УДК 681.51 : 629.78

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ УПРУГОГО СПУТНИКА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

НИИ проблем надежности механических систем
Самарского государственного технического университета

Поступила в редакцию 21.04 2010

Рассматривается задача стабилизации углового движения упругого спутника при неполном дискретном измерении и широтно-импульсном управлении реактивными двигателями с запаздыванием. Приводятся некоторые результаты имитационного моделирования.

Ключевые слова: космический аппарат, широтно-импульсное управление, запаздывание

ВВЕДЕНИЕ

Методы пространства состояний стационарных линейных непрерывно-дискретных систем [1] с многократной фильтрация дискретных измерений доступных координат и дискретным идентификатором состояния [2] применяются к анализу устойчивости движения упругого космического аппаратов (КА) при формировании широтно-импульсного управления реактивными двигателями с физическим запаздыванием.

МОДЕЛЬ ЛИНЕЙНОЙ МНОГОКРАТНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рассматривается линейный стационарный объект с кусочно-постоянным управлением

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k(t), \quad \dot{\mathbf{u}}_k(t) = \mathbf{0}; \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t - T_{zy}); \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \tag{1}$$

где $t \in T_0 \equiv [t_0, +\infty)$, $t_0 = 0$, вектор-функция управления $\mathbf{u}_k(t) = \{u_{jk}(t)\} \in \mathbf{R}^r$ с определением $\mathbf{u}_k(t_k) = \mathbf{u}_k = \mathbf{v}_{k-1}$ и $\mathbf{u}_k(t_k + T_{zu}) = \mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{v}_k$ формируется в дискретные моменты времени $t_k + T_{zu}$ и далее при широтно-импульсной модуляции (ШИМ) управления с физическим запаздыванием T_{uz}, причем $0 \le T_{zu} < T_u$, формируется как

$$u_{jk}(t) = U_j^m \,\mathrm{PWM}(t - T_{zu}, t_k, v_{jk}); \quad U_j^m = \mathrm{const} > 0,$$

$$\mathrm{PWM}(t, t_k, v_{jk}) \equiv \begin{cases} \mathrm{sign}\, v_{jk} & t \in [t_k, t_k + \tau_{jk}) \\ 0 & t \in [t_k + \tau_{jk}, t_{k+1}) \end{cases};$$

$$\tau_{jk} = \mathrm{Sat}(T_u, |v_{jk}|) \equiv \begin{cases} |v_{jk}| & |v_{jk}| \le T_u \\ T_u & |v_{jk}| > T_u \end{cases}, \tag{2}$$

где $t_k = k \cdot T_u$, $k \in N_0 \equiv \{0,1,2,3,...\}$. Вектор $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ описывает состояние объекта, а вектор $\mathbf{v}_k = \{v_{jk}\} \in \mathbf{R}^r$ представляет дискретную текущую команду – выход дискретного алгоритма управления, формируемый БЦВМ только в дискретные моменты времени t_k.

Измерение $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t - T_{zy})$ состояния объекта (1) является неполным и выполняется только в моменты времени $t_s = sT_q$, $s \in N_0$ с периодом $T_q \le T_u$, кратным периоду управления T_u, что при произвольном фиксированном запаздывании T_{zy} при измерении описывается так:

$$\mathbf{y}_s \equiv \mathbf{y}(t_s) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t'_s); \quad t'_s = t_s - T_{zy}; \quad s \in N_0; \quad \mathbf{y}_s \in \mathbf{R}^l, \; l < n. \tag{3}$$

Для учета запаздывания T_{zy} при измерении, кратного периоду T_q, формально вводится дискретная система с вектором состояния $\boldsymbol{\eta}_s$ размерности $l_z = l(1 + \mathrm{E}[n_{zy}])$:

$$\boldsymbol{\eta}_{s+1} = \mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta}_s + \mathbf{B}_\eta \mathbf{C}\mathbf{x}_s; \quad \boldsymbol{\eta}_s \in \mathbf{R}^{l_z}; \quad \mathbf{y}_s = \mathbf{C}_\eta \boldsymbol{\eta}_s, \tag{4}$$

где $n_{zy} = T_{zy} / T_q$, а матрицы

$$\mathbf{A}_\eta = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{(l_z - l)\times l} & \mathbf{I}_{l_z - l} \\ \hline \mathbf{0}_{l \times l} & \mathbf{0}_{l \times (l_z - l)} \end{array}\right];$$

$$\mathbf{B}_\eta = \{\mathbf{0}, \mathbf{0}, \ldots \mathbf{I}_l\};$$

$$\mathbf{C}_\eta = [\mathbf{I}_l \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \ldots \mid \mathbf{0}].$$

