

УДК 621.4

ДИНАМИКА ШАРИКОВОГО РАДИАЛЬНО-УПОРНОГО ПОДШИПНИКА КАЧЕНИЯ

© 2010 В.Б. Балякин, Е.П. Жильников, Б.Б. Косенок, И.С. Барманов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 26.03.2010

Приведены формулы определения деформаций и жёсткостей без учёта и с учётом центробежных сил.

Ключевые слова: шариковый подшипник качения, жёсткость, деформация.

В опорах авиационных газотурбинных двигателей для восприятия осевых и радиальных нагрузок нашли применение шариковые подшипники. Величины нагрузок существенно зависят от режима работы двигателя. Величина радиальной нагрузки определяется весом ротора и величиной дисбаланса, а величина осевой – разностью газодинамических сил компрессора и турбины. Для обеспечения нормальной работы необходимо знать влияние нагрузок на динамику подшипника.

Расчёты динамических параметров подшипника позволит более точно провести расчёт динамики ротора, особенно это важно в случае применения в конструкции двигателя упругодемпферных опор.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ МЕЖДУ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Определение нагрузок в контактах шариков с желобами колец является статически неопределимой задачей. Ее решение возможно только численными методами с учетом условий совместности перемещений и деформаций деталей. При расчетах не учитывается разноразмерность шариков, а также неточности формы колец.

РАСЧЕТ ПРИ ОСЕВОЙ НАГРУЗКЕ БЕЗ УЧЕТА ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ ШАРИКОВ

При осевой нагрузке без перекоса колец все шарики нагружаются равномерно, и происходит только осевое смещение колец. При этом в зависимости от величины радиального зазора и осевой нагрузки возможны двухточечный, два вари-

Балякин Валерий Борисович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой основ конструирования машин. E-mail: okm@ssau.ru

Жильников Евгений Петрович, кандидат технических наук, профессор.

Косенок Борис Борисович, кандидат технических наук, доцент.

Барманов Ильдар Сергеевич, аспирант.

E-mail: barmanov_samara@inbox.ru.

анта трехточечного и четырехточечный контакты. Усилия в контактах для случая без учета центробежных сил шариков приведены на рис. 1 и 2.

Необходимо отметить, что случай четырехточечного контакта (рис. 2 в) возможен только при натяге в рабочих условиях (при $g < 0$) и небольших величинах осевых нагрузок. Основным без учета центробежных сил шариков будет случай двухточечного контакта (рис. 1).

При двухточечном контакте условия равновесия шарика и внутреннего кольца будут иметь вид:

$$\begin{cases} F_g = F_n, \\ F_g \sin \alpha = F_a / z. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь F_a – осевая нагрузка подшипника. Кроме того, $\alpha_g = \alpha_n = \alpha$.

Геометрические соотношения, описывающие перемещения в подшипнике, получим из треугольника ABC .

В указанном треугольнике:

$$\begin{aligned} AB &= R_g + R_n - D_w + \delta_g + \delta_n - h_g - h_n, \\ AC &= AB \sin \alpha = S_a + X_g + X_n, \\ BC &= AB \cos \alpha = (R_g - D_w/2) \cos \alpha_{Tg} + \\ &+ (R_n - D_w/2) \cos \alpha_{Tn} - g/2. \end{aligned} \quad (2)$$

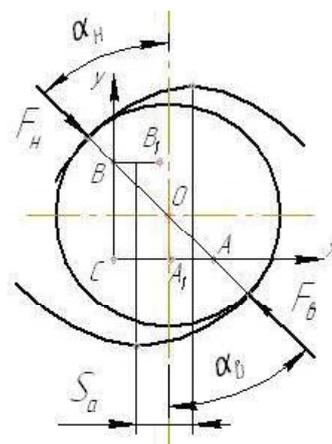


Рис. 1. Усилия в контактах шарика без учета центробежных сил при $\alpha_0 > \alpha_{Tg}$ и $\alpha_0 > \alpha_{Tn}$

