УДК 621.833

ОПИСАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ КОСОЗУБЫХ КОЛЕС ВЕКТОРНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

© 2010 С.П. Андросов[1], И.Г. Браилов[2]

[1] Омский государственный технический университет
[2] Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия, г. Омск

Поступила в редакцию 19.10.2010

В работе определены зависимости, выраженные параметрическими векторными функциями, описывающие боковые винтовые переходные поверхности зубьев цилиндрических косозубых колес.

Ключевые слова: *зубчатое колесо, профиль зуба, переходная поверхность зуба, векторная функция*

Задачи геометрии зубчатых колес и моделирования процесса формообразования зубьев при зубофрезеровании в объемном представлении требуют рассмотрения боковой поверхности зуба. Боковая поверхность зубьев зубчатых колес, как известно, состоит из двух частей: эвольвентной LA и переходной M_1L (рис. 1). Сопряжение профилей происходит в точке L. В статье рассматривается переходная часть боковой поверхности зуба на основе ее описания векторными параметрическими функциями. Отметим, что анализируется частный случай, когда переходная поверхность зуба имеет в торцевом сечении профиль в виде дуги окружности. Такая переходная поверхность формируется при нарезании зубчатых колес с положительным смещением исходного контура зуборезного инструмента [1]. Переходная кривая M_1L в виде дуги окружности в торцевом сечении зубчатого колеса в локальной системе координат $X_1O_1Y_1Z_1$ описывается векторной функцией следующего вида:

$$\bar{r}_{ок} = \begin{bmatrix} \rho_{a0}\sin\gamma \\ \rho_{a0}\cos\gamma \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где γ – угол поворота радиус-вектора $\bar{r}_{ок}$, модуль которого равен значению радиуса ρ_{a0}.

В системе координат $XOYZ$ вектор переходной кривой, восстановленный в точку M, определяется выражением

$$\bar{r}_{п.п.к} = \begin{bmatrix} \rho_{a0}\sin\gamma \\ f + \rho_{a0}\cos\gamma \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

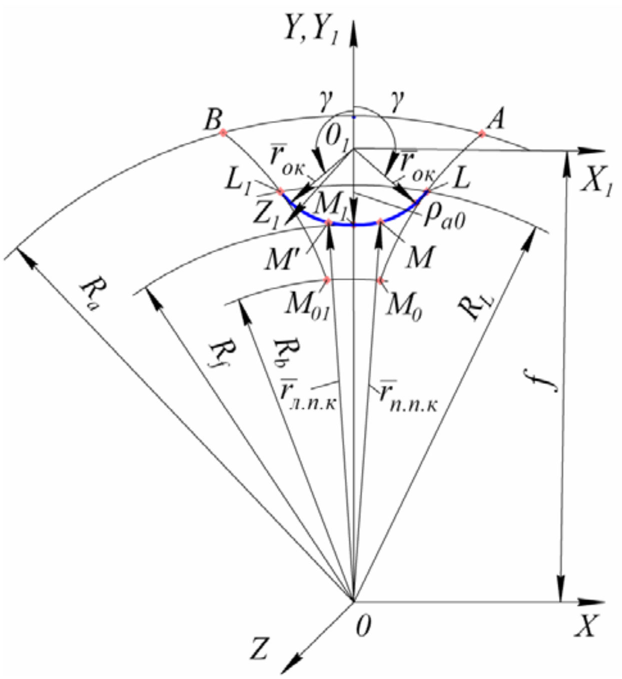

Рис. 1. Образование переходной кривой: R_b – радиус основной окружности; R_f – радиус окружности впадин; R_L – радиус окружности сопряжения частей профиля; R_a – радиус окружности вершин; ρ_{a0} – радиус скругления переходной кривой; O_1 – центр скругления; f – координата центра скругления O_1 в системе координат $XOYZ$; M_0A и $M_{01}B$ – эвольвенты.

