

УДК 621.382

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДРЕЙФА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ИЗДЕЛИЙ

© 2010 И.Н.Козлова, М.Н.Пиганов, С.В. Тюлевин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 01.12.2010

Разработаны математические модели дрейфа функциональных параметров электронных изделий в условиях комплексного воздействия возмущающих факторов среды эксплуатации. Предложено характеризовать индивидуальный функциональный параметр набором характеристических показателей  $\{B, W_0, q_i\}$  кинетической модели дрейфа функциональных параметров электронных изделий. Разработана методика определения характеристических показателей физико-математической модели дрейфа функциональных параметров и оптимизации режимов ускоренных испытаний.

Ключевые слова: *модель, функциональный параметр, электронное изделие*

Современные электронные изделия следует отнести к разряду технических устройств, успешное функционирование которых невозможно без решения широкого круга вопросов, связанных со снижением интенсивности протекания деградационных процессов в рабочих средах изделия и комплексным изучением воздействия возмущающих факторов на надежные свойства изделия. Несмотря на определенные успехи в направлении создания частных моделей оценки надежности изделия, их зависимости от повреждающего воздействия возмущающих факторов и прогнозирования ресурса элементов конструкции, общее состояние вопроса следует признать неудовлетворительным по двум причинам: частные модели правомерны для весьма узкого круга элементов конструкции и возмущающих факторов, что сужает область их использования; отсутствие общей методологической основы не позволяет проводить сравнительный анализ, стандартизацию условий эксплуатации, унификацию требований к элементам конструкции различного функционального назначения (электрических, оптических, тепловых, механических и т.д.).

*Козлова Ирина Николаевна, аспирантка. E-mail: kipres@ssau.ru.*

*Пиганов Михаил Николаевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой конструирования и производства радиоэлектронных средств. E-mail: kipres@ssau.ru, piganov@ssau.ru.*

*Тюлевин Сергей Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры конструирования и производства радиоэлектронных средств*

Представляется очевидным, что разработка универсальных моделей оценки деградации функционального качества должна идти по пути использования достаточно общих (фундаментальных) физических закономерностей и представлений. В этой связи уместно отметить, что любые технические устройства являются по своей физической сути существенно неравновесными системами, поэтому наиболее корректная постановка вопроса предполагает, что методологической основой универсальных методов должен быть теоретический аппарат неравновесной термодинамики и статистической физики. Однако этот путь решения вопроса представляется весьма проблематичным, если учесть современное состояние указанных теоретических разделов и трудности, возникающие при определении взаимосвязи между техническими параметрами устройств, представляющими практический интерес, и физическими параметрами, которыми оперирует теория неравновесных систем. Последнее обстоятельство обуславливает правомерность рассмотрения представленной проблемы в рамках формализованных (полумпериических) подходов, использующих в своей основе ряд основополагающих физических гипотез [1].

**Цель данной работы:** построение достаточно универсальных моделей деградации технических параметров.

В настоящей работе в качестве исходного принципа построения моделей принято энергетическое представление процессов деградаций, а в качестве методологической базы – основополагающие идеи теории физической

надежности. Рассматриваемые модели относятся к случаю частичной потери функционального качества элементов конструкции КА (непрерывных отказов) и предусматривает два подхода: детерминированный и вероятностно-детерминированный. Отличие оговоренных подходов состоит в том, что возмущающие факторы в первом случае считаются заданными точным образом, а во втором – рассматриваются как случайные величины, заданные своими вероятностными характеристиками.

**Детерминированная модель расхода ресурса.** В соответствии с распространенной практикой примем, что текущее состояние элемента определяется совокупностью функциональных параметров  $\{P_i\}$ , полностью определяющих потребительское качество элемента. В процессе эксплуатации элемента допускаются изменения параметров  $\{\Delta P_i^0\}$ , не приводящие к потере функционального качества. Функциональное качество элемента выражается в относительных единицах в виде отношения  $\frac{\Delta P_i}{P_i^0}$ , где  $P_i^0$  – начальное значение функционального параметра (в дальнейшем – параметра) при  $t=0$  с, а  $\Delta P_i$  – отклонение от начального значения параметра в текущий момент времени. Исходя из общих кинетических закономерностей развития элементарных (атомных) процессов [2, 3] можно заключить, что скорость деградации (старения) элементов определяется двумя моментами:

- спецификой протекания элементарных процессов, приводящих к изменению начальной атомной структуры элементов;
- интенсивностью возмущающих факторов, оказывающих воздействие на элемент.