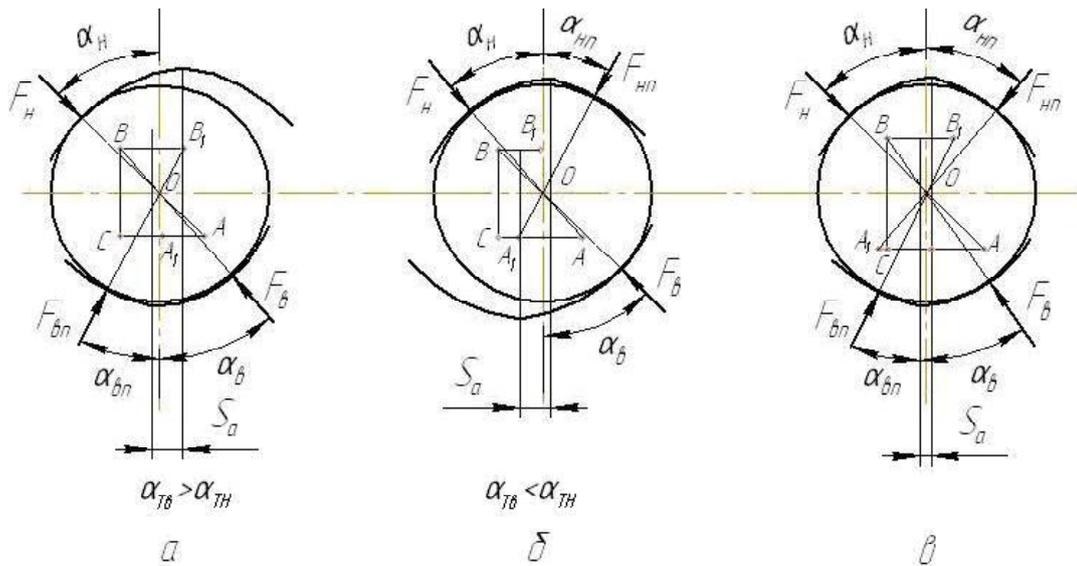


Рис. 2. Усилия в контактах шарика без учета центробежных сил:
 а - при $\alpha_{Tb} > \alpha_{Tn}$; б - при $\alpha_{Tb} < \alpha_{Tn}$; в - при $g < 0$

Здесь: S_a – осевое смещение колец под нагрузкой; δ_e, δ_n – деформации в контактах шарика с желобами; h_e, h_n – толщины эластогидродинамических слоев смазки в контактах.

Так как деформации в контактах и толщины смазочных слоев являются функцией усилия в контактах, то система уравнений (1) и (2) приводится к уравнению с одним неизвестным. В качестве неизвестного принимаем угол контакта α . Решение этого уравнения выполняется методом простой итерации. В качестве начального приближения принимается $\alpha_{j=0} = \alpha_0$. Из уравнения (1) находятся усилия в контактах, затем контактные деформации и толщины смазочных слоев. Наконец определяется следующее приближение:

$$\alpha_j = \arccos(\theta),$$

$$\theta = \frac{\left(R_e - \frac{D_w}{2}\right) \cos \alpha_{Te} + \left(R_n - \frac{D_w}{2}\right) \cos \alpha_{Tn} - \frac{g}{2}}{R_e + R_n - D_w + \delta_e + \delta_n - h_e - h_n}.$$

Расчет повторяется до достижения заданной точности определения угла контакта. Затем из уравнений (2) находится величина осевого смещения колец.

РАСЧЕТ ПРИ ОСЕВОЙ НАГРУЗКЕ С УЧЕТОМ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ ШАРИКОВ

При осевой нагрузке без перекоса колец в высокоскоростном подшипнике все шарики нагружаются равномерно, и происходит только осевое смещение колец. При этом в зависимости от величины радиального зазора и осевой нагрузки возможны, как и без учета центробежных сил, двухточечный, два варианта трехточечного и четырехточечный контакты.

Усилия в контактах с учетом центробежных сил шариков при двухточечном контакте приведены на рис. 3.

При двухточечном контакте условия равновесия шарика и внутреннего кольца с учетом центробежных сил будут иметь вид:

$$\begin{cases} F_e \cos \alpha_e + F_c = F_n \cos \alpha_n, \\ F_e \sin \alpha_e = F_n \sin \alpha_n = F_a / z. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь F_c – центробежная сила шарика, определяемая по формуле:

$$F_c = \pi \gamma_w D_w^3 d_m \omega_0^2 / 12,$$

где ω_0 – угловая скорость переносного движения центра шарика.

Геометрические соотношения, описывающие перемещения в подшипнике, получим из четырехугольника $AOBC$. Основные зависимости приведены в (2).