Формула (2) описывает переходную кривую M_1L, соответствующую профилю зуба только с одной стороны. Второй переходный профиль M_1L_1 образуется таким же образом, как и профиль M_1L, только в данном случае угол γ имеет отрицательное значение. С учетом этого векторная функция левой, относительно оси OY, переходной кривой запишется:

$$\bar{r}_{л.п.к} = \begin{bmatrix} -\rho_{a0}\sin\gamma \\ f + \rho_{a0}\cos\gamma \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Андросов Сергей Павлович, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов. E-mail: asp57@list.ru
Браилов Иван Григорьевич, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики

Положение произвольной точки M правой винтовой переходной поверхности $M_1M_1'L'L$ (рис. 2) косого зуба определяется векторной функцией

$$\bar{r}_{\text{ï.ï..ï}} = \begin{bmatrix} f\sin\varphi_1 + \rho_{\grave{a}0}\sin(\gamma+\varphi_1) \\ f\cos\varphi_1 + \rho_{\grave{a}0}\cos(\gamma+\varphi_1) \\ -\grave{a}\varphi_1 \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где φ_1 – угол поворота проекции вектора $\bar{r}_{п.п.п}$ на плоскость XOY; a – параметр, характеризующий движение по винтовой линии вдоль оси колеса OZ. Текущий параметрический угол φ_1 изменяется в пределах от своего нулевого значения, до значения φ_{1max} , которое он принимает на тыльном торцевом сечении зубчатого колеса. Величина φ_{1max} определяется по формуле

$$\varphi_{1\max} = \frac{b}{R_b}\, tg\beta_b\,, \qquad (5)$$

где β_b – угол наклона линии зуба на основном цилиндре; b – ширина зубчатого венца колеса. Соответственно положение произвольной точки M' левой переходной поверхности $M_1M_1'L_1L_1$ описывается векторной функцией

$$\bar{r}_{л.п.п} = \begin{bmatrix} f\sin\varphi_1 - \rho_{a0}\sin(\gamma-\varphi_1) \\ f\cos\varphi_1 + \rho_{a0}\cos(\gamma-\varphi_1) \\ -a\varphi_1 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

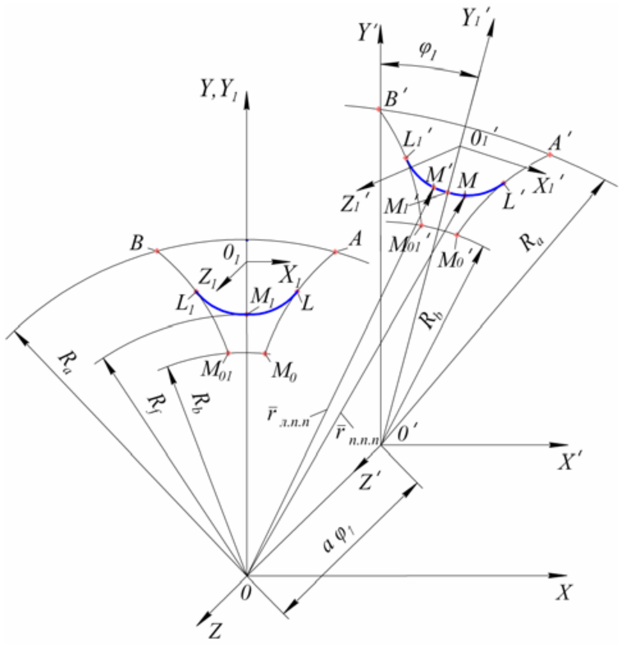

Рис. 2. Переходные поверхности

Формулы (4) и (6) описывают переходные поверхности, у которых во фронтальном торцевом сечении зубчатого колеса начальная точка M_1 профиля расположена на оси OY системы координат. При образовании формы зуба колеса боковые поверхности располагаются таким образом, что они охватывают его тело симметрично оси OY. С этой целью векторные функции (4) и (6) поворачиваются на угол ψ_2 (рис. 3). Причем векторная функция (4), описывающая правую переходную поверхность, поворачивается против часовой стрелки, а функция (6) – по часовой стрелке. Угол поворота ψ_2 определяется из схемы фронтального торцевого сечения зубчатого колеса, показанного на рис. 3. При его нахождении учитывается, что толщина зуба S_t=$M'M''$ по делительной окружности радиуса R имеет заданное значение. При повороте профиля зуба из положения M_1LMA в положение $M_{11}L_{11}M''A_1$ угол ψ_2 равняется сумме углов

