

## ВИБРОРОБОТ ДЛЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2010 С.Ф. Яцун, О.Г. Локтионова, А.А. Черепанов, С.Б. Рублев

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

Поступила в редакцию 04.09.2010 г.

Разработана математическая модель движения вибрационного робота по вертикальной металлической поверхности за счет переменного прижатия корпуса к поверхности с помощью электромагнита и вращения встроенных дебалансных масс. Представлена конструктивная схема и результаты моделирования.

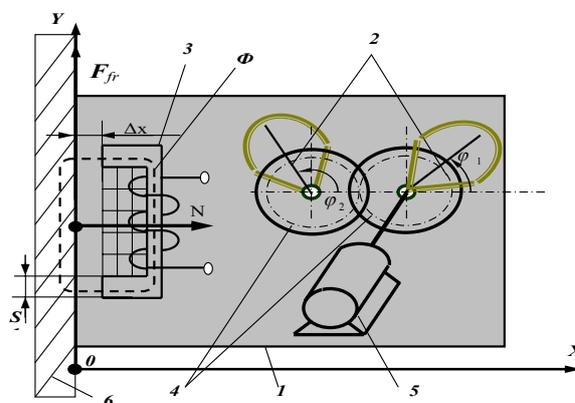
Ключевые слова: *виброробот, математическая модель, мобильный объект, периодическое движение, магнитный привод*

В настоящее время интенсивно развивается область робототехники, направленная на создание и исследование мобильных роботов, в том числе на исследование мобильных систем, в которых применяются новые принципы движения. На данный момент разработана классификация вибрационных мобильных систем, создано большое количество прототипов [1-4]. Однако у всех разработанных моделей существует один общий недостаток – движение может происходить только по горизонтальной поверхности или по поверхности с очень малым углом уклона. Поэтому представляет интерес исследование движения вибрационных роботов по вертикальным поверхностям.

Для перемещения по вертикальным ферромагнитным поверхностям виброробот необходимо оснастить адгезионным устройством, которое способно удерживать мобильный робот на металлической поверхности. Для металлических поверхностей возможно использование электромагнита. Управляя напряжением, подаваемым на электромагнит, можно контролировать силу прижатия корпуса к металлической поверхности и этим генерировать переменную силу трения.

*Яцун Сергей Федорович, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики и мехатроники. E-mail: teormeh@inbox.ru*  
*Локтионова Оксана Геннадьевна, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики и мехатроники*  
*Черепанов Андрей Андреевич, аспирант*  
*Рублев Сергей Борисович, аспирант*

**1. Описание вибрационной мобильной системы.** Робот движется под действием силы трения, возникающей на контакте корпуса и металлической шероховатой поверхности. Управление величиной и направлением силы трения осуществляется за счет вращения дебалансных внутренних масс и переменного усилия прижатия корпуса к шероховатой металлической поверхности.



**Рис. 1.** Схема робота: корпус 1, дебалансы 2, электромагнит 3, зубчатые колеса с передаточным отношением 1 (синхронизатора) 4, электродвигатель постоянного тока 5

**2. Математическая модель движения робота.** Дебалансы будем считать материальными точками, расположенными в центре масс дебалансов, а корпус робота рассматриваем как материальную точку. Массы дебалансов равны. Робот движется в системе координат XOY. На механическую систему наложены связи:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \pi - \varphi_2 \\ x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Для составления математической модели применим уравнения Лагранжа-Максвелла, система уравнений будет состоять из 2 уравнений электрических цепей ( $m=2$ ) и 2 уравнений, описывающих механическую часть системы ( $n=2$ ) [5]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_1} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\varphi}_1} = E_1 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_3} - \frac{\partial L}{\partial y_3} + \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{y}_3} = E_2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_Я} - \frac{\partial L}{\partial q_Я} + \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{q}_Я} = Q_1 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_М} - \frac{\partial L}{\partial q_М} + \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{q}_М} = Q_2 \end{cases} \quad (2)$$

Определим функции входящие в систему уравнений (2). Функцию Лагранжа (L) будем искать как сумму кинетической, потенциальной и магнитной энергии

$$L = T_K(\dot{y}_3) + T_D(\dot{\varphi}_1) + T_J(\dot{\varphi}_1) - \Pi_K(y_3) - \Pi_D(\varphi_1) + W_{MD}(I_Я) + W_{MM}(I_M) \quad (3)$$

где  $T_K(\dot{y}_3); T_D(\dot{\varphi}_1); T_J(\dot{\varphi}_1)$  - кинетическая энергия корпуса, дебалансов и вала двигателя;  $\Pi_K(y_3); \Pi_D(\varphi_1)$  - потенциальная энергия корпуса и дебалансов;  $W_{MD}(I_Я)$  - магнитная энергия двигателя;  $W_{MM}(I_M)$  - магнитная энергия в воздушном зазоре электромагнита.