В указанном четырехугольнике:

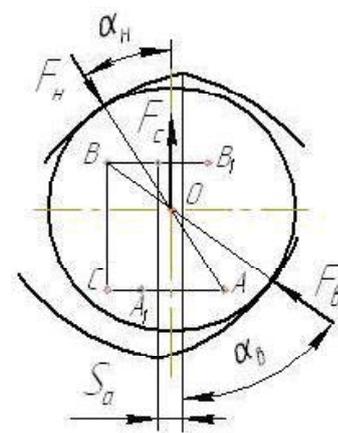


Рис. 3. Усилия в контактах шарика с учетом центробежных сил

$$\begin{aligned}
 AO &= R_n - D_w / 2 + \delta_n - h_n, \\
 BO &= R_g - D_w / 2 + \delta_g - h_g, \\
 BC &= AO \cos \alpha_n + BO \cos \alpha_g = \\
 &= \left(R_g - \frac{D_w}{2} \right) \cos \alpha_{Tg} + \left(R_n - \frac{D_w}{2} \right) \cos \alpha_{Tn} - \frac{g}{2}, \quad (4) \\
 AC &= AO \sin \alpha_n + BO \sin \alpha_g = S_a + X_g + X_n.
 \end{aligned}$$

РАСЧЕТ ПРИ РАДИАЛЬНОЙ НАГРУЗКЕ БЕЗ ПЕРЕКОСА КОЛЕЦ

При радиальной нагрузке принимаем осевое смещение колец равным нулю и учитывается только радиальное смещение, схема которого приведена на рис. 4.

Величина радиального смещения колец S_r значительно меньше диаметральных размеров колец. В этой связи принимаем, что радиальный зазор для шарика, расположенного под углом φ к линии действия радиальной нагрузки F_r , определяется по зависимости:

$$g_i / 2 = g / 2 - S_r \cos \varphi_i.$$

Угловая координата шарика определяется по формуле:

$$\varphi_i = \varphi_0 + (2\pi/z)(i-1),$$

где i - номер шарика, считая от максимально нагруженного; z - число шариков; φ_0 - координата максимально нагруженного шарика.

Изменяя координату φ_0 от 0 до $2\pi/z$ можно провести исследования траектории движения центра кольца при вращении.

Не учитывая возможную несимметричность профилей желобов колец, схемы усилий в контактах шарика с желобами колец в нагруженной и в ненагруженной зонах подшипника будут иметь вид, показанный на рис. 5.

На рис. 5:

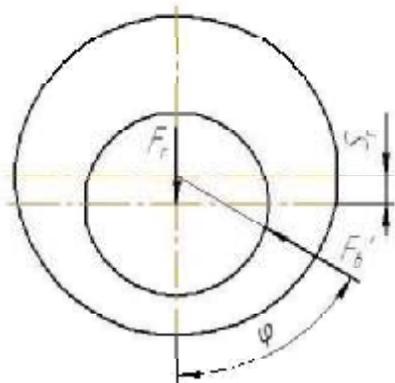


Рис. 4. Схема радиального смещения колец

$$\begin{aligned}
 AO &= R_n - D_w / 2 + \delta_n - h_n, \\
 BO &= R_g - D_w / 2 + \delta_g - h_g, \\
 F_{en} &= F_g, \\
 F_{nn} &= F_n.
 \end{aligned}$$

Условия равновесия шарика в нагруженной зоне имеют вид:

$$2F_g \cos \alpha_g + F_c = 2F_n \cos \alpha_n. \quad (5)$$

Расстояние между центрами желобов колец при данном зазоре будет равно:

$$H_i = \left(R_g - \frac{D_w}{2} \right) \cos \alpha_{Tg} + \left(R_n - \frac{D_w}{2} \right) \cos \alpha_{Tn} - \frac{g_i}{2}. \quad (6)$$

С другой стороны:

$$H_i = BO \cos \alpha_g + AO \cos \alpha_n. \quad (7)$$

На рис. 4:

$$F'_g = 2F_g \cos \alpha_g.$$

Условия равновесия внутреннего кольца подшипника будут иметь вид:

$$F_r = 2 \sum_{i=1}^z F_{gi} \cos \alpha_{gi} \cos \varphi_i. \quad (8)$$

Уравнение (5) может быть приведено к виду:

$$f_3(y, S_r) \equiv F_{gi} \cos \alpha_{gi} - F_{ni} \cos \alpha_{ni} + 2F_c = 0. \quad (9)$$

Здесь y - координата центра шарика.

Решение системы уравнений (6)-(9) выполняется методом вариации параметров. Задаются величины смещения S_r и координаты y . Затем определяются углы контакта:

$$\alpha_{gi} = \arctg(X_g / (H_i - y)),$$

$$\alpha_{ni} = \arctg(X_n / y).$$

Из геометрических соотношений определяются усилия в контактах, и проверяется условие (7). При необходимости вводится поправка в величину y . Затем проверяется условие (6) и также при необходимости вводится поправка в величину S_r .