При реализации алгоритма управления имеется также постоянное запаздывание T_{z-} ($0 \le T_{z-} < T_u$), обусловленное затратами времени БЦВМ. Для $T_q < T_u$ при вычислении вектора $\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}(t_{k+1})$, могут использоваться измерения, не более поздние, чем

$$\mathbf{y}(t'_k) \equiv \mathbf{y}((k+1)T_u - n_{zc}T_q) \equiv \mathbf{y}(kT_u + n_{vc}T_q) = \mathbf{C}\mathbf{x}((k+1)T_u - (n_{zy} + n_{zc})T_q), \tag{5}$$

где $n_q = T_u / T_q$; $T_{vc} = T_u - T_{zc}$; $n_{vc} = \mathrm{E}[T_{vc} / T_q]$;

Сомов Сергей Евгеньевич, научный сотрудник.
E-mail: s_sonov@mail.ru

$n_{zc} = n_q - n_{vc}$; $k = \mathrm{E}[s/n_q]$, $\mathrm{E}[\cdot]$ – символ целой части, причем в общем случае $\mathrm{T}_{zc} \neq \mathrm{T}'_{zc} \equiv \mathrm{n}_{zc}\mathrm{T}_{q}$. Будем считать, что при вычислении вектора дискретной команды управления $\mathbf{v}_k$ применяется дискретный фильтр рекуррентного типа

$$\tilde{\mathbf{x}}_{s+1} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{y}_s,\ \tilde{\mathbf{x}}_s \in \mathbf{R}^m;$$
$$\tilde{\mathbf{y}}_s = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{y}_s;\ \mathbf{y}_s, \tilde{\mathbf{y}}_s \in \mathbf{R}^l,\ s \in \mathrm{N}_0 \quad (6)$$

с периодом квантования T_q и выходным сигналом $\mathbf{y}(t'_k) = \mathbf{y}^F_k = \tilde{\mathbf{y}}_s|_{s=n_q \cdot k^*}$ при $t'_k = k^*\mathrm{T}_u$, где $k^* = \mathrm{E}[(s+n_{zc})/n_q]$, а $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$, $\tilde{\mathbf{D}}$ – матрицы соответствующей размерности;

Сигналы $\mathbf{y}^F_k$ фильтра (6) поступают в дискретный динамический регулятор с идентификатором состояния Луенбергера полного порядка с периодом дискретизации T_u:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}_{0d}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_{0d}\mathbf{v}_k + \mathbf{Q}_{0d}\mathbf{y}^F_k, \quad \hat{\mathbf{x}}_k \in \mathbf{R}^p;$$
$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{K}_u(\mathbf{r}_{k+1} - \chi_u \mathbf{C}_0 \hat{\mathbf{x}}_{k+1}) \quad (7)$$

где $\mathbf{r}_k = \mathbf{C}_0\mathbf{x}^r_k$ – сигнал внешней команды, $\mathbf{r}_k \in \mathbf{R}^l$, $\mathbf{r}_k = \{r_{ik}\}$; $\mathbf{x}^r_k$ – вектор *эталонных* переменных состояния системы; $\boldsymbol{\chi}_u$ – диагональная матрица с элементами, равными 1 либо 0 при замыкании либо размыкании системы по отдельным каналам, соответственно, а $\mathbf{A}_{0d}, \mathbf{B}_{0d}, \mathbf{Q}_{0d}, \mathbf{C}_0$ и $\mathbf{K}_u$ – постоянные матрицы соответствующей размерности.

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ С ШИМ УПРАВЛЕНИЯ

При ШИМ управления (2) с запаздыванием возможно лишь приближенное представление управляемого объекта (1) в виде линейной дискретной модели. При отсутствии запаздывания (при $\mathrm{T}_{zu} = 0$) и обозначениях $\mathbf{x}_k \equiv \mathbf{x}(t_k)$; $\mathbf{u}_k \equiv \mathbf{u}_k(t_k)$ нелинейное разностное уравнение с периодом T_u получается в виде

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \Sigma\mathbf{Q}(\tau_{jk})\,\mathbf{b}_j\, \mathrm{U}^m_j \operatorname{sign} v_{jk},$$

где $\tau_{jk} = \mathrm{Sat}(\mathrm{T}_u, |v_{jk}|)$; $\mathbf{A}_d = \exp(\mathrm{T}_u\mathbf{A})$;

$$\mathbf{Q}(\tau) \equiv \exp((\mathrm{T}_u - \tau)\mathbf{A})\int_0^\tau \exp(t\mathbf{A})\,dt.$$

