УДК 372.8.851

ПРИЕМЫ ВАРЬИРОВАНИЯ ЗАДАЧИ КАК МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ

© 2010 Г.И.Ковалева

Волгоградский государственный педагогический университет

Статья поступила в редакцию 09.12.2009

В статье рассмотрены приемы варьирования задачи как одного из методов построения систем задач. Выделены дидактическая эффективность и особенности использования в практике обучения каждого приема.

Ключевые слова: система задач, структура задачи, варьирование задачи, прием взаимообратных задач, прием обобщения и конкретизации, прием аналогии.

Психологами, педагогами и методистами доказано, что для эффективности достижения целей образования необходимо использовать в учебном процессе систему задач с научно обоснованной структурой. Под *системой задач* будем понимать совокупность подобранных в соответствии с поставленной целью задач, действующих как одно целое, взаимосвязь и взаимодействие которых приводит к заранее намеченному результату. Одним из методов конструирования систем задач является *метод варьирования задачи.* Суть которого состоит в том, что каждая задача системы получена из данной задачи путем варьирования ее содержания или формы. Напомним, что под содержанием задачи понимается совокупность ее компонентов: условие, требование, базис и способ решения.

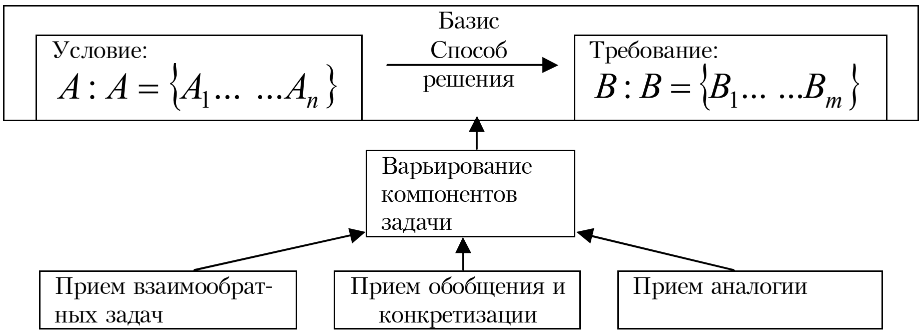


Рис.1. Структура задачи

°Причем варьирование понимается нами очень широко. Это не только изменение, но и замена объектов и (или) отношений, добавление и (или) изъятие компонентов (условий, требований). В результате варьирования могут получиться неопределенные, переопределенные, противоречивые, вариативные задачи, задачи с несформированным требованием. Характеристика этих типов задач и особенности их использования в обучении математики дана в книге[1]. Целью данной статьи является рассмотрение приемов варьирования – приемов взаимообратных задач, обобщения, конкретизации и аналогии – как одного из методов построения систем задач.

Прием взаимообратных задач. Дидактическая эффективность приема составления новых задач, обратных данным, определяется возможностью его использования при изучении любых разделов математики; вскрытием структурных особенностей (взаимосвязей понятий, тем) изучаемого материала; сокращением времени изучения материала; осознанным пониманием учащимися изучаемого материала; субъектной позицией учащегося. Метод обратных задач приводит ученика к постановке новых проблем, к получению иных разновидностей задач.

Суть приема составления обратных задач – при построении обратной задачи меняют местами условие и заключение (требование) исходной задачи. Поскольку заданных и искомых величин (данных и требований) в задаче может быть несколько, то и так называемая «обратная» задача может быть не одна. Выделим *особенности построения обратных задач* к задачам на доказательство и к задачам на вычисление.

°*Ковалева Галина Ивановна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры методики преподавания математики ВГПУ. E-mail: kovalev_kv68@mail.ru*

[1] *Ковалева Г.И., Астахова Н.А., Дюмина Т.Ю.* Теория и методика обучения математике: конструирование систем задач.– Волгоград: 2008.