Расчет при комбинированной нагрузке и перекосе колец

Схема перемещений в подшипнике при комбинированной нагрузке и перекосе колец приведена на рис. 6.

На рисунке S_a, S_r - осевое и радиальное смещения колец, ψ_g, ψ_n - перекосы внутреннего и внешнего колец относительно оси вращения. Рассматриваем случай симметричного расположения шариков относительно вектора радиальной нагрузки. В качестве S_a принимаем смещение колец в сечении, проходящем через центр максимально нагруженного шарика. При перекосах осевые смещения колец различны для всех

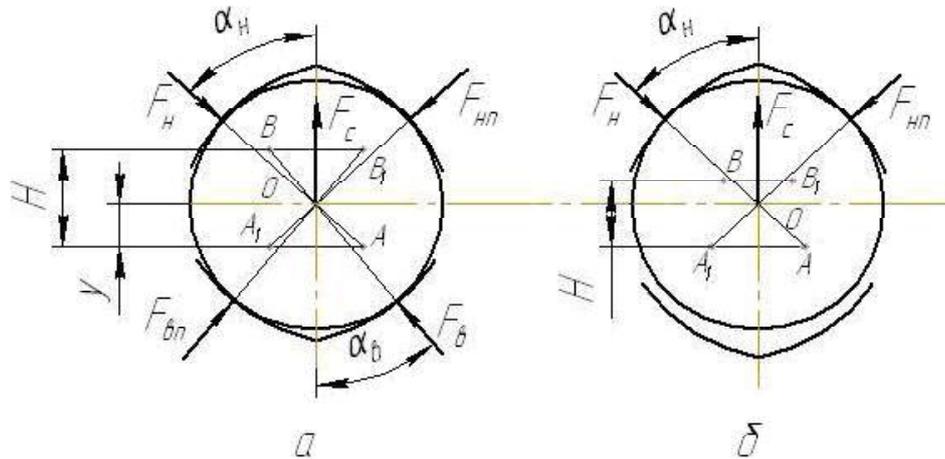


Рис. 5. Схемы усилий в контактах шарика при радиальной нагрузке: а – в нагруженной зоне; б – в ненагруженной зоне

сечений. Перекосу, при котором с увеличением координаты φ осевое смещение в сечении увеличивается, присваиваем знак плюс (рис. 6). Перекосу в противоположном направлении присваиваем знак минус.

Величины радиального зазора и осевого смещения в сечении с координатой φ при наличии радиального смещения и перекоса определяются по формулам:

$$g_i/2 = g/2 - S_r \cos \varphi_i - (D_{0e} (1 - \cos \psi_e) + D_{0n} (1 - \cos \psi_n)) \cdot |\cos \varphi_i|, \quad (10)$$

$$S_{ai} = S_a + (D_{0e} \sin \psi_e + D_{0n} \sin \psi_n) \cos \varphi_i.$$

В зависимости от величин радиального зазора, осевого смещения и углов контакта α_{Te} и α_{Tn} в сечениях возможны двух-, трех- и четырехточечный контакт шарика с желобами колец. Схемы сил в контактах будут аналогичны приведенным на рисунках 2 и 3. Условия равновесия шарика при двухточечном контакте в сечении в нагруженной зоне могут быть приведены к виду:

$$F_{ei} \cos \alpha_{ei} + F_c = F_{ni} \cos \alpha_{ni}, \quad (11)$$

$$F_{ei} \sin \alpha_{ei} = F_{ni} \sin \alpha_{ni}.$$

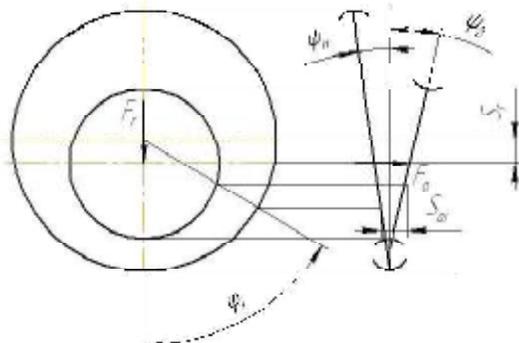


Рис. 6. Схема перемещений колец при комбинированной нагрузке и перекосе

В ненагруженной зоне шарик прижимается центробежной силой к наружному кольцу.