Диссипативная функция ( $\Psi$ ) будет иметь вид:

$$\Psi = \Psi_m(\dot{y}_3) + \Psi_m(\dot{\varphi}_1) + \Psi_e(I_Я) + \Psi_e(I_M) \quad (4)$$

где  $\Psi_m(\dot{y}_3); \Psi_m(\dot{\varphi}_1)$  - диссипативные функции корпуса и дебалансов;  $\Psi_e(I_Я); \Psi_e(I_M)$  - диссипативные функции двигателя и электромагнита.

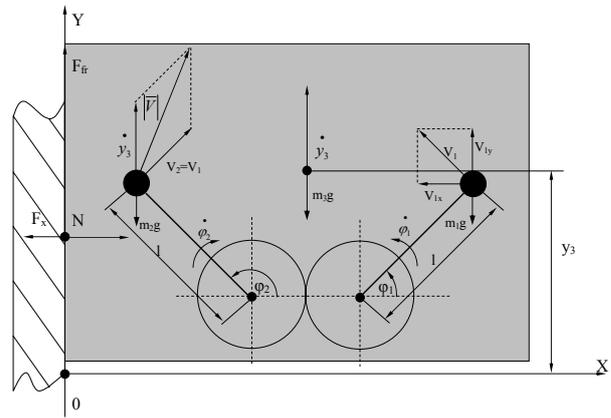


Рис. 2. Расчетная схема робота

Для определения диссипативной функции, кинетической и потенциальной энергии рассмотрим расчетную схему механической части робота, приведенную на рис.2. Выражение для кинетической энергии будет иметь вид:

$$T_K(\dot{y}_3) + T_J(\dot{\varphi}_1) + T_D(\dot{\varphi}_1) = \frac{m_3 \cdot \dot{y}_3^2}{2} + m_1 \left( \left( \dot{y}_3 \right)^2 + 2 \cdot \dot{y}_3 \cdot \left( \dot{\varphi}_1 l \right) \cos(\varphi_1) + \left( \dot{\varphi}_1 l \right)^2 \right) + \frac{J_Я \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2} \quad (5)$$

Диссипативная функция механической системы:

$$\Psi_m(\dot{y}_3) + \Psi_m(\dot{\varphi}_1) = \frac{\mu_{y_3} \dot{y}_3^2}{2} + \frac{\mu_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2}{2} \quad (6)$$

где  $\mu_{y_3}, \mu_{\varphi_1}$  - значение вязкости.

Потенциальная энергия механической системы:

$$\Pi(y_3) + \Pi(\varphi_1) = m_3 g \cdot y_3 + 2m_1 g (y_3 + l \cdot \sin(\varphi_1)) \quad (7)$$

Для вращения дебалансов используется двигатель постоянного тока, тогда

$$W_{MD}(I_Я) = \frac{L_{11} I_Я^2}{2} + L_{12} I_Я \dot{q}_c + \frac{L_{22} \dot{q}_c^2}{2}$$

- магнитная энергия двигателя,  $L_{11}$  и  $L_{22}$  - коэффициенты самоиндукции соответственно подвижного и неподвижного контуров;  $L_{12}$  - коэффициент взаимной индукции контуров,  $J_Я$  - момент инерции вала двигателя,  $\dot{q}_c$  - ток в цепи статора.  $L_{12}$  зависит от ориентации ротора и статора, т.е. от обобщенной координаты  $\varphi_1$ , следовательно  $L_{12} = L_{12}(\varphi_1)$ .

Диссипативная функция для двигателя:

$$\psi_e(I_{\text{я}}) = \frac{R_{\text{я}} I_{\text{я}}^2}{2}$$

В качестве магнитного привода предлагается использовать П-образный электромагнит. Энергию магнитного поля в воздушном зазоре электромагнита определим по формуле:

$$W_{\text{ММ}} = \frac{\Phi^2 \cdot \Delta x}{2 \cdot \mu_0 \cdot S \cdot z^2} \quad (8)$$

где  $\Phi$  – магнитный поток, возникающий в магнитном контуре сердечника,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость,  $S$  – площадь воздушного зазора,  $z$  – число витков проводника с током,  $\Delta x$  – зазор между металлической поверхностью и электромагнитом.