В качестве обратимых задач на доказательство будем рассматривать лишь математические предложения, сформулированное в виде импликации («Если A, то B», т.е. $A \Rightarrow B$). Построение такой задачи почти не вызывает затруднений, трудности возникают при оценке истинности обратного утверждения $B \Rightarrow A$. Например, легко видеть, что утверждение «если в треугольнике две медианы равны, то такой треугольник является равнобедренным», являющееся обратным к утверждению «в равнобедренном треугольнике две медианы равны», истинно и доказать это не трудно. Если же поставить перед собой аналогичный вопрос «известно, что биссектрисы двух углов равнобедренного треугольника равны. Верно ли обратное, что если биссектрисы двух углов треугольника равны, то треугольник равнобедренный?», положительный ответ мы получим не сразу, хотя есть полное ощущение тривиальности доказательства (особенно в свете решения предыдущего вопроса). Оказалось, что найти чисто геометрическое доказательство данного утверждения не так-то легко. Одно из доказательств приведено, например, в книге[2]. Если данные обратные утверждения строятся семиклассниками в рамках изучения темы «Свойства равнобедренного треугольника», то для доказательства последнего утверждения у учащихся нет теоретической базы. Однако это не должно стать отказом от составления обратных утверждений. Данную ситуацию можно использовать для формирования потребности в учении. Нехватка знаний – это начало разговора о необходимости в их дальнейшем развитии.

Когда теоретическая база позволяет, условимся не только строить обратные задачи и решать их, но в случае, когда обратное утверждение ложно, попытаемся найти нужные ограничения, чтобы оно стало истинным. Например, известно, что в правильной треугольной пирамиде все боковые ребра равны между собой и площади боковых граней совпадают. Верно ли обратное утверждение: если в треугольной пирамиде все боковые ребра равны между собой и площади боковых граней совпадают, то пирамида правильная? Чтобы опровергнуть обратное утверждение достаточно привести контрпример (синусы плоских углов при вершине пирамиды равны, а сами углы различны).

Усилить дидактическую значимость приема составления обратных задач можно, доопределив обратное утверждение, то есть, составив верную импликацию $B_1 \Rightarrow A$ для исходной задачи $A \Rightarrow B$. В этом случае мы сталкиваемся с ситуацией, когда ищем недостающие или избыточные данные в начальном состоянии предмета задачи. Конечно, не обойдемся без трудностей, которые возникают при формировании условия B_1: тяжело определить, на какие именно элементы стоит накладывать ограничения, да и выбор ограничений слишком неоднозначен.

В нашем примере обратное утверждение будет верным, если в основании пирамиды лежит остроугольный треугольник. Следовательно, обратное утверждение нужно доопределить указанным требованием. В задачах на вычисление обычно заданы исходные величины (или параметры), от которых зависит получаемый ответ. Когда строим обратную задачу, мы стремимся в качестве одного из исходных данных выбрать ответ, а искомым сделать ранее заданную величину.

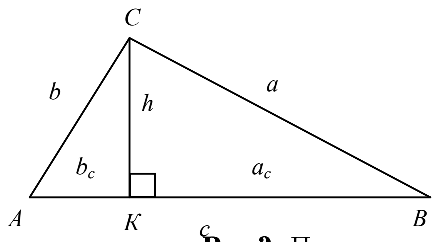
Например, один из катетов прямоугольного треугольника равен 15 см., а проекция другого катета на гипотенузу равна 16 см. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник. Постройте задачу, обратную к данной. К этой задаче можно построить две обратные задачи. Первая из них, когда за исходные данные берется радиус вписанной окружности и катет (нужно найти проекцию другого катета на гипотенузу), решается так же просто, как и исходная задача. Если же в качестве данных в задаче выбрать радиус вписанной окружности и проекцию катета на гипотенузу, то вычисления, проводимые при нахождении катетов, довольно громоздкие. Построив обратную задачу, нужно оценить, стоит ли использовать составленную задачу при изучении соответствующей темы.

Иногда решение обратной задачи позволяет подобрать наиболее удачные данные для исходной задачи, на что можно обратить внимание учащихся при рассмотрении следующего примера: «Все четыре грани треугольной пирамиды – равные равнобедренные треугольники, длины боковых сторон которых равны $\sqrt{3}$. Найдите величину угла при вершине этих треугольников, если объем пирамиды равен $2/3$. Постройте задачу, обратную к данной».

