = \psi_j^*(g_j^*, Z_j^*, Z_j^*), \quad i = \overline{0, I}, j \in J(i) \quad (7)$$

$$Z_j = Z_{j^*1}^* = Z_{j^*2}^* = Z_{j^*3}^* = Z_{jo1}^o = Z_{jo2}^o = Z_{jo3}^o \quad (8)$$

$$s_j = s(Q_j^o, Q_j^*), \quad S_j = S(V_j^T), \quad j = \overline{1, J} \quad (9)$$

$$0 \leq V_j^{\min} \leq V_j(t) \leq V_j^{\max}, \quad j = \overline{1, J} \quad (10)$$

$$\Delta_j^Q = \Delta(s_j), \quad \Delta_j^V = \Delta(S_j), \quad j = \overline{1, J} \quad (11)$$

$$0 \leq q_j^Q \leq q_j^{\text{Qnrm}}, \quad 0 \leq q_j^V \leq q_j^{\text{Vnrm}}, \quad j = \overline{1, J} \quad (12)$$

$$Q_j^o - Q_j^* = \Delta_j + q_j^Q + \Delta_j^Q, \quad j = \overline{1, J} \quad (13)$$

$$(V_j^T - V_j^o)/T = (\Delta_j - q_j^V - \Delta_j^V) \times 86400, \quad j = \overline{1, J} \quad (14)$$

$$\Delta_j \leq \Delta_j^{\max}, \quad j = \overline{1, J} \quad (15)$$

$$\{\Delta_j, V_j^T, \Delta_j^Q, \Delta_j^V, q_j^Q, q_j^V, f_j\} = R[Q_j^o, Q_j^*, V_j^o, V_j^{\max}, q_j^{\text{Qnrm}}, q_j^{\text{Vnrm}}, \Delta_j^{\max}] \quad (16)$$

$$\{Z_i, Q_j^o, Q_j^*, j = \overline{1, J}, i = \overline{0, I}\} = H[Q_o, k_j, j = \overline{1, J}] \quad (17)$$

По всем обозначениям даны объяснения в тексте: (1) – целевая функция; (2), (3), (4) – расход, проходящий через узел, баланс расходов в узлах, включая входной и выходной узлы; (5) – ограничения расходов по дугам водотоков; (6) – гидравлическая зависимость уровней и расхода

водотока; (7) - пропускная способность сооружений в начале и в конце водотоков; (8) - уровень в узле без сооружений равен уровням в конце входящих и в начале выходящих водотоков; (9) – расчет площадей зеркала воды в водотоках и водоемах; (10) – ограничения емкости

водоемов; (11) – вычисление потерь воды на водотоках и водоемах; (12) – ограничения расходов водозабора из водотоков, водоемов нормативными значениями; (13) – баланс расходов на дугах водотоков; (14) – формула равномерного наполнения водоемов за период; (15) – ограничение расходов, поступающих из водотоков в водоемы; (16) – условное обозначение расчетной процедуры функционирования водотока и привязанных к нему водоемов (в фигурных скобках – искомые переменные, в квадратных – заданные параметры); (17) – условное обозначение процедуры гидравлической увязки сети.

В изложенной модели условия (5), (10) – ограничения пропускаемых по расходов водотоков и объемов наполнения водоемов «сверху» (максимум) и «снизу» (минимум) по допустимым санитарно-экологическим соображениям. Но большинство практических применений задачи относится к периодам дефицита водных ресурсов, когда может оказаться, что найти рациональное вододеление невозможно: не все водотоки дельтовой системы и привязанные к ним водоемы смогут быть обеспечены даже санитарно-экологическими расходами и объемами воды. Задача решается всегда, если исключить (5), (10) из строгих ограничений, рассматривать их как мягкие с характером желательности и включить в критерий оптимизации члены с $1/e_j^+$ и $1/e_j^-$, где $e_j^+ = \min(Q_j, Q_j^{\min}) / Q_j^{\min}$, $e_j^- = \min(V_j, V_j^{\min}) / V_j^{\min}$. Коэффициентами предпочтения p_j регулируется состав водотоков и водоемов, которыми можно «пожертвовать» в плане нарушений минимально допустимых значений расходов и объемов.

Решение задачи. Решение задачи вододеления в дельте реки основано на идее циклического расчета по «кусочкам» ΔQ_0 заданного входного расхода Q_0 . Каждая порция распределяется на сети по одному маршруту водотоков, поиск которого ведется методом динамического программирования. При этом варьируются расходы наполнения водоемов на водотоках искомого маршрута, и вариации расходов сопровождаются расчетом рационального функционирования водотоков с привязанными к ним водоемами по процедуре R . При распределении каждого ΔQ_0 также отслеживается выполнение гидравлических условий с помощью расчетной процедуры H . Таким образом, метод решения состоит в сочетании выбора наилучшего маршрута для ΔQ_0 с выбором оптимальных расходов наполнения водоемов водотоков и проверкой выполнения условий гидравлики. Полные доказательства не приводятся, но указаны принципы доказательств.