Диссипативная функция электромагнита:

$$\Psi_{\text{М}}(I_{\text{М}}) = \frac{1}{2} R_{\text{М}} \cdot I_{\text{М}}^2 \quad (9)$$

Функции  $L$  и  $\Psi$  будут иметь вид:

$$L = \frac{m_3 \cdot \dot{y}_3^2}{2} + m_1 \left( \left( \dot{y}_3 \right)^2 + 2 \dot{y}_3 \cdot \left( \dot{\varphi}_1 l \right) \cos(\varphi_1) + \left( \dot{\varphi}_1 l \right)^2 \right) + \frac{J_{\text{я}} \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2} - m_3 g \cdot y_3 - 2 m_1 g (y_3 + l \cdot \sin(\varphi_1)) + \frac{\Phi^2 \cdot \Delta x}{2 \cdot \mu_0 \cdot S \cdot z^2} + \frac{L_{11} I_{\text{я}}^2}{2} + L_{12} I_{\text{я}} \dot{q}_c + \frac{L_{22} \dot{q}_c^2}{2} \quad (10)$$

$$\psi = \frac{\mu_{y_3} \dot{y}_3^2}{2} + \frac{\mu_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{R_{\text{М}} \cdot I_{\text{М}}^2}{2} + \frac{R_{\text{я}} I_{\text{я}}^2}{2} \quad (11)$$

Для дифференциального уравнения описывающего движение по обобщенной координате  $y_3$  непотенциальной силой является сила трения, которая представлена кусочно-непрерывной моделью:

$$Q_{y_3} = F_{\text{ТР}} = \begin{cases} -\kappa \cdot N \cdot \text{sign}(\dot{y}_3), & \dot{y}_3 \neq 0; \\ -F_{\text{РД}}, & \dot{y}_3 = 0, |F_{\text{РД}}| \leq \kappa_0 \cdot N; \\ -\kappa_0 \cdot N \cdot \text{sign}(F_{\text{РД}}), & \dot{y}_3 = 0, |F_{\text{РД}}| > \kappa_0 \cdot N. \end{cases} \quad (12)$$

где  $F_{\text{РД}}$  – проекция на ось  $Y$  равнодействующей всех сил, приложенных к конструкции робота, кроме силы сухого трения,  $\kappa$  – коэффициент трения скольжения,  $\kappa_0$  – коэффициент трения покоя,  $N$  – реакция опоры, равная тяговому усилию развиваемому электромагнитом.

Для П-образного электромагнита непотенциальную силу, действующую на корпус со стороны электромагнита, будем рассчитывать по формуле [6]:

$$F_x = \frac{\Phi^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S \cdot z^2} \quad (13)$$

Тогда нормальная реакция опоры представлена в следующем виде:

$$N = F_x = \frac{\Phi^2}{2 \mu_0 \cdot S \cdot z^2} \quad (14)$$

Продифференцируем полученные функции  $L$  (9),  $\psi$  (10) по соответствующим координатам получим систему дифференциальных уравнений, описывающих поведение электро-механической системы:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 = \frac{-2 \cdot \ddot{y}_3 \cdot m_1 \cdot l \cdot \cos(\varphi_1) - \mu_{\varphi_1} \cdot \dot{\varphi}_1 - 2 m_1 \cdot g \cdot l \cdot \cos(\varphi_1) + k_{\omega} I_{\text{я}}}{2 \cdot m_1 \cdot l^2 + J_{\text{я}}} \\ \ddot{y}_3 = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \left( \dot{\varphi}_1 \right)^2 \cdot l \cdot \sin(\varphi_1) - \mu_{y_3} \cdot \dot{y}_3 - 2 \cdot m_1 \cdot \left( \ddot{\varphi}_1 \right) \cdot l \cdot \cos(\varphi_1) - m_3 g - 2 m_1 g + F_{\text{ТР}}}{(m_3 + 2 \cdot m_1)} \\ \dot{\Phi} = U_{\text{М}}(t) - R_{\text{М}} \frac{\Phi \cdot \Delta x}{\mu_0 \cdot S \cdot z^2} \\ \dot{I}_{\text{я}} = \frac{U_{\text{я}}(t) - R_{\text{я}} I_{\text{я}} - k_{\varepsilon} \dot{\varphi}_1}{L_{\text{я}}} \end{cases} \quad (15)$$

Для решения системы (15) применялся метод численного интегрирования Верле [7]. Напряжение  $U_M(t)$  будем моделировать следующим образом:

$$U_M(t) = U_1 + \begin{cases} U_0 & \text{если } \sin(\omega \cdot t + \alpha) > 0 \\ 0 & \text{если } \sin(\omega \cdot t + \alpha) \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

где  $U_1$  – постоянная составляющая напряжения, подаваемого на электромагнит.