При построении и решении обратной задачи обнаружим, что одним из исходных данных должен быть выбран ответ $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$ (ответ к исходной задаче). Следовательно, можно немного упростить числовые данные: взять величину угла 30° и сторону $\sqrt{2}$. При этом вычисления по ходу решения не особенно изменятся, но исходные числовые данные станут немного проще. Специфику «сложносоставных» задач – наличие нескольких обратных задач – можно использовать для систематизации учебного материала. Рассмотрим пример конструирования

[2] *Коксетер Г.С.М., Грейтцер С.Л.* Новые встречи с геометрией. – М.: 1978.

систем задач к уроку «Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике» методом составления обратных задач.



$\Delta ABC \sim \Delta ACK$ ($\angle C = \angle AKC$, $\angle A$ – общий)

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{b_c}{b} \Rightarrow b^2 = b_c \cdot c.$$

$\Delta ABC \sim \Delta CBK$ ($\angle C = \angle BKC$, $\angle B$ – общий)

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{a_c}{a} \Rightarrow a^2 = a_c \cdot c.$$

Рис.2. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике

$\Delta ACK \sim \Delta CBK$ ($\angle AKC = \angle BKC$, $\angle CAK = \angle KCB$)

$$\Rightarrow \frac{h}{a_c} = \frac{b_c}{h} \Rightarrow h^2 = a_c \cdot b_c.$$

Исходная задача: «Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 8 см. Найдите гипотенузу; высоту, проведенную к гипотенузе; отрезки на которые делит гипотенузу основание высоты». Составив матрицу условий и заключений, меняя местами данные и искомые величины, получим девять принципиально различных задач по теме.

Таб.1. Матрица задач по теме «Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике»

a	***b***	***c***	a_c	b_c	***h***
15	8				
6		9			
8			4		
3				3,2	
5					3
		25		9	
		5			2
			25	16	
			9		$2\sqrt{35}$

Данную таблицу можно заполнять вместе с учениками, показывая пример систематизации знаний, формируя умение составлять обратные задачи. Сконструированная таким образом система задач позволяет учителю ликвидировать пробелы учебников. Так в учебнике Л.С.Атанасяна «Геометрия 7 – 9» из сконструированной системы представлены только три типа задач.

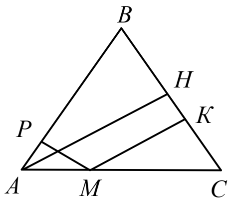
Прием обобщения и конкретизации. Чтобы провести обобщение, необходимо отвлечься от конкретного содержания и выделить сходное, общее, существенное в структуре предмета задачи, отношений между отдельными ее элементами, отбросить специфические, особенные, единичные признаки и сохранить только общие для группы отдельных элементов. Способность к обобщению математического материала можно рассматривать с двух сторон: способность субъекта увидеть в частном уже *известное* ему общее (подведение частного случая под известное общее понятие); способность увидеть в частном пока еще *неизвестное* общее (вывести из частных случаев, образовать понятие). Обобщение означает переход знания на более высокий уровень на основе установления для данных объектов общих свойств или общих отношений. Обобщение нередко осуществляется путем выделения одинакового математического содержания для различных задач. Составление математической модели – это наиболее распространенный вид обобщения. Он состоит в переводе происходящих в действительности процессов на язык математики. Обобщение решения конкретных задач может дать единый метод целого класса однородных задач. Такой вариант обобщения хорошо просматривается при изучении пропорциональных зависимостей величин[3].

Скорость движения v, время движения t, пройденное расстояние s связаны формулами: $s = vt$, $v = \frac{s}{t}$, $t = \frac{s}{v}$. Цена товара *Ц*, количество товара *К*, стоимость *С* образуют аналогичные формулы: $C = ЦК$, $Ц = \frac{C}{K}$, $K = \frac{C}{Ц}$. Производительность труда κ, время работы t, объем ра-

[3] *Малых Е.В.* Некоторые случаи применения обобщений. – Математика в школе. – 2003. – №6.– С.38 – 40.

боты A связаны друг с другом: $A = kt$, $k = \frac{A}{t}$, $t = \frac{A}{k}$. Плотность ρ, масса m, объем вещества V вычисляются по формулам: $m = \rho V$, $\rho = \frac{m}{V}$, $V = \frac{m}{\rho}$. Легко заметить, что во всех рассмотренных случаях задачные ситуации описываются с помощью всего лишь двух математических формул: $y = kx$, $y = \frac{k}{x}$. Это и есть простейшие математические модели прямой и обратной пропорциональности.