В этой связи изменение параметров элемента следует рассматривать как результат последовательного накопления нарушений начальной структуры элемента на атомном уровне под воздействием возмущающих факторов (предполагается, что появление функционального качества у некоторой совокупности атомов связано с их предварительным упорядочиванием в определенную структуру). Устойчивость функционального качества элемента можно сопоставить с устойчивостью первоначальной (искусственно созданной неравновесной) атомной конфигурации элемента. Последнюю можно оценить на основании известных энергетических характеристик, а именно, энергетического потенциального барьера элементарных процессов.

Сформулированные в [1] гипотезы составляют основу энергетического подхода рассмотрения вопросов деградации элементов.

Физической сутью оговоренных гипотез является представление об уменьшении начального энергетического барьера  $W_{0i}$  в результате воздействия возмущающих факторов [4]. Примем, что начальное качество элемента характеризуется значением параметра  $P_0$  (здесь и далее рассматривается однопараметрический случай, поэтому индекс  $i$  опускается), обусловленного определенной атомной структурой элемента. В процессе эксплуатации элемента значение параметра  $P$  будет изменяться, причем в тем большей степени, чем выше интенсивность протекающих элементарных атомных процессов, определяющих качество элемента по параметру  $P$ . В соответствии с [5] было использовано понятие обобщенной глубины  $x$  протекания элементарных атомных процессов:

$$x = \frac{c - c_0}{c_0} \quad (1)$$

где  $c, c_0$  – соответственно, текущая и начальная концентрация активных центров атомной структуры.

Под активными центрами понимаются атомные конфигурации, способные к трансформациям различного рода (диффузионным, химическим, структурным и т.д.). Представляется очевидным, что:

$$P = \varphi(x) \quad (2)$$

В подавляющем большинстве случаев, встречающихся в практике создания электронных устройств, прогнозирование ожидаемого ресурса элементов связано с анализом достаточно малых отклонений  $\Delta P$ , а следовательно и  $\Delta x$ . Заметим, что в начальный момент времени, согласно (1),  $x=0$ , поэтому, разлагая функцию  $\varphi(x)$  в степенной ряд в окрестности значений  $x=0$ , в первом приближении имеем:

$$P = P_0 + Ax \quad (3)$$

Аналогичным образом, для самой величины  $x$  имеем:

$$x = kt \quad (4)$$

где  $t$  – продолжительность функционирования элемента;  $k$  – константа скорости протекания процессов деградации элемента по параметру  $P$ .

Модель потенциального энергетического барьера определяет вид константы  $k$  в следующей форме:

$$k = k_0 e^{\frac{-W}{kt}} \quad (5)$$

где  $k_0$  – константа, характеризующая скорость процесса при  $T \rightarrow \infty$ ;  $W$  – энергия активации процессов деградации элемента по параметру  $\Pi$ ;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура.

С учетом вышеизложенного имеем:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_0} = Bte^{-\frac{W}{kT}} \quad (6)$$

В выражении (6) совокупность возмущающих факторов представлена в неявном виде (кроме температуры). В результате получаем три модели расходования ресурса.

Модель №1:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_0} = Bte^{-\frac{W_0 + \sum_j q_j Q_j}{kT}} \quad (7)$$

Модель №2:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_0} = Bte^{-\frac{W_0 + \sum_{j,k}^{j \neq k} q_{j,k} Q_j Q_k}{kT}} \quad (8)$$

Модель №3:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_0} = Bte^{-\frac{W_0 + \sum_j q_j Q_j + \sum_{j,k}^{j \neq k} q_{j,k} Q_j Q_k}{kT}} \quad (9)$$

Модель №1 (7) справедлива для случая взаимно-независимого влияния индивидуальных возмущающих факторов КП на изменение параметра  $\Pi$  в процессе эксплуатации элемента. В противном случае справедливы модель №2 и №3.