С использованием известных свойств матричной экспоненты и интеграла от нее имеем $\mathbf{Q}(\tau) = \mathbf{A}_d(\mathbf{I} - (\mathbf{A}\tau)/2! + (\mathbf{A}\tau)^2/3! - \cdots)\tau$, поэтому предполагая выполнение условий $\tau_{jk} << \mathrm{T}_u$; $\mathrm{T}_u << 2\pi/|\lambda_i|$, где λ_i – собственные значения матрицы $\mathbf{A}$ в (1), выделяется линейная часть матриц $\mathbf{Q}(\tau_{ik})$ по отношению к $\tau_{jk} = |v_{jk}|$ и выполняется линеаризация ШИМ управления, т.е. приближенное представление векторного разностного уравнения движения объекта в виде $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d\mathbf{v}_k$, где матрица $\mathbf{B}_d = \mathbf{A}_d\mathbf{B}\operatorname{diag}\{\mathrm{U}^m_j\}$. Данной модели формально можно придать форму эквивалентной дискретной системы с постоянным значением *эквивалентного* управления на основном цикле дискретности. При обозначениях $\mathbf{B}^e_d = \mathbf{B}_d\mathrm{T}_u$ и $\mathbf{u}^e_k = \mathbf{v}_k/\mathrm{T}_u$ имеем тождество $\mathbf{B}_d\mathbf{v}_k = \mathbf{B}^e_d\mathbf{u}^e_k$, а линеаризованная дискретная модель объекта управления представляется в виде $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{B}^e_d\,\mathbf{u}^e_k$ с эквивалентным управлением $\mathbf{u}^e_k$, постоянным на всем полуинтервале $T_k = [t_k, t_{k+1})$ времени. Используя это понятие, нетрудно убедиться, что линеаризованная дискретная модель объекта (1) с ШИМ управления (2) и учетом запаздывания имеет явный вид

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{A}^{\nu_u}_d\mathbf{B}^{\varepsilon_u}_d\mathbf{u}_k + \mathbf{B}^{\nu_u}_d\mathbf{v}_k;$$
$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{v}_k,\ k \in \mathrm{N}_0, \quad (8)$$

где $\mathrm{T}_{vu} = \mathrm{T}_u - \mathrm{T}_{zu}$; $\varepsilon_u = \mathrm{T}_{zu}/\mathrm{T}_u$;

$$\nu_u = \mathrm{T}_{vu}/\mathrm{T}_u = 1 - \varepsilon_u;$$

$$\mathbf{A}_d = \exp(\mathrm{T}_u\mathbf{A}) = \mathbf{A}^{\nu_u}_d\mathbf{A}^{\varepsilon_u}_d;$$

$$\mathbf{A}^{\varepsilon_u}_d = \exp(\mathrm{T}_{zu}\mathbf{A});$$

$$\mathbf{A}^{\nu_u}_d = \exp(\mathrm{T}_{vu}\mathbf{A});$$

$$\mathbf{B}^{\varepsilon_u}_d = \int_0^{\mathrm{T}_{zu}} \exp(\tau\mathbf{A})\,d\tau \cdot \mathbf{B};$$

$$\mathbf{B}^{\nu_u}_d = \int_0^{\mathrm{T}_{vu}} \exp(\tau\mathbf{A})\,d\tau \cdot \mathbf{B}.$$

АГРЕГИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ

При векторе команды $\mathbf{r}_k = \mathbf{0}$ определение устойчивости нулевого решения

$\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$, $t \in \mathrm{T}_0$; $\tilde{\mathbf{x}}_s = \mathbf{0}$; $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{0}$, s, $k \in \mathrm{N}_0$, (9)

непрерывно-дискретной системы управления (1) – (7) понимается как прямая композиция понятий устойчивости ее непрерывной и дискретной частей. Для получения линеаризованной модели замкнутой непрерывно-дискретной системы многократного типа, в общем случае с запаздыванием трех типов (при *измерении* T_{zy}, при *вычислении* команды T_{zc} и при физическом *формировании* управления T_{zu}), используются методы пространства состояний линейных систем управления [1,2]. Здесь основная задача состоит в построении эквивалентной дискретной модели системы с главным периодом T_u, как *наибольшему* из имеющихся периодов квантования. Решение этой задачи подробно представлено в [2], в результате получаются дискретные модели как замкнутой системы, так разомкнутой по любого из компонентов выходного вектора относительно любого компонента входного вектора $\mathbf{r}_k$ системы. Далее для исследования устойчивости и получения гарантированных оценок качества замкнутой системы применяются классические частотные (критерий Найквиста в логарифмическом масштабе псевдочастоты) и спектральные методы линейной теории дискретных систем в векторно-матричном представлении.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КА С УПРУГОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ

При получении приближенных моделей движения упругих КА наиболее распространен метод Релея-Ритца-Галеркина в форме метода конечных элементов (МКЭ). Особенность применяемого подхода заключается в представлении упругих колебаний элементов конструкции в виде конечного числа тонов. Здесь расчет форм колебаний выполняется на основе МКЭ с *конденсацией* (редукцией) по тонам колебаний, на ЭВМ вычисляются также матрицы коэффициентов взаимовлияния движений всех подконструкций как абсолютно твердых, включая корпус КА, так и деформируемых тел. Модель углового движения КА с упругими крупногабаритными панелями солнечных батарей (СБ), составленная при упрощающих предположениях [3-6], имеет вид

$$\dot{\Lambda}^{\mathrm{o}} = \tfrac{1}{2}(\Lambda^{\mathrm{o}} \circ \boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{v}}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{o}} \circ \Lambda^{\mathrm{o}});$$

$$\mathbf{A}^{\mathrm{o}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\omega}}\\ \ddot{\mathbf{q}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{G} + \mathbf{M}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{do}} + \mathbf{M}_{\mathrm{o}}\\ -(\delta/\pi)\,\boldsymbol{\Omega}\,\dot{\mathbf{q}} - \boldsymbol{\Omega}^2\,\mathbf{q}\end{bmatrix}, \quad (10)$$

с матрицей $\mathbf{A}^{\mathrm{o}} = \begin{bmatrix}\mathbf{J} & \mathbf{D}^{\mathrm{q}}\\ (\mathbf{D}^{\mathrm{q}})^{\mathrm{T}} & \mathbf{I}_{2n^q}\end{bmatrix}$.

Здесь $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости КА в связанной с КА системе координат (ССК) $\mathrm{O}xyz$, $\mathbf{q}$ – вектор-столбец обобщенных координат упругих колебаний двух панелей СБ, $\mathbf{J}$ – тензор инерции КА при произвольном фиксированном положении панелей СБ, прямоугольная матрица $\mathbf{D}^{\mathrm{q}}$ отражает инерционное взаимовлияние движений панелей СБ и корпуса КА, $\mathbf{G} = \mathbf{J}\,\boldsymbol{\omega} + \mathbf{D}^{\mathrm{q}}\,\dot{\mathbf{q}}$ – вектор кинетического момента упругого КА, диагональная матрица $\boldsymbol{\Omega} = \mathrm{diag}\{\Omega_s\}$ составлена из парциальных частот Ω_s, $s = 1 \div n^q$, δ – логарифмический декремент колебаний панелей СБ, $\mathbf{M}_{\mathrm{o}} = \mathbf{M}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{g}} + \mathbf{M}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{s}}$ – суммарный вектор возмущающих моментов относительно центра масс O КА, где $\mathbf{M}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{g}}$ – вектор гравитационного момента и $\mathbf{M}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{s}}$ – вектор момента возмущающих сил солнечного давления; $\mathbf{M}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{do}} = \mathbf{M} \equiv \{\mathrm{M}_x, \mathrm{M}_y, \mathrm{M}_z\}$ – вектор-столбец моментов двигательной установки ориентации (ДУО) с ШИМ длительности тяги двигателей. Ориентация ССК $\mathrm{O}xyz$ относительно орбитальной системы координат (ОСК) $Ox^oy^oz^o$ определяется кватернионом Λ^{o} и вектором-столбцом $\boldsymbol{\phi} = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ из углов рыскания, крена и тангажа соответственно, вектор-столбец $\dot{\mathbf{v}}_{\mathrm{o}}^{o} = \{0, 0, \dot{\nu}_{\mathrm{o}}\}$ представляет вектор угловой скорости $\dot{\mathbf{v}}_o$ орбитального движения центра масс КА в проекциях на оси ОСК и $\nu_{\mathrm{o}}(t)$ – истинная аномалия. В инерциальном базисе $\mathbf{I}$ кинематика пространственного углового движения КА описывается кватернионным соотношением $\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\Lambda \circ \boldsymbol{\omega}$. Орбита КА считается известной, при этом вектор возмущающих моментов $\mathbf{M}_{\mathrm{o}}$ представляется аналитической зависимостью только от кватерниона Λ^o ориентации КА в ОСК. Динамические свойства упругой модели (10) КА существенно зависят от положения панелей СБ, которое определяется углом $\gamma \in [0, 2\pi]$. В качестве примера на рис. 1 представлены логарифмические амплитудные характеристики (ЛАХ) непрерывной модели упругого спутника по каналам управления его ориентацией для различных фиксированных положений панелей СБ с шагом 45°.

ДИСКРЕТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

В начальных режимах ориентации КА в системе управления применяются ДУО на основе шести термокаталитических реактивных двигателей с ШИМ тяги, три одноосных гироскопических датчика угловой скорости, аппаратура спутниковой навигации (АСН) по сигналам спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС/GPS, редукторный шаговый привода и датчик углового положения двух панелей СБ относительно корпуса КА, а также БЦВМ, реализующая алгоритмы цифрового управления. Непрерывно-дискретные модели этих компонентов контура управления представлены в [3-7]. Допустимые конструктивные базы установки навигационных антенн на корпусе КА обычно не превышают 1м, поэтому достигаемая точность определения ориентации КА с помощью АСН оценивается значением $3\sigma \approx 0.5$ град. Такой точности вполне достаточно как для одновременного наведения панелей СБ на Солнце, а полезной нагрузки (антенны спутника связи, телескоп спутника наблюдения) – на Землю, так и последующей угловой стабилизации КА в ОСК.

Применяемый дискретный фильтр измерений с периодом дискретизации $\mathrm{T_q}$ имеет передаточную функции $\mathrm{W_f}(\mathrm{z_q}) = (1 + \mathrm{b}_1)/(1 + \mathrm{b}_1 \mathrm{z_q^{-1}})$, $\mathrm{z_q} \equiv \exp(s\mathrm{T_q})$ с условием $\mathrm{W_f}(1) = 1$, где $\mathrm{b}_1 \equiv -\exp(-\mathrm{T_q}/\mathrm{T_f})$ и