$$\psi_2 = \psi + \psi_1\,. \qquad (7)$$

Рис. 3. Фронтальное торцевое сечение

В формуле (7) угол ψ находится как сумма углов

$$\psi = \alpha_1 + \alpha_2\,, \qquad (8)$$

где α_1 – эвольвентный угол эвольвенты $M_0^*A^*$ в точке M^*. Значение угла α_2 вычисляется по формуле

$$\alpha_2 = \frac{P_t}{4R} = \frac{m_n\pi}{4R\cos\beta}\,, \qquad (9)$$

где P_t – окружной шаг зубьев; m_n – нормальный модуль зубьев; β – угол наклона зубьев по делительному цилиндру. Угол ψ_1 определяется из схемы формирования переходной кривой (рис. 4). Значение угла ψ_1 равняется разнице углов

$$\psi_1 = \alpha_w - \varphi_{L^*}, \qquad (10)$$

где α_w – угол зацепления; φ_{L^*} – угол развернутости эвольвенты $M_0^*A^*$ в точке L^*. Угол φ_{L^*} определяется зависимостью [2]:

$$\varphi_{L^*} = \sqrt{\left(\frac{R_L}{R_b}\right)^2 - 1}. \qquad (11)$$

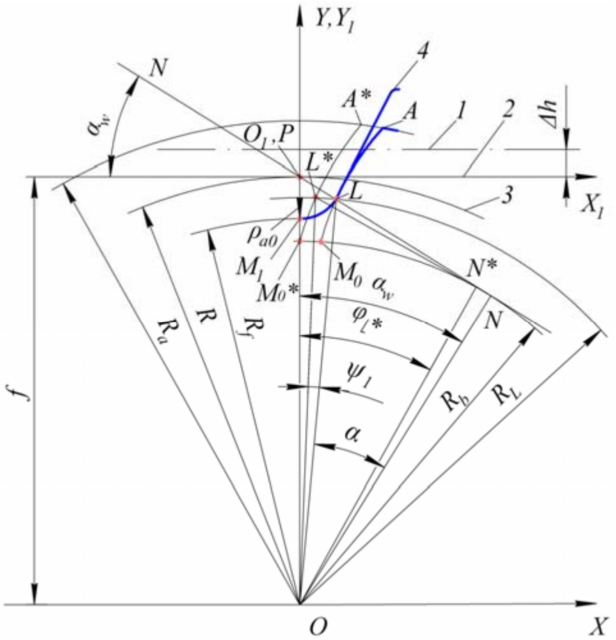

Рис. 4. Формирование переходной кривой:
1 – средняя линия исходного контура рейки 4; 2 – начальная прямая; 3 – начальная (делительная) окружность; *NN* – линия зацепления; *P* – полюс зацепления; Δh – смещение исходного контура

Радиус R_L цилиндра сопряжения переходной и эвольвентной поверхностей зуба колеса вычисляется по формуле

$$R_L = \frac{R_b}{\cos\alpha}, \qquad (12)$$

где α – угол профиля эвольвенты M_0A в точке сопряжения L:

$$\alpha = arctg\frac{LN}{R_b}. \qquad (13)$$

Длина отрезка LN имеет значение $LN = R_b tg\alpha_w - \rho_{a0}$.

Векторная функция $\bar{r}_{л.п.п.з}$ левой боковой переходной поверхности зуба косозубого колеса $M_{11}M_{11}'L_{11}'L_{11}$ (рис. 5) запишется:

$$\bar{r}_{ё.ї.ї.ç} = [\grave{I}\ ]\,\bar{r}_{ї.ї.ї}, \qquad (14)$$

где [M] – матрица поворота на угол ψ_2 против часовой стрелки:

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos\psi_2 & -\sin\psi_2 & 0 \\ \sin\psi_2 & \cos\psi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (15)$$