**Методика определения параметров детерминированной модели расходования ресурса.** Определение параметров модели деградации технических параметров производится с помощью натуральных моделирующих экспериментальных исследований. Для проведения исследований берется партия элементов и принимается, что в пределах выбранной партии элементы являются идентичными с точки зрения их начальных параметров  $\Pi_0$  и процессов деградации под воздействием возмущающих факторов. В целях упрощения определение параметров производилась на примере модели расходования ресурса №1. Распространение полученных результатов на другие модели расходования ресурса не вызывают принципиальных трудностей. Наряду с основной целью,

оговоренной в наименовании раздела, настоящее рассмотрение преследует и дополнительную цель, а именно, изыскание возможности минимизации объемов экспериментальных исследований. Учитывая высокую себестоимость и трудоемкость экспериментальных исследований, последнее обстоятельство представляет определенный практический интерес. Для определения начальной энергии активации  $W_0$  обеспечим следующие условия испытаний:  $Q_j=0$ . В этом случае выражение (7) приобретает вид:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_0} = Bte^{-\frac{W_0}{kT}} \quad (10)$$

Проведем исследование величины  $\Delta \Pi$  при различных температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Выбор диапазона возможных температурных изменений подчинен условию сохранения механизма деградации элементов:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta \Pi_1}{\Pi_0} &= Bt_1 e^{-\frac{W_0}{kT_1}} \\ \frac{\Delta \Pi_2}{\Pi_0} &= Bt_2 e^{-\frac{W_0}{kT_2}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

На основании выражения (11) имеем:

$$W_0 = k \frac{\ln \left( \frac{t_2 \Delta \Pi_1}{t_1 \Delta \Pi_2} \right)}{\Delta \left( \frac{1}{T} \right)} \quad (12)$$

где  $\Delta \left( \frac{1}{T} \right) = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$

Если  $\Delta \Pi_1 = \Delta \Pi_2$ , то выражение (12) упрощается:

$$W_0 = k \frac{\ln \left( \frac{t_2}{t_1} \right)}{\Delta \left( \frac{1}{T} \right)} \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) определяют начальную энергию активации  $W_0$  по результатам двух экспериментов, проведенных при различных температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Для определения коэффициентов чувствительности к возмущающим факторам  $q_j$  обеспечим следующие условия испытаний:

$$Q_j \begin{cases} 0, n p_{ij} = 1 \\ Q_{l1}, Q_{l2} n p_{ij} = l \end{cases}$$

где  $Q_{l1}$  и  $Q_{l2}$  – интенсивности возмущающего фактора  $Q_l$  (значения  $Q_{l1}$  и  $Q_{l2}$  выбираются в интервале значений, представляющих практический интерес).

По результатам испытания элементов при значениях возмущающего параметра  $Q_{l1}$  и  $Q_{l2}$  имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\Pi_1}{\Pi_0} &= Bt_1 \exp\left\{-\frac{(W_0 + q_l Q_{l1})}{kT}\right\} \\ \frac{\Delta\Pi_2}{\Pi_0} &= Bt_2 \exp\left\{-\frac{(W_0 + q_l Q_{l2})}{kT}\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

На основании выражения (14) имеем:

$$q_l = kT \ln\left(\frac{\frac{\Delta\Pi_1 t_2}{\Delta\Pi_2 t_1}}{\Delta Q_l}\right) \quad (15)$$

где  $\Delta Q_l = Q_{l2} - Q_{l1}$ .

Если  $\Delta\Pi_1 = \Delta\Pi_2$ , то (15) упрощается:

$$q_l = kT \ln\left(\frac{t_2/t_1}{\Delta Q_l}\right) \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) определяют коэффициент чувствительности  $q_l$  по результатам двух экспериментов, проведенных при одинаковых температурах, но при двух различных интенсивностях возмущающего фактора  $Q_l$ . Определение множителя  $B$  не требует постановки специальных экспериментов. Для его определения воспользуемся следующим выражением:

$$B = \left(\frac{\Delta\Pi_1}{\Pi_0}\right) \left\{t_1 \exp\left(-\frac{W_0}{kT_1}\right)\right\}^{-1} \quad (17)$$

Общий объем экспериментальных исследований, необходимых для определения полной совокупности параметров детерминированной модели, можно определить по выражению:  $n_s = 2(n + 1)$ , где  $n$  – общее количество возмущающих факторов. Для определения режимов ускоренных моделирующих испытаний можно воспользоваться следующей формулой:

$$t_y = t_p \exp\left\{\frac{\left(\sum_i q_i (Q_{iy} - Q_{ip})\right)}{kT}\right\} \quad (18)$$

где  $t_y$  и  $t_p$  – продолжительность ускоренных и реальных испытаний;  $Q_{iy}$  и  $Q_{ip}$  – интенсивность возмущающего фактора в режиме ускоренных и реальных (нормальных) испытаний соответственно.