В этом случае условие равновесия шарика имеет вид:

$$F_{ni} \cos \alpha_{ni} + F_{nii} \cos \alpha_{nii} = F_c.$$

Уравнения (11) могут быть приведены к виду:

$$f_4(x, y, S_r, S_a) \equiv F_{ni} \cos \alpha_{ni} - F_{ei} \cos \alpha_{ei} - F_c = 0,$$

$$f_5(x, y, S_r, S_a) \equiv F_{ni} \sin \alpha_{ni} - F_{ei} \sin \alpha_{ei} - F_c.$$

Здесь, как и ранее, x и y – координаты центра шарика в данном сечении.

Приведенная система при заданных значениях смещений S_a и S_r решается методом Ньютона относительно координат x и y для каждого шарика. При этом с учетом геометрических соотношений находятся усилия и углы контакта шариков.

Условия равновесия внутреннего кольца могут быть записаны в общем виде:

$$F_a = \sum_{i=1}^z (F_{ei} \sin \alpha_{ei} - F_{eni} \sin \alpha_{eni}), \quad (12)$$

$$F_r = \sum_{i=1}^z (F_{ei} \cos \alpha_{ei} + F_{eni} \cos \alpha_{eni}) \cos \varphi_i.$$

Уравнения (12) приводим к виду:

$$f_6(S_a, S_r) \equiv F_a - \sum_{i=1}^z (F_{ei} \sin \alpha_{ei} - F_{eni} \sin \alpha_{eni}) = 0,$$

$$f_7(S_a, S_r) \equiv F_r - \sum_{i=1}^z (F_{ei} \cos \alpha_{ei} + F_{eni} \cos \alpha_{eni}) \cos \varphi_i = 0.$$

Решение полученной системы относительно смещений S_a и S_r выполняется методом Ньютона. При этом производные функций определяются численно как отношения приращений функций к приращениям аргументов.

Были проведены расчёты подшипника 126126. Величина начального радиального зазора составляла 150 мкм, а перекосы наружного и внутреннего колец принимались равными нулю.

На рис. 7 приведены графики зависимости радиальных перемещений от осевой и радиальной нагрузки с учётом и без учёта центробежных сил шариков. По графикам видно, что перемещения возрастают с ростом радиальной нагрузки, причём нелинейно. Чётко прослеживается следующее: до некоторого значения радиальной нагрузки радиальные деформации меняются незначительно, после чего зависимость имеет ярко выраженный перегиб (в случае отсутствия осевой нагрузки наблюдать перегиб не представляется возможным), после которого деформации существенно увеличиваются.

Следует также отметить, что на участке до перегиба зависимость носит линейный характер, и существенное влияние центробежные силы не оказывают. На участке после перегиба перемещения изменяются нелинейно, и отчётливо прослеживается уменьшение радиальных перемещений с ростом частоты вращения. Чем больше радиальная нагрузка на этом участке, тем большее

влияние оказывают центробежные силы. Например, при радиальной нагрузке $F_r = 1000$ Н разница между перемещениями, соответствующие частотам вращения 0 и 8000 об/мин, составляет около 10 мкм (рис. 7 а-в). Принимая во внимание то, что ротора современных авиадвигателей могут иметь частоты вращения 15000-18000 об/мин, отличие статических и динамических перемещений может достигать величины 15-20 мкм. Если учесть, что масса роторов достигают нескольких сотен килограмм, и соответственно радиальная нагрузка на опору может быть более 1000 Н, то разница в перемещениях ещё более увеличится. Такое изменение радиальных перемещений может существенно отразиться на динамике ротора.

На рис. 8 представлены параметры зависимости радиальной смещений при частоте вращения $n=8000$ об/мин. Анализ зависимостей показывает, что положение точки перегиба находится при отношении осевой нагрузки к

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,64 \dots 0,71.$$

Параметр осевой нагрузки для исследуемого подшипника составляет $e=0,68$. По всей видимости, можно считать,