При решении и составлении математических задач часто применяют индуктивные обобщения. Суть индуктивного обобщения заключается в следующем. Рассматривается самый простой частный случай задачи, когда она решается легко. Решив эту задачу, обобщают ее на другой более сложный, но все же частный случай, используя результат предыдущей задачи. Обобщение происходит до тех пор, пока не получится задача, обобщающая все предыдущие. Например. 1) Докажите, что сумма расстояний от любой точки M, находящейся на стороне правильного треугольника, до его сторон равна длине высоты треугольника. (Рис.3). 2) Докажите, что сумма расстояний от любой точки M правильного треугольника до его сторон равна длине высоты треугольника. (Рис.4).

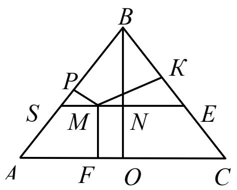


$$PM = AM \cdot \sin 60^0 = \frac{AM \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

$$MK = MC \cdot \sin 60^0 = \frac{MC \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

$$PM + MK = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(AM + MC\right) = \frac{AC \cdot \sqrt{3}}{2} = AH.$$

Рис.3. Расстояния от точки, находящейся на стороне правильного треугольника, до его сторон



Проведем через точку M прямую $SE \parallel AC$.
Тогда треугольник SBE правильный.

$PM + MK = BN$, $MF = NO$.

Следовательно,

$$PM + MK + MF = BN + NO = BO.$$

Рис.4. Расстояния от точки правильного треугольника до его сторон

Обобщение систематизирует знания учащихся, так как требует установления и осмысления взаимосвязи между понятиями и отношениями, о которых идет речь в задаче. В ходе выяснения таких взаимосвязей у учащихся составляется некий целостный образ, в котором одно знание следует из другого и связано с ним. В конце концов, некоторая группа знаний, расположенных в определенной последовательности по отношению друг к другу, составит систему. В качестве примера рассмотрим обобщения при решении задач о геометрической прогрессии. Компонентами задач о геометрической прогрессии являются числа: b_1 – первый член, q – знаменатель, n – число членов, b_n – n-й член, S_n – сумма первых n членов прогрессии. Между ними установлены два основных соотношения: $b_n = b_1 q^{n-1}$ и $S_n = \frac{b_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$, $q \neq 1$.

Если заданы три компонента из пяти, то два оставшихся могут быть вычислены. Таким образом, возможные десять типов задач на геометрическую прогрессию определяются данными: 1) b_1, q, n; 2) b_1, q, b_n; 3) b_1, q, S_n; 4) b_1, n, b_n; 5) b_1, n, S_n; 6) b_1, b_n, S_n; 7) q, n, b_n; 8) q, n, S_n; 9) q, b_n, S_n; 10) n, b_n, S_n.

Задачи типа 2), 3), 6), 9) приводят к системам простейших показательных уравнений, а 4), 5), 10) задачи – к системам рациональных уравнений, остальные – к системам линейных уравнений. Таким образом, выделены три основных метода решения задач на геометрическую прогрессию. Обобщение методов решения задач на арифметическую прогрессию[4]. Обобщение может выступать и как переход от данного множества предметов к рассмотрению более «емкого» множества, содержащего данное. «Распространим» теорему Пифагора на пространственный случай.

[4] *Блох А.Я., Канин Е.С., Килина Н.Г.* и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие пед. ин-тов по спец. «Математика» и «Физика» / Сост. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. – М.: 1985. – С.192.

Используя построенные ранее закономерные переходы от одного пространства к другому, длину отрезка соотнесем с площадью фигуры, треугольник с треугольной пирамидой. Вместо перпендикулярности сторон в пространственном случае можно рассмотреть прямые углы при вершине пирамиды. В результате получится следующее обобщение теоремы: «Дана треугольная пирамида, плоские углы при вершине которой прямые. Докажите, что квадрат площади основания пирамиды равен сумме квадратов площадей боковых граней», причем построенная пространственная теорема тоже выполняется.