Напряжение в цепи статора двигателя имеет постоянную фиксированную величину  $U_{\text{Я}}(t) = \text{const}$  и соответствует величине, при которой частота вращения вала равна частоте периодической составляющей напряжения питания электромагнита  $\omega = \left( \dot{\varphi}_1 \right)_{\text{CP}}$ ,

$$\left( \dot{\varphi}_1 \right)_{\text{CP}} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\varphi}_1 dt$$

Для моделирования выбраны следующие значения параметров электромеханической системы:  $k=0,7$ ,  $\omega=25$  1/с,  $m_l=0,1$  кг,  $m_3=0,1$  кг,  $l=0,05$  м,  $\mu_{\text{ф}}=1$  нм/с,  $\mu_y=1$   $\left( \frac{\text{н}}{\text{м/с}} \right)$ ,  $z=1000$ ,  $\Delta x=0,001$  м,  $S=0,0001$  м<sup>2</sup>,  $\psi=\pi$ ,  $R_M=30$  Ом,  $R_{\text{Я}}=0,8$  Ом,  $K_{\omega}=1,3$  нм/А,  $K_{\varepsilon}=0,68$  В/с,  $U_{\text{Я}}(t)=32,5$  В,  $U_1=0$  В. Начальные условия для моделирования поведения электромеханической системы:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_3 &= 0; \dot{y}_3 = 0; y_3 = 0; \ddot{\varphi}_1 = 0; \\ \dot{\varphi}_1 &= 0; \varphi_1 = 0; \dot{\Phi} = 0; \Phi = 0 \end{aligned}$$

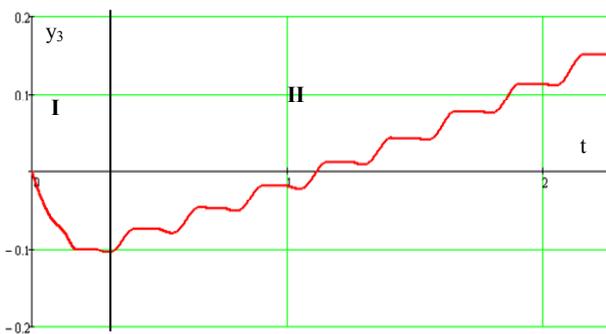


Рис. 3. График перемещения корпуса робота по вертикальной поверхности

Начальное движение системы начинается с соскальзывания, данный участок графика расположен в области (I) и характеризует переходный процесс, происходящий в системе. Дальнейшее движение корпуса робота происходит в области (II) и носит характер установившегося движения вертикально вверх. На участке (а)

графика ускорения на рис. 4 видно, что в начальный момент времени на систему воздействуют большие значения ускорений. Увеличим и совместим графики ускорения корпуса и угловое ускорение вала двигателя. Полученные зависимости приведены на рис. 5.