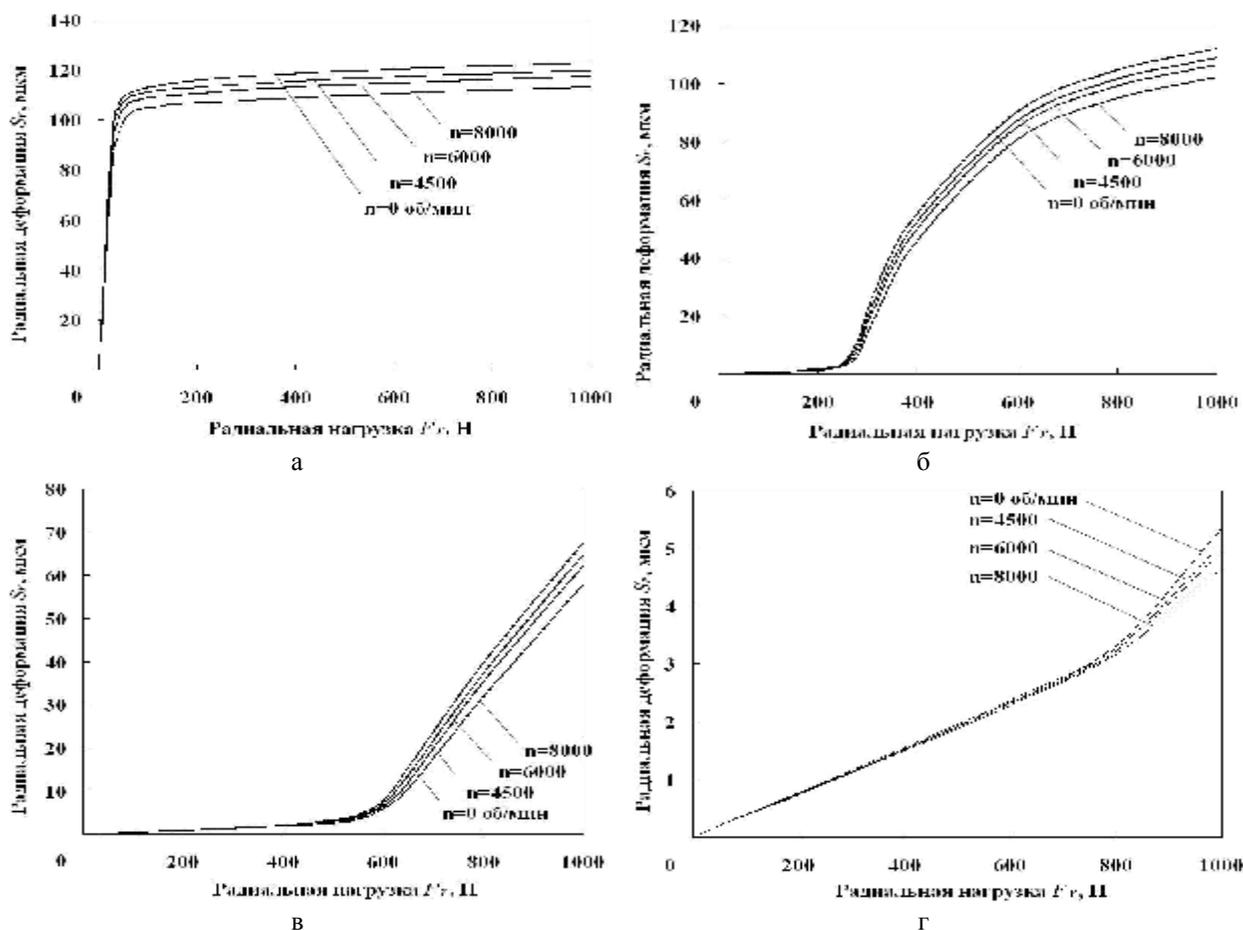


Рис. 7. Графики зависимости радиальных перемещений S_r в подшипнике от радиальной нагрузки F_r при различных частотах вращения и осевых нагрузках:
 а - $F_a = 0$ Н; б - $F_a = 150$ Н; в - $F_a = 350$ Н; г - $F_a = 700$ Н

что перегиб начинается при отношении сил, соответствующего параметру осевой нагрузки, т.е.

$\frac{F_a}{F_r} = e$. Также можно утверждать, что угол наклона линий после перегиба уменьшается с ростом осевой нагрузки.

В связи с тем, что зависимость смещений от нагрузки носит существенно нелинейный характер, то коэффициенты радиальной и осевой жёсткости определяются в виде производных:

$$C_r = \frac{\partial F_r}{\partial S_r}; C_a = \frac{\partial F_a}{\partial S_a}.$$

Заменяя производные отношением приращений, получим:

$$C_r = \frac{R(S_r, S_a) - R(S_r + \Delta S_r, S_a)}{\Delta S_r};$$

$$C_a = \frac{R(S_r, S_a) - R(S_r, S_a + \Delta S_a)}{\Delta S_a}.$$

На рис. 9 приведены зависимости коэффициентов радиальной и осевой жёсткости от радиальной нагрузки. Можно отметить, что радиальная жёсткость с ростом радиальной нагрузки сначала снижается, а потом увеличивается (рис. 9 а). Причём снижение происходит на участке,

где выполняется условие $\frac{F_a}{F_r} < e$. Чем больше осевая нагрузка, тем менее интенсивно происходит снижение радиальной жёсткости. Коэффициент осевой жёсткости имеет аналогичную закономерность, но увеличение жёсткости при

увеличении жёсткости при $\frac{F_a}{F_r} > e$ происходит менее интенсивно (рис. 9 б).