В практических приложениях может представлять интерес и обратная постановка вопроса, а именно, определение уровней  $Q_y$  для наперед заданной величины  $C = t_y/t_p$ . В этом случае, для однофакторного возмущения имеем:

$$P_y = \frac{kt \ln C + qP_p}{q} \quad (19)$$

Используя приближение  $P_p \approx 0$  получим:

$$P_y = \frac{kt \ln C}{q} \quad (20)$$

В ряде случаев может представлять интерес представление вышеизложенных результатов в относительном (безразмерном) виде. Это позволит провести сравнительную оценку повреждающего воздействия различных возмущающих факторов. На основании выражения (19) имеем:

$$\frac{P_y - P_p}{P_p} = \frac{kt \ln C}{qP_p} \quad (21)$$

**Вероятностно-детерминированная модель.** Детерминированный подход предполагает, что характеристические параметры модели деградации технического устройства ( $B$ ,  $W_0$ ,  $q_i$ ) заданы точным образом. В более корректной постановке вопроса указанные параметры следует рассматривать, как случайные величины, заданные своими вероятностными характеристиками. В этой связи уместно дополнить рассмотренную детерминированную модель вероятностным представлением характеристических параметров. Последнее составляет основу вероятностно-детерминированной модели расходования ресурса. Эффективность вероятностно-детерминированного подхода определяется степенью достоверности используемых вероятностных характеристик, в частности математического ожидания и дисперсии случайных величин  $\hat{B}$ ,  $\hat{W}_0$ ,  $\hat{q}_i$  вида и значений параметров совместного закона распределения этих величин. На данном этапе рассмотрения вид совместного распределения переменных выбирается не на основании опытных данных, а априорно постулируется. С учетом привлечения вероятностных представлений

основополагающее выражение (модель №1) приобретает вид:

$$\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi} = t \cdot B \cdot \exp\left(-(\hat{W}_0 + \sum_i \hat{q}_i \cdot Q_i) / k \cdot T\right). \quad (22)$$

Конечной целью вероятностно-детерминированного подхода является определение вероятностных характеристик параметра  $\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi}$ , а именно математического ожидания  $m_y$ , дисперсии  $\sigma_y^2$ , плотности распределения  $\omega(y)$ . Представление характеристических параметров модели в виде случайных величин позволяет также перейти к исследованию еще одной важной в технических приложениях величины – времени работы элемента до возникновения постепенного отказа (уход  $\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi}$  за допустимые пределы). В последнем случае оказывается возможным сформулировать разумные ограничения на пределы изменения случайных величин  $\hat{B}$ ,  $\hat{W}_0$ ,  $\hat{q}_i$ , обеспечивающие необходимую вероятность безотказной работы элемента. Математическое ожидание  $m_y$  параметра  $\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi}$  с учетом ранее проведенных преобразований [6,7] имеет следующий вид:

$$m_y = t m_x \exp\left[(2m_z + \sigma_z^2)/2\right] \quad (23)$$

где

$$m_z = -\left(M\left[\hat{W}_0\right] + \sum_i M\left[\hat{q}_i\right] \cdot Q_i\right) / kT; \quad (24)$$

$$\sigma_z^2 = \left(D\left[\hat{W}_0\right] + \sum_i Q_i^2 \cdot D\left[\hat{q}_i\right]\right) \cdot (k \cdot T)^{-2}. \quad (25)$$

Для определения дисперсии  $\sigma_y^2$  параметра  $\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi}$  было получено следующее выражение:

$$\sigma_y^2 = t^2 e^{2m_z + \sigma_z^2} \left[\sigma_x^2 e^{\sigma_z^2} + m_x^2 (e^{\sigma_z^2} - 1)\right] \quad (26)$$

Полученное выражение позволяет провести анализ причин, обуславливающих расхождение  $\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi}$ , а также вычислить значение

дисперсии для любого момента времени эксплуатации элемента. Плотность распределения  $\omega(y)$  параметра  $\frac{\Delta \hat{\Pi}}{\Pi}$  может быть представлена в следующем виде:

$$\omega_y = B_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} f_1(y, u) du \quad (27)$$