Пусть $\Delta Q_0 = Q_0 / M$, $M = const$, – часть входного расхода на дельту, величина которого достаточно мала, так что оптимальное вододеление

добавки ΔQ_0 соответствует распределению по некоторому маршруту в сети водотоков на фоне распределенной уже ранее части входного расхода. Доказательство возможности выделения малой «одномаршрутной» части расхода основано на дискретности, – число водотоков ограничено, целевая функция аддитивна и пр. Задача решается в цикле $m=1,2,..M$, $Q_0^m = m \times \Delta Q_0$, увеличения входного расхода; на каждом шаге выбирается наилучший маршрут распределения ΔQ_0 и расчеты функционирования каждого водотока с его водоемами на выбранном маршруте. При этом, поскольку на каждом шаге $m = \overline{1, M}$ выбирается свой маршрут водотоков, расход Q_0^m распределяется как составной из малых добавок по всей сети водотоков. Первая порция ΔQ_0 распределяется оптимально. Если Q_0^m распределено по сети оптимально, то $Q_0^{m+1} = Q_0^m + \Delta Q_0$ также распределяется оптимально с точностью до дискретности вариаций расходов на водотоках; доказательство основано на аддитивности и выпуклости целевой функции F . Строгость изложенного подхода к оптимизации распределения воды по сети водотоков в дельте нарушается из-за необходимости учета гидравлики течения воды по водотокам. Дело в следующем: инструментами управления распределением воды являются поперечные регулирующие сооружения на водотоках и боковые сооружения на трактах поступления воды из водотоков в привязанные к ним водоемы. На сегодняшний день поперечные сооружения в дельте – редкость; гидравлика водотоков значительно влияет на распределение воды и может нарушать результаты оптимального распределения ΔQ_0 по наилучшим маршрутам. Поэтому в алгоритме решения предусмотрен расчет гидравлических характеристик водотоков после каждого распределения ΔQ_0 . Нет доказательств достижения точного оптимального решения при учете естественного растекания в узлах, но можно говорить о близости к решению.

Метод в строгой последовательности действий начинается с построения списка узлов сети водотоков, по которым осуществляется выбор рационального маршрута распределения добавки ΔQ_0 – $L(0, \cdot, i^{*1}, \cdot, i^{*2}, \cdot, i^{*3}, \cdot, i, \cdot, I)$. Список строится по алгоритму: в L включен входной узел $i=0$ и L пополняется любым узлом i , если все непосредственно вышележащие к нему узлы (узлы-«родители»), – i^{*1}, i^{*2}, i^{*3} ранее уже включены в список. Поиск распределения всего расхода Q_0 , поступающего на входной узел водотоков, описывается в виде алгоритма.

1. Построение списка $L(0, \cdot, i, \cdot, I)$ перебора вершин сети G – узлов водотоков.

2. Подготовка массивов информации: расходы в узлах $Q(i) = 0$; расходы на входах и выходах водотоков $Q^o(j) = 0, Q^*(j) = 0$; функции оценок режима работы водотоков $F(j) = 0$; наполнение водоемов $V^T(j) = 0, V^o(j)$ задано.

3. Задана величина $M, \Delta Q_o = Q_o / M; \Delta V(j) = 0$.

4. Цикл $m = 1, 2, \dots, M$. Вспомогательные функции при выборе лучшего маршрута для ΔQ_o : $\Delta F_i(\Delta Q_i) = 0$ - дополнительные оценки функций условных ущербов, $L^{opt}(l) = 0, l = 0, 1, \dots, I$, - список узлов маршрута; $\Delta Q_{i^*}^{opt}(l) = 0$ - лучшие значения дополнительного расхода в узлах-«родителях» рассматриваемых узлов.