На рис. 10 приведены зависимости коэффициентов радиальной и осевой жёсткости от осевой нагрузки. Можно отметить, что радиальная жёсткость с ростом осевой нагрузки сначала снижается, принимая примерно постоянное значение, а потом начинает увеличиваться (рис. 10 а). Причём графики для различных радиальных нагрузок стремятся приблизиться друг к другу. Коэффициент осевой жёсткости нелинейно возрастает. При увеличении радиальной нагрузки осевая жёсткость снижается (рис. 10 б).

Особый интерес представляет зависимость радиальной жёсткости от осевой нагрузки при постоянной радиальной. Не принимая во внимание дисбаланс ротора можно считать радиальную нагрузку постоянной, в то время как осевая нагрузка меняется в зависимости от режима работы двигателя.

Зная величины осевых сил на различных режимах и зависимость радиальной жёсткости подшипника можно определить жёсткость всей опоры. После этого можно оценить динамическое состояние на всех режимах работы. В связи с тем, что ротора выполняются гибкими, в ряде случаев необходимо делать частотную отстройку. Частотную отстройку можно выполнить введением в опору упругого элемента, например, такого как кольцо Алиссона или "белые колесо".

Таким образом, полученные закономерности позволяют на более качественном уровне решить

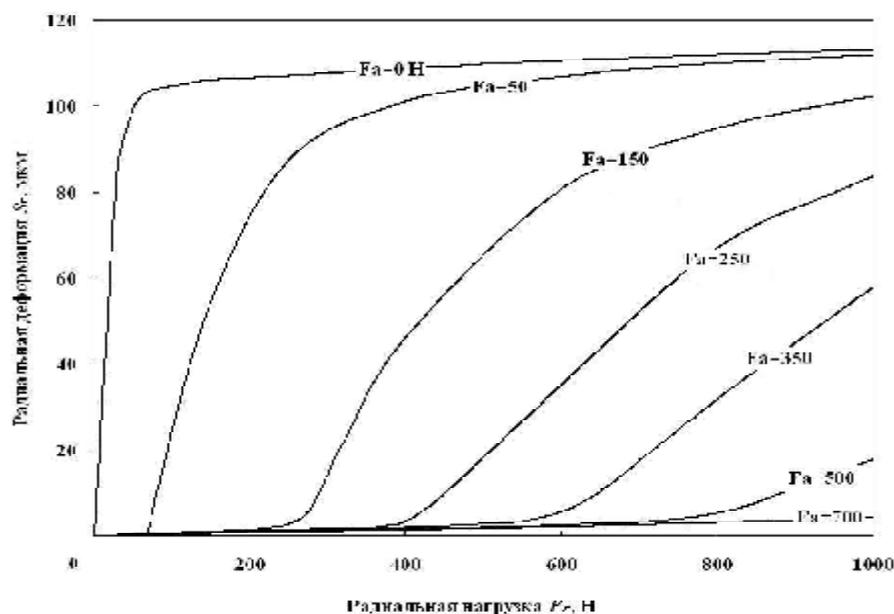


Рис. 8. Графики зависимости радиальных перемещений S_r от радиальной нагрузки F_r при частоте вращения $n = 8000$ об/мин и различных осевых нагрузках