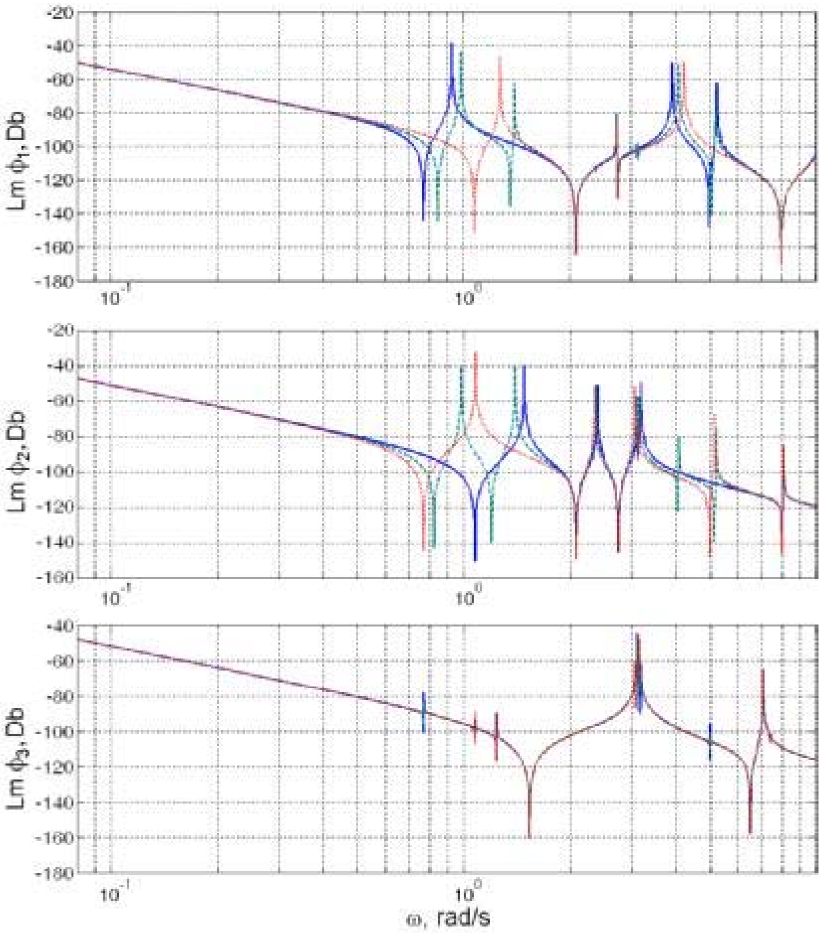

Рис. 1. ЛАХ упругого КА по каналам для различных положений панелей СБ

T_f – постоянная времени. Частотная функция $\widetilde{W}_f(j\lambda_q)$ в зависимости от абсолютной псевдочастоты фильтрации $\lambda_q = (2/T_q)\mathrm{tg}(\omega T_q/2)$ имеет вид $\widetilde{W}_f(j\lambda_q) \equiv \widetilde{W}_f(\widetilde{s}_q) = K_f^{\lambda} \cdot (\widetilde{s}_q - q_q^{\lambda})/(\widetilde{s}_q - p_q^{\lambda})$, где $K_f^{\lambda} = (1+b_1)/(1-b_1) < 1$, а $q_q^{\lambda} = -(2/T_q)$ и $p_q^{\lambda} = -K_f^{\lambda}(2/T_q)$ являются ее нулем и полюсом. Псевдочастота фильтрации $\lambda_q = (2/T_q)\mathrm{tg}(\omega T_q/2)$ связана с абсолютной псевдочастотой управления $\lambda = (2/T_u)\,\mathrm{tg}(\omega T_u/2)$ нелинейным соотношением $\lambda_q = n_q(2/T_u)\,\mathrm{tg}(\mathrm{arc\,tg}(\lambda T_u/2)/n_q)$. При постоянной времени $T_f = 2$ с такого рекуррентного фильтра с периодом дискретности фильтрации измерений $T_q = T_u / n_q = 1$ с и периодом управления $T_u = 4$ с ЛАХ фильтра вносит амплитудное подавление с выходом на постоянный уровень -11 Db, при этом вносимые им отрицательные значения ЛФХ являются вполне приемлемыми в отношении получаемых запасов устойчивости по фазе.

Без учета запаздывания и дискретной фильтрации упрощенная нелинейная дискретная модель любого канала при векторе состояния $\mathbf{x}_k = \{\delta\phi_k, \delta\omega_k\}$ имеет вид [5]

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + (\mathbf{b}_d + \delta\mathbf{b}_d(\tau_k))\mathrm{Sat}(T_u, v_k),$$

где $v_k = \mathbf{K}_d\mathbf{x}_k$; $\mathbf{K}_d = [\bar{k}^{\phi}\ \bar{k}^{\omega}]$; $\tau_k = \mathrm{Sat}(T_u, |v_k|)$. Асимптотическая устойчивость положения равновесия $\mathbf{x}_k = 0$ такой нелинейной дискретной модели доказывается с помощью дискретной функции Ляпунова $v_k \equiv v(\mathbf{x}_k) = (\mathbf{x}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{V}\mathbf{x}_k)^{1/2}$; $\mathbf{V} = (\mathbf{T}^{\mathrm{T}}\mathbf{T})^{-1}$, где матрица $\mathbf{T}$ составлена из собственных векторов матрицы $\mathbf{A}_d^{\mathrm{o}} \equiv \mathbf{A}_d + \mathbf{b}_d\mathbf{K}_d$ замкнутой линейной дискретной системы для ее собственных значений $\mu = \mu_i, i = 1,2$ внутри единичного круга, $|\mu_i| < 1$. Первая разность такой функции Ляпунова удовлетворяет неравенству $v_{k+1} \le (\mu^2 + av_k + bv_k^2)^{1/2}v_k$, где постоянные положительные параметры a и b появляются в процессе мажорирования. Используя данный результат, рассчитываются значения коэффициентов в законах управления ДУО с ШИМ и учетом физического запаздывания, при которых будет обеспечена не только асимптотическая устойчивость каждого канала в соответствующем режиме, но и как приемлемые показатели переходного процесса, так и точностные характеристики.

Дискретные законы формирования управления ДУО по каналам угловой стабилизации КА описаны в [3-6]. При пространственном поворотном маневре (ПМ) КА на заданном временном интервале с известными краевыми условиями общего вида необходимо согласованно учитывать ограниченность широтно-импульсного управления по отдельным каналам. С этой целью сначала вычисляется вектор $\tilde{\mathbf{v}}_k = \{\tilde{\mathrm{v}}_{ik}\}$, соответствующий вектору потребного управляющего момента $\mathbf{M}_k(t)$ для каждого полуинтервала времени $t \in [t_k, t_k + \mathrm{T}_u)$. Затем вектор широтно-импульсного управления $\mathbf{v} = \{\mathrm{v}_{ik}\}$ формируется по следующему простому алгоритму:

$$q_k = \max|\tilde{\mathrm{v}}_{ik}|, i = 1 \div 3; \quad if\ q_k > 0 \quad then\, \mathrm{v}_{ik} = \mathrm{T}_u \tilde{\mathrm{v}}_{ik} / q_k.$$

