

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ НАД ЛОКАЛИЗОВАННЫМИ ТЕХНОГЕННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ В ВОДНОЙ И ВОЗДУШНОЙ СРЕДАХ

© 2010 А.Н. Вульфсон, О.О. Бородин

Институт проблем нефти и газа РАН, г. Москва

Поступила в редакцию 14.10.2009

Для описания подъема нестационарной конвективной струи над точечным источником тепла и пассивной примеси в нейтральной среде используется интегральная термогидродинамическая модель и теория подобия. Выделены автомодельные режимы распространения конвективных термиков. Рассмотрены численные и аналитические решения автомодельных уравнений. Полученные решения соответствуют известным экспериментальным данным.

Ключевые слова: конвективные термики, нестационарные струи, автомодельные режимы, пассивная примесь

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что широкий класс задач техногенного загрязнения атмосферы, связанный с производственными процессами на промышленных объектах, сопровождается тепловыми выбросами поллютантов. Подобные явления реализуются при эксплуатации коллекторов сгорания, термических печей и теплоэлектростанций, оснащенных газомазутными горелками, при некоторых режимах разработки газоконденсатных месторождений, а также в случае возникновения различных внештатных ситуаций и аварий на производственных объектах, подробнее см. [1]. В условиях горения, локализованного вблизи поверхности земли, в окружающем воздухе над тепловым источником формируется конвективная циркуляция, имеющая форму плавучей струи. Аналогичная струя формируется и в водной среде в случае, когда повреждение трубопровода сопровождается пузырьковым режимом истечения газоконденсата, см. например [2]. Типичная картина развития пузырьковой конвективной струи в воде изображена на рис. 1.

Очевидно, что распространение верхней границы конвективной струи однозначно связано с мощностью источника плавучести на подстилающей поверхности. В случае интенсивного горения, когда струя окрашена поллютантом, прямые оптические наблюдения над распространением ее верхней границы позволяют определить мощность источника выброса. В случае разрыва тру-

бопровода наблюдение над площадью пятна, распространяющегося по поверхности воды, также позволяет определить мощность источника выброса. Таким образом, исследование нестационарного развития конвективной струи представляет практический интерес, как для задач расчета распространения примесей, так и для задач дистанционного определения мощности источника выброса по оптическим наблюдениям в атмосфере и гидросфере.

В настоящей работе в рамках интегральной гидродинамической модели предложено описание распространения нестационарной плавучей струи в нейтральной среде, связанной с произвольно изменяющимся со временем потоком плавучести на подстилающей поверхности. С помощью предложенного подхода получены три класса автомодельных режимов распространения границ конвективных струй, связанных с источниками плавучести, мощности которых изменяются в соответствии с мгновенным, степенным и экспоненциальным временным законом. Описаны соответствующие автомодельные решения для конвективных струй, соответствующих мгновенным, степенным и экспоненциальным источникам плавучести.

Полное описание гидродинамической модели изложено в работах [4–8]. Предложенная модель существенно отличается от известных моделей [9, 10]

1. УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ФРОНТА

В соответствии с [11] уравнение, связывающее высоту нестационарной струи с мощностью точечного источника плавучести, расположенного на подстилающей поверхности, имеет вид

Вульфсон Александр Наумович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник.

E-mail: vulfson@ipng.ru.

Бородин Олег Олегович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник.