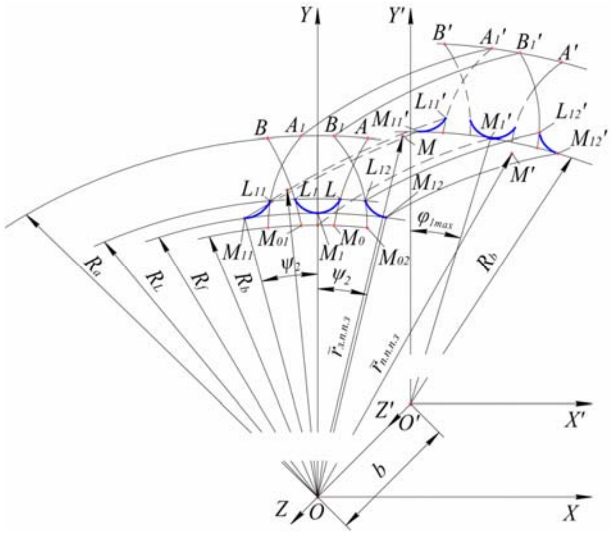

Рис. 5. Переходные поверхности зуба

После перемножения матрицы [M] и функции $\bar{r}_{п.п.п}$ векторная функция $\bar{r}_{л.п.п.з}$ принимает вид:

$$\bar{r}_{л.п.п.з} = \begin{bmatrix} f\sin(\varphi_1 - \psi_2) + \rho_{a0}\sin(\gamma + \varphi_1 - \psi_2) \\ f\cos(\varphi_1 - \psi_2) + \rho_{a0}\cos(\gamma + \varphi_1 - \psi_2) \\ -a\varphi_1 \end{bmatrix}. \qquad (16)$$

Соответственно векторная функция правой боковой переходной поверхности зуба косозубого колеса $M_{12}M_{12}'L_{12}'L_{12}$ запишется:

$$\bar{r}_{ї.ї.ї.ç} = [\grave{I}_{\ 1}]\,\bar{r}_{ё.ї.ї}, \qquad (17)$$

где $[M_1]$ – матрица поворота на угол ψ_2 по часовой стрелке:

$$[M_1] = \begin{bmatrix} \cos\psi_2 & \sin\psi_2 & 0 \\ -\sin\psi_2 & \cos\psi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (18)$$

После преобразований векторная функция $\bar{r}_{п.п.п.з}$ принимает вид:

$$\bar{r}_{п.п.п.з} = \begin{bmatrix} f\sin(\varphi_1 + \psi_2) - \rho_{a0}\sin(\gamma - \varphi_1 - \psi_2) \\ f\cos(\varphi_1 + \psi_2) + \rho_{a0}\cos(\gamma - \varphi_1 - \psi_2) \\ -a\varphi_1 \end{bmatrix}. \qquad (19)$$

Формулы (16) и (19) описывают боковые винтовые переходные поверхности первого зуба колеса. Переходные поверхности второго и последующих зубьев колеса описываются векторными функциями, которые получаются путем умножения функций (16) и (19) на матрицу

$$[M_1] = \begin{bmatrix} \cos\psi_3 & \sin\psi_3 & 0 \\ -\sin\psi_3 & \cos\psi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (20)$$

где $\psi_3 = \dfrac{(i-1)\,2\pi}{z}$.

В формуле (20) номер зуба i принимает значение от 1 до числа зубьев z.

Выводы: определены зависимости для описания боковых винтовых переходных поверхностей зубьев цилиндрического косозубого колеса, выраженные параметрическими векторными функциями, использование которых необходимо при моделировании формообразования в процессе зубообработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Болотовский, И.А.* Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления / *И.А. Болотовский, Б.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, Б.И. Шендерей* – М.: Машиностроение, 1974. 160 с.
2. *Браилов, И.Г.* Боковая поверхность зуба цилиндрических зубчатых колес / *И.Г. Браилов, С.П. Андросов, С.С. Адмаев* // Известия Самарского научного центра РАН, Т. 12, 1(2), 2010. С. 310-312.

DESCRIPTION OF GEAR TOOTH TRANSITION SURFACES IN HELICAL GEARS BY VECTOR FUNCTIONS

© 2010 S.P. Androsov[1], I.G. Brailov[2]

[1] Omsk State Technical University
[2] Siberian State Auto-road Academy, Omsk

In work the dependences expressed by parametric vector functions, describing side screw transition surfaces of gear tooth in cylindrical helical gears are defined.

Key words: *tooth gear, tooth profile, tooth transition surface, vector function*

Sergey ANdrosov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Materials Resistance. E-mail: asp57@list.ru
Ivan Brailov, Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Applied Mechanics