4.1. Цикл перебора узлов водотоков по списку $L: l = 0, 1, \dots, I; i = L(l)$. Из описания структуры сети определяются вышерасположенные узлы i^{*1}, i^{*2}, i^{*3} (узлы-«родители» для узла i) и водотоки:

$$j^{*1} = i^{*1} \rightarrow i, j^{*2} = i^{*2} \rightarrow i, j^{*3} = i^{*3} \rightarrow i.$$

4.1.1. Для выбранного узла i водотоков по рекуррентному соотношению метода динамического программирования строится функция $\Delta F_i(\Delta Q_i)$:

$$\Delta F_i(\Delta Q_i) = \min_w \{ \min_W [\Delta F_{i^*}(\Delta Q_{i^*}) + f_{j^*}(Q_{j^*}^o + \Delta Q_{j^*}^o, Q_{j^*}^* + \Delta Q_{j^*}^*) - F(j^*)] \} \quad (18)$$

варьируются: узлы-«родители» $w = \{i^* = i^{*1}, i^* = i^{*2}, i^* = i^{*3}\}$ и дополнительный расход для соответствующих водотоков $W = \{\Delta Q_{i^*}, \Delta Q_{j^*}^*\}$; где $Q_{j^*}^o = Q_{j^*}^o, \Delta Q_i = \Delta Q_{j^*}^*, Q_{j^*}^o = Q^o(j^*), Q_{j^*}^* = Q^*(j^*)$; оценка f_{j^*} на водотоке и параметры его функционирования вычисляются с помощью процедуры R , при этом $\Delta Q_{j^*}^o \geq \Delta Q_{j^*}^*, 0 \leq \Delta Q_i \leq \Delta Q_o$. Выбранный номер узла-«родителя», от которого распространяется дополнительный расход, запоминается в $L^{opt}(l) = i^*$, запоминается ΔQ_{i^*} для этого узла по выбранному варианту $\Delta Q_{i^*}^{opt}(l) = \Delta Q_{i^*}$, а также $Q^o(j^*) = Q_{j^*}^o$ и $Q(j^*) = Q_{j^*}^*$.

4.1.2. Оптимальное решение по выбору маршрута распространения добавки ΔQ_o в сети водотоков, когда цикл расчетов 4.1-4.1.1 закончится в конечном узле I , определится путем выбора $\Delta Q_I: \Delta F_I^{opt} = \min_{\Delta Q_I} \Delta F_I(\Delta Q_I)$.

4.1.3. Обратный ход оптимизации проводится в цикле по $i=L(l)$ от $i=I$ до $i=0$. Для каждого текущего узла i определяется вышележащий выбранный узел $i^* = L^{opt}(l)$ и дополнительный

расход $\Delta Q_{i^*} = \Delta Q_{i^*}^{opt}(l)$. Для водотока $j^*: i^* \rightarrow i$ определяем $\Delta Q_{j^*}^* = \Delta Q_{i^*}, \Delta Q_{j^*}^o = \Delta Q_{i^*}$.

4.2. Корректировка распределения расходов в сети водотоков по процедуре H гидравлической увязки уровней в узлах и расходов по водотокам на основе принятого по пп.4.1.1-4.1.4. распределения расхода $m \times \Delta Q_o$ на сети.

4.3. В цикле по всем водотокам процедурой R уточняются режимы функционирования водотоков с привязанными к ним водоемами на основе решения, полученного в п. 4.2.; оценки запоминаются $F(j) = f_j(Q_j^o, Q_j^*)$.

4.4. Окончание цикла по m , переход к п.4.1 с новым значением $m=m+1$;

4.5. Результаты решения: расходы в узлах $Q(i)$, расходы на входах и выходах $Q^o(j), Q^*(j)$ водотоков, наполнения водоемов $V^T(j)$, оценки водотоков $F(j)$.

4.6. Конец алгоритма.

Расчетная гидравлическая процедура H (17) предназначена для корректировки уровней в узлах и расходов водотоков после расчета распределения по сети порции ΔQ_o . Напомним, что при выборе маршрута распределения добавки ΔQ_o гидравлические расчеты не проводятся, но поскольку гидравлика водотоков по выбранному маршруту меняется, и это влечет за собой изменения расходов смежных водотоков, гидравлический режим всей сети подлежит корректировке. Добавки расхода ΔQ_o относительно малы, малы и гидравлические изменения, но они должны отслеживаться по мере нарастания общего распределенного по сети водотоков расхода.