E-mail: borodin@ipng.ru

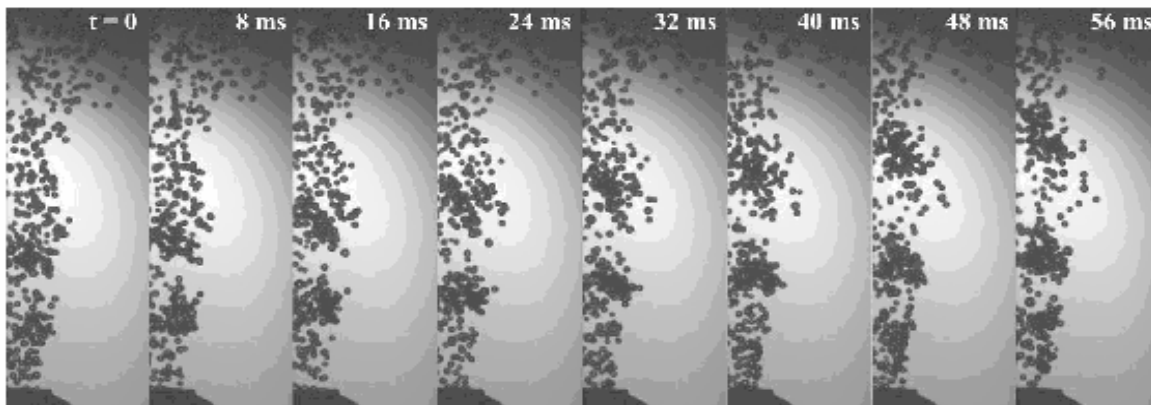


Рис. 1. Контуры развивающейся пузырьковой конвективной струи [3]

$$\lambda_0^2 h^2 \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 = \int_{t_0}^t g S_0(t) dt. \quad (1)$$

Здесь t – время; t_0 – момент включения источника; $h = h(t)$ – высота подъема струи; g – ускорение силы тяжести; $g S_0 = g S_0(t)$ – мощность точечного источника плавучести; $\lambda_0^2 = 5.15 \cdot 10^{-2}$ – постоянный коэффициент.

Рассмотрим конвекцию, вызванную мгновенным источником плавучести

$$t_0 = 0, \quad S_0(t) = Q_0 \cdot \delta(t), \quad Q_0 = \text{const}, \quad (2)$$

где $\delta(t)$ – дельта функция Дирака; Q_0 – амплитуда мгновенного источника.

Тогда из (1), (2) следует, что

$$h(t) = \left(\frac{2}{\lambda_0} \right)^{1/2} (g Q_0)^{1/4} t^{1/2}. \quad (3)$$

Развитие конвективного термика, верхняя граница которого распространяется в соответствии с (3), представлена на рис. 2

Рассмотрим конвекцию, вызванную степенным источником плавучести:

$$t_0 = 0, \quad S_0(t) = Q_q q t^{q-1}, \quad q > 0, \quad Q_q = \text{const}, \quad (4)$$

где Q_q – амплитуда степенного источника; q – постоянный параметр.

Тогда из (1), (4) следует, что

$$h(t) = \left\{ \left(\frac{2}{\lambda_0} \right)^2 \frac{g Q_q}{(q/2 + 1)^2} t^{q+2} \right\}^{1/4}. \quad (5)$$

Частные решения (3), (5) можно интерпретировать как соотношения подобия для распространения конвективного фронта [13].

Аналогичное решение может быть получено и в случае экспоненциального источника, подробнее см. [10].

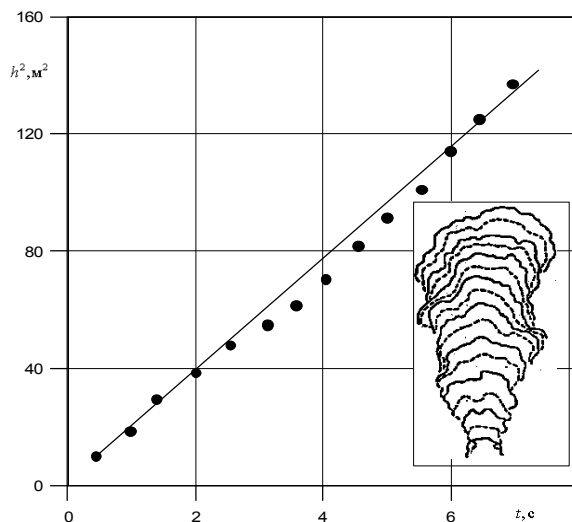


Рис. 2. График зависимости квадрата высоты струи от времени и изображение контуров последовательных положений нестационарной струи, вызванной точечным источником тепла. Точки соответствуют экспериментальным данным [12]; прямая линия представляет решение уравнения распространения конвективного фронта

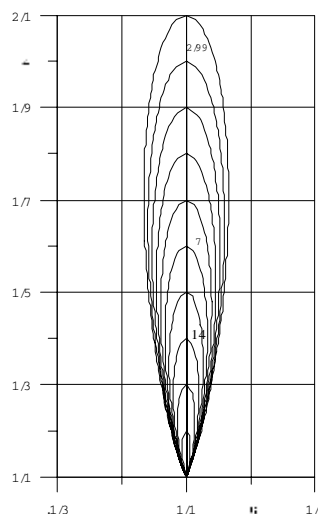


Рис. 3. Изолинии поля плавучести $g\theta_*(r_*, z_*)$ в автомодельных безразмерных пространственных переменных r_* и z_* [17]