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ

Параметрический синтез дискретных алгоритмов фильтрации и широтно-импульсного управления слабо демпфированным спутником (декремент колебаний конструкции КА $\delta = 0.005$) выполнен на основе тщательной имитации движения его полной непрерывно-дискретной модели в среде Matlab. На рис. 2 представлены компоненты вектора программной угловой скорости КА при выполнении поворотного маневра с одновременным наведением панелей СБ на Солнце и полезной нагрузки – на Землю для интервала времени $t \in [t_\mathrm{i}, t_\mathrm{f}] \equiv [0,1200]$ с при следующих краевых условиях:

$$\Lambda(t_\mathrm{i}) = (0.31654115192627, 0.68415660285153, -0.43738057165327, -0.49033629016431);$$

$$\Lambda(t_\mathrm{f}) = ((0.04035668828809, 0.19121562479099, -0.95957861048741; -0.20252607941019);$$

$$\boldsymbol{\omega}(t_\mathrm{i}) = \{-0.00283,\ -0.0028,\ -0.00107\} \text{ град/с};$$

$$\boldsymbol{\omega}(t_\mathrm{f}) = \{0.,\ 0.,\ 0.00417\} \text{ град/с};$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t_\mathrm{i}) = \{0.,\ 0.,0.\} \text{ град/с}^2;$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t_\mathrm{f}) = \{0.,\ 0.,0.\} \text{ град/с}^2.$$

Погрешности реализации такого поворотного маневра КА по угловой скорости с физическим запаздыванием $\mathrm{T}_{zu} = 0.7$ с при формировании широтно-импульсного управления тягой РД в составе ДУО приведены на рис. 3. Погрешности угловой стабилизации КА в ОСК при применении разработанных дискретных алгоритмов фильтрации и управления представлены на рис. 4 и рис. 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты анализа качества стабилизации упругих слабо демпфированных спутников при неполном дискретном измерении состояния, многократной фильтрации и широтно-импульсном управлении реактивными двигателями с физическим запаздыванием. Установлено, что даже при логарифмическом декременте $\delta \cong 0.005$ упругих колебаний панелей СБ синтезированные алгоритмы многократной фильтрации и управления обеспечивают устойчивость и приемлемое качество переходных процессов в начальных режимах ориентации таких КА.

Работа поддержана РФФИ (проект 08-08-00512) и Отделением энергетики, механики, машиностроения и процессов управления РАН (программа 15)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стрейц В.* Метод пространства состояний в теории линейных дискретных систем управления. М.: Наука, 1985.
2. *Сомов Е.И.* Робастная стабилизация упругих космических аппаратов при неполном дискретном измерении и запаздывании в управлении // Известия РАН. Теория и системы управления. 2001. № 2. С. 124-143.
3. *Сомов С.Е.* Нелинейная динамика упругого спутника при начальном успокоении // Известия Самарского научного центра РАН. 2005. Т. 7. № 1. С. 107-117.
4. *Сомов С.Е.* Динамика успокоения упругого спутника при широтно-импульсной модуляции управления двигателями // Известия ВУЗ. Авиационная техника. 2005. № 4. С. 17-23.
5. *Сомов С.Е.* Анализ колебаний конструкции спутника при наведении на Солнце и Землю с широтно-импульсной модуляцией управления двигателями // Известия Самарского научного центра РАН. 2007. Т. 9. № 3. С. 813-823.
6. *Сомов С.Е.* Моделирование движения упругого спутника // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. Казань: КГТУ-КАИ. 2007. Т. 12. № 3 (25). С. 75-84.