Рассмотрим еще один пример. Докажите, что $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$, где O – произвольная точка пространства, а M – середина отрезка AB. Во всех учебниках геометрии эту задачу используют в качестве иллюстрации применения векторного метода: выразив OM через векторы OA и AM, а также через векторы OB и BM, затем, сложив полученные векторные равенства и выполнив небольшие преобразования, получим требуемый результат.

Замечаем, что приведенные рассуждения можно использовать в случае замены в условии задачи отрезка треугольником: докажите, что $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$, где O – произвольная точка пространства, а M – точка пересечения медиан треугольника ABC.

Стремление к дальнейшему обобщению задачи приводит к замене треугольника многоугольником или многогранником, что обусловливает и новое требование задачи: доказать, что $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OA_i}$, где A_i – вершины многоугольника или многогранника. Анализируя все преобразования условия задачи, видим, что они осуществляются вокруг основной идеи: точка М должна быть центром тяжести. Это условие и определяет направление обобщения.

Обратный по отношению к обобщению процесс происходит при применении *конкретизации.* Исходная задача – найдите длины медиан треугольника ABC, если его стороны равны a,b,c. Конкретизируя вид треугольника (прямоугольный, равнобедренный, равносторонний), получаем задачи, разного уровня сложности. Заметим, что по отношению новых задач исходная задача является задачей-обобщением полученных. Приведем еще один пример конкретизации. AB и CD пересекаются в точке M. Точки A, B, C, D лежат на окружности. Доказать, что $AM \cdot MB = CM \cdot MD$. Конкретизируя – где располагается точка М – внутри или вне окружности, получим свойства хорд и секущих. Доказательства обоих утверждений аналогичные (докажите самостоятельно). Совместное решение этих задач позволит сэкономить учебное время.

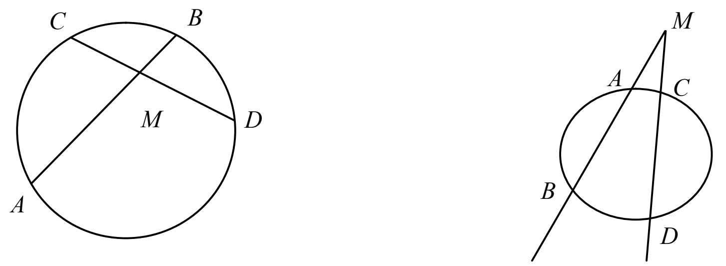


Рис.5. Свойства хорд и секущих. Пример вариативной задачи

Далее можно рассмотреть частный случай первой задачи: одна из хорд (пусть AB) является диаметром окружности, а другая (пусть хорда CD) перпендикулярна ей. Тогда $AM \cdot MB = CM^2$. Будем исследовать задачную ситуацию, взяв *предельный случай,* который дает совпадение точек, например, A и B. Этот случай трансформирует задачу в следующую: через точку M проведены касательная MA (A – точка касания) и секущая, которая пересекает окружность в точках C и D. Докажите, что $MA^2 = MC \cdot MD$. Можно предложить самим учащимся сформулировать задачу, соответствующую описанной выше ситуации. Второй *предельный случай* заданной ситуации (совпадение точек C и D) соответствует следующей задаче: из точки M проведены к окружности две касательные MA и MC (A и C—точки касания). Докажите, что $MA=MC$. Дальнейшее развитие задачи[5].

Формулировка приведенной задачи без указания положения точки M является примером вариативной задачи, то есть задачи, которая предполагает рассмотрение нескольких задачных ситуаций с одинаковыми условиями, но различными вариантами чертежа.

Прием аналогии. При решении задач субъект (осознанно или нет) пытается установить связь между предложенной задачей и накопленным им опытом. При составлении задач также можно

[5] *Саранцев Г.И.* Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе. – М.: 2005.

действовать по аналогии, причем в большинстве случаев составитель и не сможет абстрагироваться от ранее накопленных знаний и составить оригинальную, не похожую на встречаемые в учебной литературе задачи.

Схема умозаключения по аналогии: *1 шаг.* Предмет *A* обладает свойствами *a, b, c, x*. *2 шаг.* Предмет *B* обладает свойствами *a, b, c*. *Вывод.* Вероятно, предмет *B* обладает и свойством *x*.