2. АВТОМОДЕЛЬНЫЕ СТРУИ НАДТОЧЕЧНЫМИСТОЧНИКОМ ПЛАВУЧЕСТИ

Пусть (r, φ, z) – цилиндрическая система координат, ось z которой направлена противоположно ускорению свободного падения g ; В качестве исходных уравнений используем уравнения конвекции Буссинеска [14], справедливые как для газа, так и для жидкости.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} w + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} uwr + \frac{\partial}{\partial z} ww &= g\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v_w r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \theta + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} u\theta r + \frac{\partial}{\partial z} w\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v_\theta r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} c + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} ucr + \frac{\partial}{\partial z} wc &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v_\theta r \frac{\partial c}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} ur + \frac{\partial}{\partial z} w &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

где u, w – компоненты скорости вдоль осей r и z соответственно; $g\theta$ – плавучесть; c – концентрация пассивной примеси; v_w, v_θ – коэффициенты турбулентного обмена вертикальной скорости и безразмерной потенциальной температуры. Уравнения следует дополнить граничными условиями на подстилающей поверхности

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0} [w \cdot u(r, z, t)] &= 0, \quad \lim_{z \rightarrow 0} [w \cdot \theta(r, z, t)] = \frac{1}{2\pi\sigma} S_0(t) \delta(r), \\ \lim_{z \rightarrow 0} [w \cdot c(r, z, t)] &= \frac{1}{2\pi\sigma} I_0(t) \delta(r), \end{aligned} \quad (7)$$

где $S_0(t) > 0, I_0(t) > 0$ – мощности точечных источников плавучести и примеси; $\delta(r)$ – дельта-функция Дирака.

Пусть R – радиус струи; f_w, f_θ – горизонтальные профили вертикальной скорости и плавучести, заданные в соответствии с экспериментальными данными [15]:

$$\begin{aligned} R &= \alpha_R z, \quad f_w(\xi) = \exp(-\lambda_w \xi^2), \\ f_\theta(\xi) &= \exp(-\lambda_\theta \xi^2), \quad \xi = r/R, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\lambda_w / \alpha_R^2 = 96, \lambda_\theta / \alpha_R^2 = 71, \alpha_R = 0.12$ – постоянные коэффициенты.

В рамках интегральной модели, построенной на основе метода Кармана–Польгаузена [16] приближенное решение, следует искать в виде

$$\begin{aligned} w(r, z, t) &= \tilde{w}(z, t) \cdot f_w(r/R), \quad u(r, z, t) = -\frac{\partial \tilde{w}(z, t)}{\partial z} \cdot \frac{1}{r} \int_0^r r f_w(r/R) dr, \\ \theta(r, z, t) &= \tilde{\theta}(z, t) f_\theta(r/R), \quad c(r, z, t) = \tilde{c}(z, t) f_\theta(r/R), \quad R = \alpha_R z. \end{aligned} \quad (9)$$

При этом функции $\tilde{w}(z, t), \tilde{\theta}(z, t), \tilde{c}(z, t)$ соответствуют вертикальной скорости, плавуче-

сти и концентрации на оси струи и удовлетворяют системе

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{w} R^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{w} \tilde{w} R^2 &= \alpha_g g \tilde{\theta} R^2, \quad \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\theta} R^2 + \frac{1}{1+\alpha_g} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{w} \tilde{\theta} R^2 = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \tilde{c} R^2 + \frac{1}{1+\alpha_g} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{w} \tilde{c} R^2 &= 0, \quad R = \alpha_R z \end{aligned} \quad (10)$$

где $\alpha_g = \lambda_w / \lambda_\theta = 1.35$ – постоянный коэффициент.