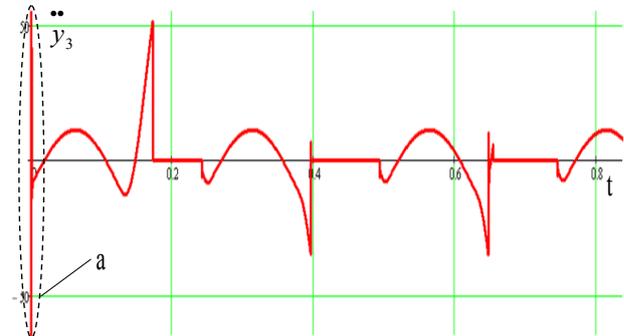


Рис. 4. График ускорения корпуса робота

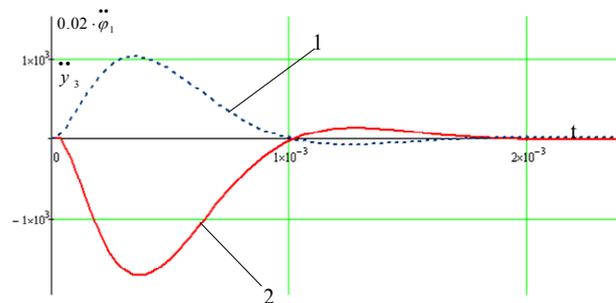
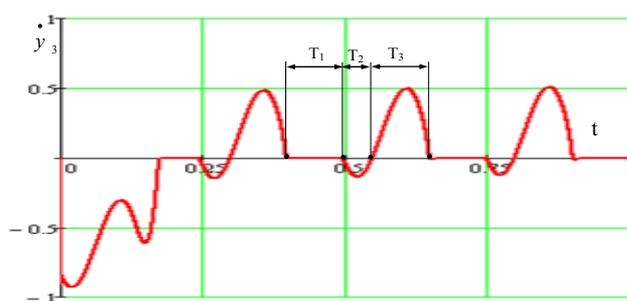


Рис. 5. Увеличенные, в области переходного процесса, участки графиков углового ускорения дебалансов и ускорения корпуса (1 – угловое ускорение дебалансов  $0,02 \cdot \ddot{\varphi}_1$ , 2 – ускорение корпуса робота  $\ddot{y}_3$ )

Как показывают графики, соскальзывание корпуса с вертикальной поверхности вызвано разгоном двигателя до требуемого частоты вращения и вследствие этого большими значениями касательно силы инерции  $\left( 2 \cdot m_l \cdot \left( \ddot{\varphi}_1 \right) \cdot l \cdot \cos(\varphi_1) \right)$ , входящей в систему уравнений (15).

Установившийся режим движения робота (рис. 6) состоит из 3 фаз. Во время фазы движения  $T_1$  корпус робота покоится на одном месте, происходит остановка. Далее при  $T_2$  мобильный объект соскальзывает вниз, силы трения недостаточно, для того, чтобы скомпенсировать равнодействующую силу, приложенную к корпусу. При  $T_3$  мобильный робот поднимается вверх под действием усилия, развиваемого дебалансами.



**Рис. 6.** График скорости корпуса робота

Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 г.» Госконтракт №П621 от 18.05.2010г и при поддержке РФФИ проект №10-08-00769.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Болотник, Н.Н. Динамика управляемых движений вибрационных систем / Н.Н. Болотник, И.М. Зейдис, К. Циммерман, С.Ф. Яцун // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. №5. С. 1-11.
2. Черноусько, Ф.Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // ДАН. 2005. Т. 405, № 1. С. 1-5.
3. Vartholomeos, P. Dynamics, Design and Simulation of Novel Microrobotic Platform Employing vibration Microactuators / P. Vartholomeos, E. Papadopoulos // Journal of Dynamics System, Measurement and Control. March 2006. Vol. 128. Pp. 122-133.
4. Jatsun, S. Modelling of Robots Motion by Use of Vibration of Internal Masses / S. Jatsun, V. Dyshenko, A. Yatsun, A. Malchikov // Proceedings of EUCOMES 08. Pp. 267-274.
5. Мартыненко, Ю.Г. Аналитическая динамика электромеханических систем // МЭИ. 1984. С. 62.
6. Сливинская, А.Г. Электромагниты и постоянные магниты // Энергия, 1972. С. 102.
7. Verlet, L. Computer experiments on classical fluids. I. Thermodynamic properties of Lennard-Jones molecules. Phys. Rev. 1967. V. 159. P.98-103.

## VIBRATING ROBOT FOR VERTICAL MOVEMENT ON A METAL ROUGH SURFACE

© 2010 S.F. Jatsun, O.G. Loktionova, A.A. Tcherepanov, S.B. Rublyov

Southwest State University, Kursk

The mathematical model of the vibrating robot movement on a vertical metal surface due to variable pressing the case to a surface by means of an electromagnet and twirl built in debalance weights is developed. The constructive scheme and results of modelling is presented.

Key words: *vibrating robot, mathematical model, mobile installation, periodic motion, magnetic drive*

---

Sergey Yatsun, Doctor of Technical Sciences, Professor  
at the Department of Theoretical Mechanics and  
Mechatronics. E-mail: teormeh@inbox.ru  
Oksana Loktionova, Doctor of Technical Sciences, Professor  
at the Department of Theoretical Mechanics and Mechatronics  
Andrey Cherepanov, Post-graduate Student  
Sergey Rublyov, Post-graduate Student