Суждения, полученные по аналогии, носят вероятный характер и подлежат исследованию. Они являются источником научных гипотез и играют важную роль в научных открытиях. «Аналогия лишь открывает путь исследования и не имеет доказательной силы» (П.М.Эрдниев).

Подчеркивая *значимость умения рассуждать по аналогии* в математике, следует отметить, что это умение развивает умственные, познавательные способности учащихся, развивает творчество, формирует вкус к поисково-исследовательской деятельности. Переносимость математических методов доказательств с помощью аналогии на другие науки (химия, физика, логика и др.) дает широкое применение умению доказывать. Аналогия школьных методов доказательств с научными методами познания, лежащими в основе научных методов исследования, дает дальнейшее развитие умению доказывать.

Выделим *дидактическую эффективность использования аналогии* при обучении математике: 1) Использование аналогии при открытии математических фактов делает учащихся «соавторами» математической теории, знакомит учеников с мощным методом познания действительности. 2) Аналогия интенсифицирует процесс изучения математики, позволяя изучать сходные свойства различных математических объектов. Примером является совместное изучение планиметрических и стереометрических фигур. (Диагонали прямоугольника равны. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны. У квадрата его измерения равны. У куба его измерения равны). 3) Аналогия является одним из способов открытия доказательства математических утверждений. Использование «неправильных» аналогий формирует у учащихся потребность в доказательстве.

Почву для применения аналогии подготавливает *сравнение.* Задания на сравнение должны присутствовать на уроках постоянно. Например, при изучении нового понятия необходимы задания на установление сходства и различия его с раннее изученными понятиями. Устные упражнения могут содержать вопросы следующего характера: в чем схожесть и в чем различие параллелограмма и прямоугольника, прямоугольника и ромба, ромба и квадрата, квадрата и куба, куба и параллелепипеда?

Интересное для учащихся задание на сравнение может быть построено при помощи методики «Найди лишнее»: учитель зачитывает по четыре слова, из которых три объединены общим родовым понятием, а одно к такому понятию не относится или относится в меньшей мере. Учащиеся должны определить это слово и записать в тетради. На запись дается 10 секунд. 1) Цилиндр, шар, куб, конус. 2) Прямоугольный параллелепипед, куб, тетраэдр, наклонный параллелепипед. 3) Прямоугольник, треугольник, ромб, квадрат. 4) Цилиндр, куб, многоугольник, шар. 5) Равнобедренный, прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольник. 6) Пирамида, параллелепипед, куб, шар. 7) Треугольник, круг, трапеция, квадрат. 8) Ромб, трапеция, квадрат, прямоугольник. 9) Октаэдр, тетраэдр, икосаэдр, параллелограмм. 10) Параллелограмм, треугольник, куб, окружность. 11) Дуга, сегмент, окружность, прямая.

Причем в последних примерах могут быть разные варианты ответов. В десятом «лишним» может быть или куб или окружность, в одиннадцатом – или сегмент или прямая. Все зависит от выбора родового понятия. Неоднозначности в рассуждениях, ответах тоже надо учить. Поэтому такие задания необходимо включать в процесс обучения с последующим обсуждением результатов. Важно учить школьников видеть не только аналогию геометрических объектов и их элементов, но и аналогию свойств, аналогию отношений между объектами. Выделим некоторые виды отношений между геометрическими объектами: часть – целое, объект – ближайший род, плоскость – пространство, объект – его элемент, объект – геометрическая величина, геометрическая величина – единица измерения. Соответствующие задания могут быть следующими:

1. Замените знак «?» геометрическим объектом из списка. Диаметр: Радиус = Окружность:?

а) отрезок; б) точка; в) дуга; г) линия; д) луч.

Точка: Прямая = ? : Пространство.

а) отрезок; б) плоскость; в) прямая; г) луч; д) точка.

2. Укажите в списке пары объектов, находящиеся в отношении, аналогичном отношению пары «сторона – отрезок»:

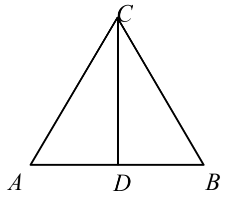
а) перпендикуляр – отрезок; б) треугольник – точка; в) угол – фигура; г) тетраэдр – грань; д) параллелепипед – многогранник.