Уравнения следует дополнить граничными условиями на подстилающей поверхности

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0} [\tilde{w} \tilde{w} R^2(z, t)] &= 0, \quad \lim_{z \rightarrow 0} [\tilde{w} \tilde{\theta} R^2(z, t)] = \frac{1}{\pi k^2} S_0(t), \\ \lim_{z \rightarrow 0} [\tilde{w} \tilde{c} R^2(z, t)] &= \frac{1}{\pi k^2} I_0(t), \quad k^2 = \frac{\alpha_g}{1+\alpha_g}. \end{aligned} \quad (11)$$

Автомодельное решение системы можно искать в виде

$$\begin{aligned} \tilde{w}(z, t) &= \frac{dh}{dt} w^*(z_*), \quad \tilde{\theta}(z, t) = \frac{1}{gh} \left(\frac{dh}{dt} \right)^\theta \theta^*(z_*), \quad \tilde{c}(z, t) = \frac{1}{gh} \left(\frac{dh}{dt} \right)^c c^*(z_*), \\ R &= h R_* = h \alpha_R z_*, \quad z_* = z/h(t), \end{aligned} \quad (12)$$

где z_* – безразмерная величина; R_*, w^*, θ^*, c^* – безразмерные функции.

Для степенных источников плавучести и пассивной примеси $S_0(t) = Q_q t^{q-1}, I_0(t) = J_q t^{q-1}, Q_q = \text{const}, J_q = \text{const}$, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \left(2 + \frac{q-2}{q+2} \right) w_* r_*^2 - z_* \frac{d}{dz_*} (w_* r_*^2) + \frac{1}{2} \frac{d}{dz_*} w_* w_* r_*^2 &= \alpha_g \theta_* r_*^2, \\ \left(1 + 2 \frac{q-2}{q+2} \right) \theta_* r_*^2 - z_* \frac{d}{dz_*} (\theta_* r_*^2) + \frac{1}{1+\alpha_g} \frac{d}{dz_*} w_* \theta_* r_*^2 &= 0, \\ \left(1 + 2 \frac{q-2}{q+2} \right) c_* r_*^2 - z_* \frac{d}{dz_*} (c_* r_*^2) + \frac{1}{1+\alpha_g} \frac{d}{dz_*} w_* c_* r_*^2 &= 0, \\ r_* &= \alpha_R z_*. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогичные соотношения можно записать как для мгновенного, так и для экспоненциального источника. При этом коэффициенты в соответствующих уравнениях получают предельным переходом при $q \rightarrow 0$ и $q \rightarrow \infty$.

В частности в случае источника постоянной мощности $S_0(t) = Q_1 = \text{const}, I_0(t) = J_1 = \text{const}$ аналитическое решение имеет вид

$$\begin{cases} w^*(z_*) = \frac{1}{\alpha_R z_*} \left\{ \frac{3}{2} \alpha_g \alpha_R S_* z_*^2 \right\}^{1/3}, & \theta^*(z_*) = \frac{S_*}{\alpha_R z_*} \left\{ \frac{3}{2} \alpha_g \alpha_R S_* z_*^2 \right\}^{-1/3} \\ c^*(z_*) = \frac{J_1}{Q_1} \frac{S_*}{\alpha_R z_*} \left\{ \frac{3}{2} \alpha_g \alpha_R S_* z_*^2 \right\}^{-1/3}, & R_*(z_*) = \alpha_R z_*, \quad S_* = \frac{4}{3} \frac{\lambda_\theta^2 \lambda_w}{\pi k^2} \end{cases} \quad (14)$$