где

$$B_1 = \frac{1}{t \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma_x} \exp\left(-\frac{m_x^2 + 2 \cdot m_z \cdot \sigma_x^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right) \quad (28)$$

$$f_1(y, u) = \exp\left\{-\frac{1}{2 \cdot \sigma_x^2} \left[\left(\frac{y}{e^{u \sigma_z \sqrt{2} + m_z}}\right)^2 + 2 \frac{y \cdot m_z}{e^{u \sigma_z \sqrt{2} + m_z}} + 2 \sqrt{2} \cdot u \cdot \sigma_z \cdot \sigma_x^2\right]\right\}. \quad (29)$$

На основании плотности распределения  $\omega(y)$  можно получить вероятность нахождения параметра  $y$  в наперед заданном интервале значений  $(y_1, y_2)$ :

$$P(y_1 < y < y_2) = \int_{y_1}^{y_2} \omega(y) dy \quad (30)$$

Практическое использование полученных результатов предполагает апробацию гипотезы о нормальном законе распределения величин  $\hat{x}$  и  $\hat{z}$ . Для оценки плотности распределения времени безотказной работы элемента была получена следующая формула:

$$t_{om} = \frac{y_{don}}{\left(\hat{x} \cdot e^{\hat{z}}\right)} \quad (31)$$

где  $t_{om}$  – случайная величина, характеризующая время безотказной работы элемента.

#### Выводы:

1. Представлена методология применения термоактивационного подхода при анализе процессов деградации функциональных параметров изделия.

2. Построена детерминированная модель расходования ресурса элементов электронного устройства по критериям функционального качества. Основные результаты детерминированной модели деградации технических параметров

распространены на вероятностно-детерминированный случай, предполагающий задание характеристических параметров в виде случайных функций. Для указанного подхода рассмотрения функционального качества элемента определены вероятностные характеристики (математическое ожидание, дисперсия, плотность распределения).

3. Получены аналитические выражения, определяющие плотность распределения времени безотказной работы изделия в условиях воздействия возмущающих факторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Еремина, И.Н. Прогнозирование срока службы изделий на основе активационных моделей процессов деградации функциональных параметров // Надежность и качество: Труды междунар. симпозиума в 2-х томах. – Пенза, 2007. Т. 2. С. 18-21.
2. Меламедов, Н.М. Физические основы надежности. – М.: Энергия, 1970. 320 с.
3. Регель, В.Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.Е. Томашевский. – М.: Наука, 1974. 560 с.
4. Литвинский, И.Е. Обеспечение безотказности персональных ЭВМ / И.Е. Литвинский, В.А. Прохоренко. – М.: Радио и связь, 1993. 208 с.
5. Эммануэль, Н.М. Курс химической кинетики / Н.М. Эммануэль, Д.Г. Кнорре. – М.: Высшая школа, 1969. 432 с.
6. Козлова, И.Н. Анализ процессов деградации элементов космических радиоэлектронных средств при разработке методики прогнозирования их надежности / И.Н. Козлова, М.Н. Пиганов // Инновационная экономика и промышленная политика региона (ЭКОПРОМ – 2010): Труды междунар. НТК. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. Т.2. С. 438-449.
7. Козлова, И.Н. Вероятностно-детерминированная модель расходования ресурса электронного устройства // Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития: Сборн. научн. тр. – Одесса: Черноморье, 2010. Т.3. С. 59-65.

## MATHEMATICAL MODELS OF FUNCTIONAL PARAMETERS DRIFT IN ELECTRONIC DEVICES

© 2010 I.N. Kozlova, M.N. Piganov, S.V. Tyulevin

Samara State Aerospace University

Mathematical models of functional parameters drift in electronic devices in conditions of complex effect of environment disturbing factors are developed. It is offered to characterize individual functional parameter by set of characteristic indexes  $\{B, w_0, q_i\}$  of drift functional parameters kinetic model in electronic devices. The method of definition the characteristic indexes of physical and mathematical model of functional parameters drift and optimization of accelerated tests conditions is developed.

Key words: *model, functional parameter, electronic device*

---

Irina Kozlova, Post-graduate Student. E-mail: [kipres@ssau.ru](mailto:kipres@ssau.ru).  
Mikhail Piganov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head  
of the Construction and Manufacture of Radio-electronic  
Devices Department. E-mail: [kipres@ssau.ru](mailto:kipres@ssau.ru), [piganov@ssau.ru](mailto:piganov@ssau.ru)  
Sergey Tyulevin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at  
the Construction and Manufacture of Radio-electronic Devices Department