3. Из списка (треугольник, прямая, точка, тетраэдр, угол, ребро, вершина, параллелепипед) составьте пары, находящиеся в том же отношении, что и пара «сторона – грань».

Постепенно задания на применение метода аналогии должны усложняться. При изучении новой темы учащимся необходимо предлагать задания типа: Составьте задачу, аналогичную данной, решите обе задачи.

Данная задача

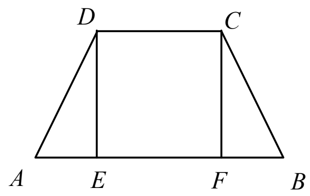
В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.



1. Проведем высоту CD.
2. Треугольники ACD и BCD равны.

Аналогичная задача

В равнобедренной трапеции углы при основании равны.



1. Проведем высоты DE и CF.
2. Треугольники ADE и BCF равны.

Рис.6. Пример пары аналогичных задач

Типичные вопросы учителя при решении задач методом аналогии: Не решали ли вы подобные задачи? Какими приемами решалась подобная задача? В чем отличие новой задачи от раннее решенной? Нельзя ли свести доказательство новой задачи к доказательству раннее решенной?

Основным приемом решения задачи по аналогии должен быть не переход от ранее разобранной аналогичной задачи к данной, а от данной задаче к аналогичной. Именно такой подход обеспечивает выявление содержательных аналогий на уровне идей и механизмов решения, а не внешнего сходства условий и обозначений. Надо помнить, что не во всех случаях рассуждения по аналогии оказываются верными. Примеры ложных аналогий: 1) Через точку на прямой в пространстве можно провести только один перпендикуляр к этой прямой. 2) Две прямые в пространстве, перпендикулярные к одной и той же третьей прямой, параллельны. 3) Высоты в тетраэдре пересекаются в одной точке.

Важно, чтобы учащиеся в поиске правильных ответов сами могли находить ошибочность возникающих в этом процессе предложений. Приведем пример построения системы задач по теме «Нахождение производных функций». Учащиеся должны сначала установить отношения между имеющимися данными по типу «функция» $\to$ «ее производная», а затем заполнить пропуски в карточках по аналогии установленным связям.

Таб.2. Пример системы задач по теме «Нахождение производных функций»

$2x^5+\sqrt{7}$	→	$10x^4$	$\frac{1}{x^8}+2$		$1-\sin x$
$\frac{\sin x}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}\cos x$	←	$\sqrt{x}\sin x$	$x+\cos x$		$\frac{-8}{x^9}$
$\frac{x^3}{3}+x\sqrt{x}$		?	$x\cos x$		?
?		$\frac{\sin x}{x}$	$\frac{x^2+1}{\sin x}$		?
$2x^7$	→	$14x^6$	$5x^4$	←	x^5+2
x^{-4}		$84x^5$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$		?
$-4x^{-5}$		$20x^{-6}$	?		tgx
$\frac{1}{3}x^3$	→	?	$-2x+3$	←	?
$\frac{2}{x}$		?	5		?
?		?	$\cos x$		$\sin x$

Подведем итоги: 1) Обучение через решение систем задач является одним из основных средств повышения качества знаний учащихся, поэтому системы задач должны стать главным инструментом учителя при организации образовательного процесса с целью его совершенствования. 2) Одним из методов конструирования систем задач является метод варьирования задачи, суть которого состоит в том, что каждая задача системы получена из данной задачи путем варьирования ее содержания. 3) Основными приемами варьирования являются прием взаимообратных задач, обобщения, конкретизации и аналогии. Суть которых и методика использования изложены в данной статье.

TASK MODIFICATION TECHNIQUES AS SYSTEM GENERATION METHOD

© 2010 G.I.Kovaleva°

Volgograd state pedagogical university

The article considers the technique of task modification as one of the task system generation methods. Didactic efficiency and peculiarities of these techniques in teaching Mathematics are revealed.

Key words: complex of tasks, task structure, task modification, introversive problem method, general and concrete definition method, analogy method.

°*Kovaleva Galina Ivanovna, Cand. Sc. in Pedagogics, Senior lecturer of the Methodology of Mathematics teaching department. E-mail: kovalev_kv68@mail.ru*