Амплитуды, дополненные профильными соотношениями, позволяют рассчитать пространственное поле нестационарной струи в автомодельных переменных $z_* = z/h$ и $r_* = r/h$. Численные расчеты изолиний $g\theta_*(r_*, z_*) = g\theta^*(z_*) \exp\{-71(r_*/z_*)^2\}$ представлены на рис. 3, подробнее см. [17].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках интегральной модели, выполнено численное исследование автомодельных режимов над источниками тепла и пассивной примеси, мощности которых изменяются по степенным и экспоненциальным законам. Построено аналитическое решение нестационарной конвективной струи, соответствующее постоянному источнику тепла и пассивной примеси. Рассмотрено сопоставление с известными экспериментальными данными о профилях вертикальной скорости и температуры на оси струи. Приемлемое соответствие теории и наблюдений позволяет использовать предложенную гидродинамическую модель в практике научно-технических расчетов развития нестационарных конвективных струй и термиков над тепловыми источниками, связанными с горением. Универсальное уравнение распространения конвективного фронта позволяет определять мощность тепловых выбросов по оптическим наблюдениям за распространением конвективной струи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сафонов В.С., Одишария Г. Э., Швыряев А. А. Теория и практика анализа риска в газовой промышленности. М.: Олита. 1996. 207 с.
2. Чисхолм Д. Двухфазное течение в трубопроводах и теплообменниках. М.: Недра. 1986. 205 с.
3. Nikitopoulos DE, Chaine G., Stanley KN. Bubble behaviour in the shear layer of a bubble jet // Physics of Fluids. 2002. V. 14. N 9.
4. Вульфсон А.Н. Нестационарная автомодельная конвекция в нейтральной атмосфере над точечными источниками тепла и пассивной примеси. // Метеорология и гидрология. 2001. N 1. С. 34–49.
5. Вульфсон А.Н. Численно-аналитическое исследование автомодельных режимов распространения нестационарных конвективных струй и термиков в однородной среде над точечным источником тепла // Инженерно физический журнал НАНБ. 2001. Т. 74. N 3. С. 92–99.
6. Вульфсон А.Н., Бородин О.О. Автомодельные режимы распространения нестационарной высокотемпературной конвективной струи в адиабатической атмосфере. // Журнал прикладной механики и технической физики РАН. 2001. Т. 42. N 2. С. 81–87.
7. Vul'fson A. N. Convective Thermals in the Atmospheric Boundary Layer // Edit. Borisov A.V., Kozlov V.V., Mamaev T.S., Sokolovskiy M.A. Proceeding of IUTAM Symposium on Hamilton Dynamics, Vortex Structures, Turbulence. August 25–30. 2006. Moscow, Russia. Steklov Mathematical Institute of RAS. Springer Verlag. 2007. P. 147–154.
8. Vul'fson A. N., Borodin O. O. Size Distribution of Convective Thermals in an Unstable Stratified Turbulent Surface Layer // Regular and Chaotic Dynamics. N. 6. P. 745–753.
9. Delichatsios M.A. Time similarity analysis of unsteady buoyant plumes in neutral surroundings // J. Fluid Mech. 1979. V.93. Part 2. P. 241–250.
10. Yu Hong-Zeng. Transient plume influence in measurement of convective heat release rates of fast growing fires using a large scale fire products collector // Trans. ASME. Ser. C. J. Heat Transfer. 1990. V.112. P.186–191.
11. Вульфсон А.Н. Автомодельность и распространение верхней границы конвективных термиков в нейтральной стратифицированной атмосфере, вызванное точечными, линейными и плоскими источниками тепла // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. N 4. С. 557–564.
12. Scorer R.S. Environmental aerodynamics // Halsted Press. New-York, London – Sydney – Toronto 1978. 547 p. (Имеется перевод: Скорер Р.С. – Аэрогидродинамика окружающей среды. М.: Мир. 1980. 547 с.)
13. Баренблатт Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л. Гидрометеоиздат. 1982. 255 с.
14. Ogura Y., Phillips N.A. Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere. // J. Atmos. Sci. 1962. V.19. N 2. P. 173-179.
15. Rouse H., Yih C.-S., Humphreys H.W. Gravitational convection from a boundary source. // Tellus. 1952. V. 4. N 3. P. 201–210.
16. Schlichting H. Boundary layer theory. Pergamon Press, London. (Имеется перевод: Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. 709 с.)
17. Вульфсон А.Н., Бородин О.О. К интегральной теории нестационарной турбулентной струи над точечным источником постоянной мощности. // Инженерно физический журнал НАНБ. 2003. Т. 76, N 5. С. 187–192.

SPECIAL CHARACTERISTICS OF SPREADING OF PASSIVE ANTHROPOGENIC POLLUTANTS OVER LOCAL SOURCES IN WATER AND AIR ENVIRONMENTS

© 2010 A.N. Vulfson, O.O. Borodin

Oil and Gas Research Institute of RAS, Moscow

An integral hydrothermodynamic model and dimension theory are used to describe the rise of non-steady convective plume over a point source of heat and passive tracer in a neutral environment. Self-similarity regimes of convective plumes propagation are obtained. A technique of numerically and analytical solving the self similar equations is considered. The represent solutions are correlated with the available experimental date.

Key words: convective thermals, nonsteady jets, self-similar regimes, passive tracer

Alexander Vulfson, Doctor of Physics and Mathematics,
Principal Research Scientist, E-mail: vulfson@ipng.ru
Oleg Borodin, Candidate of Physics and Mathematics, Senior
Research Scientist. E-mail: borodin@ipng.ru