В процессе распределения порций ΔQ_o вычисляются относительные показатели отъема воды по всем водотокам k_j и параметры поперечных сооружений g_j^o, g_j^* , фиксирующие открытие водопропускных отверстий. Процедура H минимизирует сумму отклонений от баланса расходов в узлах при выполнении условий (8) или (7), если есть регулирующие сооружения:

$$\sum_l |Q_{j^*1}^* + Q_{j^*2}^* + Q_{j^*3}^* - Q_{j^*1}^o - Q_{j^*2}^o - Q_{j^*3}^o| \rightarrow \min \quad (19)$$

причем для 0 -го узла сумма $Q_{j^*1}^o + Q_{j^*2}^o + Q_{j^*3}^o = m \times \Delta Q_o$, для узла I из общего баланса расходов по всей сети выполняется $Q_{j^*1}^* + Q_{j^*2}^* + Q_{j^*3}^* = m \times \Delta Q_I$. Расходы в начале и в конце каждого водотока, соединяющего смежные узлы, связываются зависимостями для водотоков (8) и сооружений (7). При их учете (19) представимо суммой определенных функций $\sum_l |G_i(Z_{i^*1}, Z_{i^*2}, Z_{i^*3}, Z_i, Z_{i^*1}, Z_{i^*2}, Z_{i^*3})|$, минимизация которой может быть основана на методе «разгонки невязок» [5], представляющим собой

здесь «двухкоординатный спуск» по Z_i соседних узлов.

В заключение представлена общая последовательность вычислений режима водотока с привязанными водоемами в рамках процедуры R (16).

1. Заданы Q_j^o, Q_j^* . Полагаем $q_j^o = q_j^{Onrm}, q_j^v = q_j^{Vnrm}$.

2. Определяем площадь зеркала $S_j = S(Q_j^o, Q_j^*)$ и потери из водотока $\Delta_j^o = \Delta(S_j)$;

3. Определяем расход воды из водотока в водоемы $\Delta_j = Q_j^o - Q_j^* - \Delta_j^o - q_j^o$;

4. Предварительно наполнения водоемов, потери: $V_j^T = V_j^o, S_j^o = S(V_j^o), \Delta_j^v = \Delta(S_j^o)$

5. В цикле уточняются наполнение водоемов, привязанных к водотоку, потери:

$$V_j^T = V_j^o + (Q_j^o - Q_j^* - \Delta_j^o - q_j^o - q_j^v - \Delta_j^v) \times$$

$$\times 86400 \times T; S_j = (S_j^o + S(V_j^T)) / 2; \Delta_j^v = \Delta(S_j)$$

6. Вариации показателей q_j^o, q_j^v с целью оптимизации оценочной функции f_j системы водотока и привязанных к нему водоемов; повтор пп.2-5.

Подробный алгоритм процедуры содержит проверку допустимости вычисляемых значений, отбраковку недопустимого сочетания Q_j^o, Q_j^* , другие технические детали, в т.ч. возможность обратного тока воды из водоема.

Выводы:

1. Задача водораспределения в дельте реки актуальна в периоды дефицита водных ресурсов, отражает интересы разных отраслей водопользо-

вания и сохранения экологического благополучия реки. Оптимизационная постановка позволяет найти рациональное распределение воды по водотокам с целью минимизации условных ущербов от недостатка воды в данный период.

2. Предложенный путь решения задачи эффективен, обеспечивает нужную детализацию расчетов при анализе локальных условий и ограничений, охватывает необходимые технические детали. Программная реализация задачи найдет хорошее применение при управлении водными ресурсами низовий рек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Беллман, Р. Динамическое программирование (пер. англ.). – М.: ИЛ, 1960. – 456 с.
2. Беллман, Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М.: Наука, 1965. – 457 с.
3. Карманов, В.Г. Математическое программирование. – М.: Физматлит, 2004. – 264 с.
4. Кормен, Т.Х. Алгоритмы: построение и анализ / Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. – М.: «Вильямс», 2006. – 1296 с.
5. Левит-Гуревич, Л.К. Метод гидравлического расчета в естественном русле с целью выбора противопаводковых мероприятий // Водные пути и русловые процессы. Труды Академии водохозяйственных наук. – 1996. – Вып. 3. – С. 71-77.
6. Триус, Е.Б. Задачи математического программирования транспортного типа. – М.: Сов.радио, 1967. – 208 с.
7. Хранович, И.Л. Управление водными ресурсами. Потокные модели. – М.: Научный мир, 2001. – 296 с.

METHOD OF DYNAMIC PROGRAMMING FOR THE CHOICE OF RATIONAL WATER DISTRIBUTION IN THE RIVER DELTA

© 2010 L.K. Levit-Gurevich

Institute of Water Problems RAS, Moscow

The problem of rational water distribution in river delta under condition of possible management of water-division is examined. The delta is schematized in the form of the focused graph (net). The intensity of flow acts on the entrance top, moving to target tops on arches of water-currents, for each water-current function of conditional damage as return magnitude of an estimation of efficiency of its work is set. Distribution of charges on water-currents with maximum of the sum of damages is searched. Formalization of a problem is stated on technical features of functioning the r.Volga delta, the method of the decision under the scheme of dynamic programming is offered.

Key words: river delta, water-current, water-distribution, optimization, dynamic programming