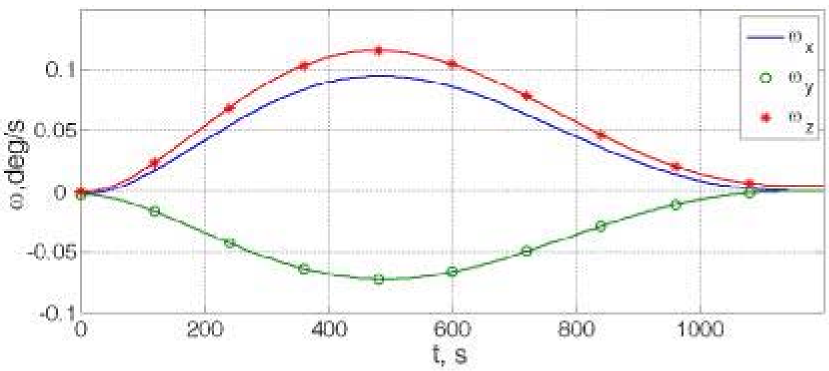

Рис. 2. Изменение программной угловой скорости при ПМ КА

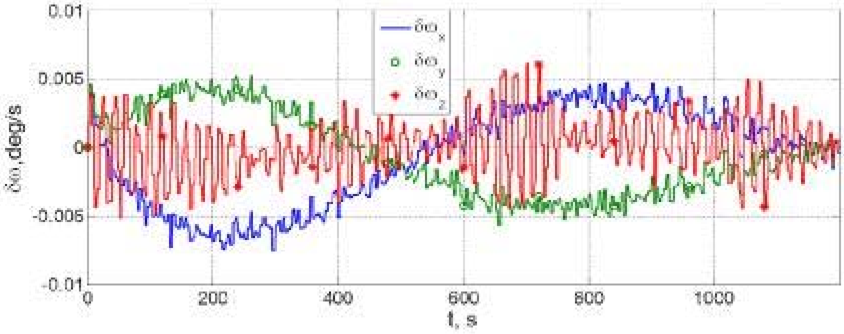

Рис. 3. Погрешности реализации ПМ КА по угловой скорости

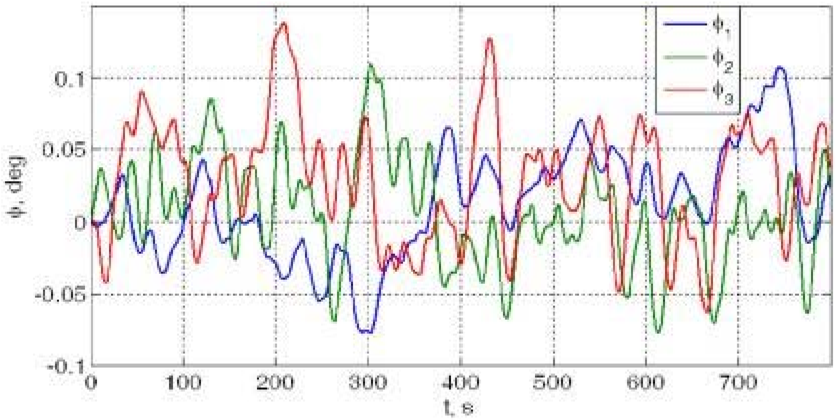

Рис. 4. Погрешности угловой стабилизации КА в ОСК

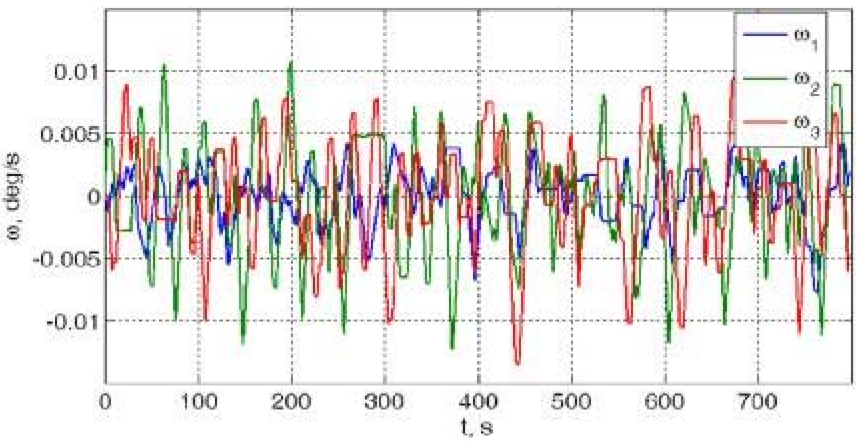

Рис. 5. Погрешности стабилизации КА в ОСК по угловой скорости

7. *Somov S.Ye.* Pulse -width control of a flexible spacecraft // Proceedings of the IFAC Workshop "Aerospace Guidance, Navigation and Flight Control Systems". Samara: SSC of RAS. 2009. IPACS P. 1-6. URL: http://lib.physcon.ru/?item=1839 (дата обращения 26.03.2010).

STABILIZATION OF A FLEXIBLE SPASCECRAFT MOTION AT FORMING A PULSE-WIDTH CONTROL WITH A TIME DELAY

© 2010 S.Ye. Somov

Research Institute of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University

Problem on stabilization of a flexible spacecraft attitude motion at incomplete discrete measurement and pulse-width control of the jet engines with a time delay, is considered. Some results on numeric simulation are presented.
Key words: spacecraft, pulse-width control, time delay

Sergey Somov, Research Fellow. E-mail: s_sonov@mail.ru