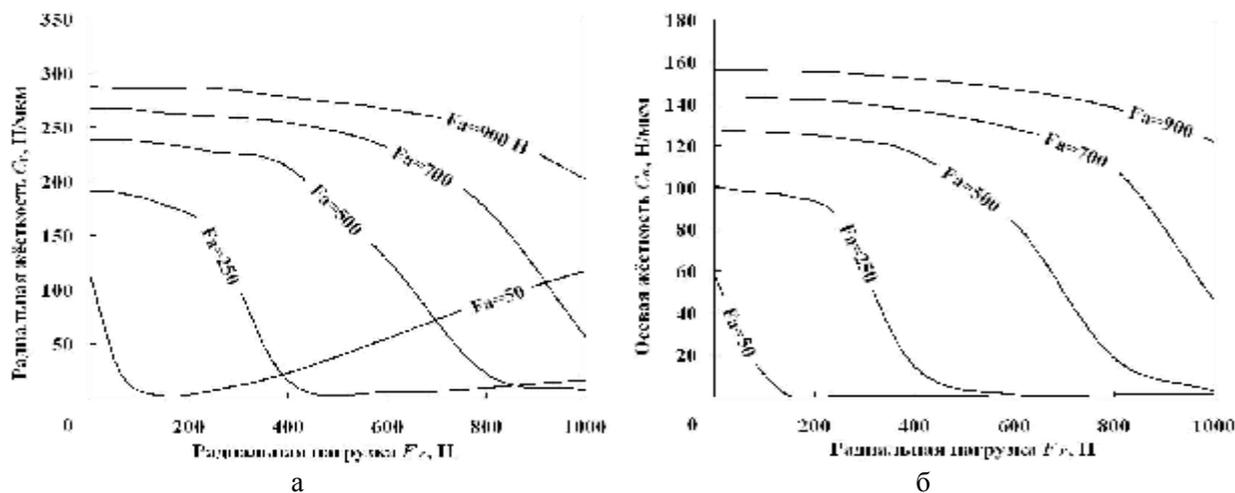


Рис. 9. Графики зависимости жёсткости от радиальной нагрузки F_r при частоте вращения $n = 4500$ об/мин и различных осевых нагрузках F_a :
 а – радиальной C_r ; б – осевой C_a

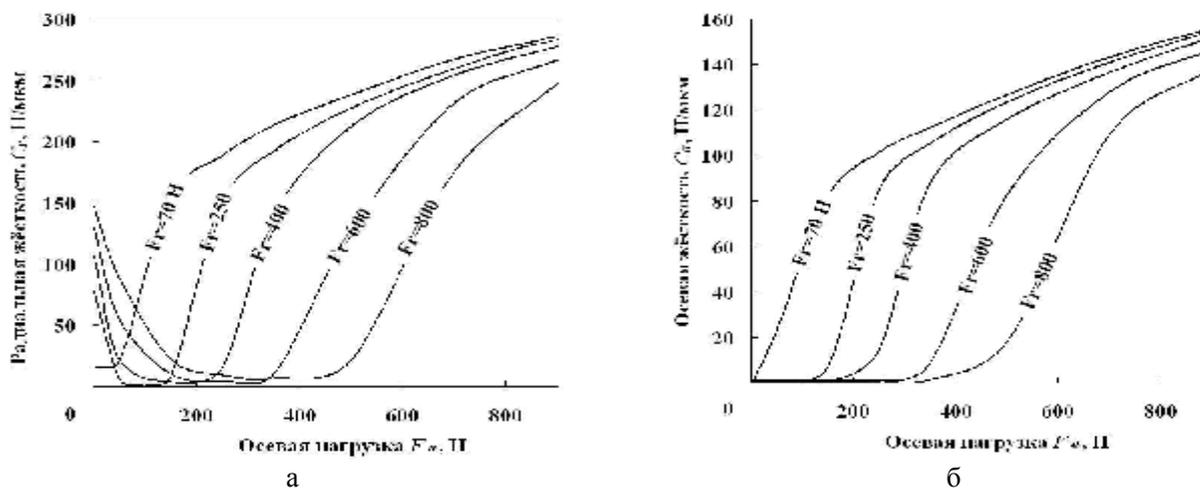


Рис. 10. Графики зависимости жёсткости от осевой нагрузки F_a при частоте вращения $n = 4500$ об/мин и различных радиальных нагрузках F_r :
 а – радиальной C_r ; б – осевой C_a

проблему обеспечения вибрационной прочности газотурбинных двигателей, разрабатывать высокоэффективные опоры роторов, снижать вибрацию, повышать надёжность и увеличивать ресурс двигателя в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балякин В.Б., Жильников Е.П., Самсонов В.Н., Макаруч В.В. Теория и проектирование опор роторов авиационных ГТД: монография. Самара: СГАУ, 2007, 254 с.

DYNAMICS OF BALL BEARING

© 2010 V.B. Balyakin, E.P. Zhilnikov, B.B. Kosenok, I.S. Barmanov

Samara State Aerospace University

Submit formuls of deformations and stiffness without and out of forces centrifugal.

Key words: ball bearing, deformation, stiffness.

Valery Balyakin, Doctor of Technics, Professor, Head at the Basis of designing of machines department. E-mail: okm@ssau.ru.
 Evgeny Zhilnikov, Doctor of Technics, Professor.
 Boris Kosenok, Candidate of Technics, Associate Professor.
 Ildar Barmanov, Graduate Student. E-mail: barmanov_samara@inbox.ru