

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОТДАЧИ В ПОРИСТОМ ЦИЛИНДРЕ

© 2010 Ю.А. Кирсанов<sup>1</sup>, Р.А. Назипов<sup>1</sup>, В.А. Данилов<sup>2</sup>, Г.В. Башкирцев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН

<sup>2</sup> Казанский государственный энергетический университет

<sup>3</sup> Научный центр порошкового материаловедения Пермского государственного технического университета

Поступила в редакцию 22.03.2010

Построена аналитическая модель тепловых процессов в пористом цилиндре, нагреваемом внешним источником энергии. Адекватность построенной модели проверена расчетами теплового состояния пористых цилиндров разной длины при нескольких расходах теплоносителя. Показано, что для фиксированного расхода теплоносителя существует предельная длина пористого тела, превышение которой не приводит к росту тепловой нагрузки, воспринимаемой теплоносителем. Предложена методика оценки коэффициентов критериальных уравнений теплоотдачи в пористом теле, основанная на построенной аналитической модели тепловых процессов в пористом теле. На конкретном примере показана удовлетворительная устойчивость модели к погрешностям исходных данных и сходимость получаемых с помощью предложенной методики результатов исследования теплоотдачи к их истинным значениям.

Ключевые слова: пористое тело, каркас, теплоноситель, теплоотдача, методика, устойчивость, сходимость.

### ВВЕДЕНИЕ

Пористые тела позволяют интенсифицировать теплоотдачу в элементах энергетических систем. Однако, большое разнообразие геометрии и сложность описания протекающих в пористых структурах процессов явились причиной того, что имеющиеся данные по теплоотдаче и сопротивлению пористых сред значительно отличаются друг от друга [1-3]. Поэтому изучение теплогидродинамических характеристик пористых материалов продолжает оставаться актуальным.

Исследование теплогидравлических характеристик пористого тела предполагает наличие адекватной математической модели протекающих в нем процессов. В известных моделях принят ряд грубых допущений. Например, считается, что температура теплоносителя совпадает с температурой каркаса (однотемпературная модель) [4]; некоторые модели не учитывают продольную теплопроводность каркаса [5] и др. Нет единого мнения о величине доли теплоты  $\eta_Q$ , воспринимаемой каркасом: одни принимают  $\eta_Q = 1$ , т.е., что вся теплота от стенки передается каркасу [5],

другие, пытаясь учесть отличие  $\eta_Q$  от 1, принимают предположение о не нулевом градиенте температуры на теплоизолированной стенке [6].

Дополнительной причиной расхождений экспериментальных данных по теплоотдаче и сопротивлению пористых структур является разный подход к описанию их характеристик. Так, в одних работах в качестве определяющего размера берется эквивалентный диаметр каналов, в других – средний размер пор, в некоторых – диаметр канала, в котором расположена пористая вставка и др. [7].

Новый подход к описанию геометрических и теплофизических свойств пористых материалов сделан в работе [8], где предложена геометрическая модель высокопористого ячеистого материала (ВПЯМ). Модель характеризует пористый материал большим чем ранее набором параметров, а именно: объемной пористостью  $\varepsilon_v$ , просветностью  $\varepsilon_s$ , диаметром сферических пор  $d_{сф}$ , межцентровым расстоянием между сферическими порами  $l$ , эквивалентным диаметром каналов  $d_3$ , эквивалентным диаметром перемычек каркаса  $d_{ск}$ , удельной поверхностью пористости  $f_w$ , относительной площадью поперечного сечения каркаса  $\varepsilon_{ск}$  и др. Относительные эффективные теплопроводности каркаса и теплоносителя предложено вычислять по формулам, которые удовлетворительно согласуются с литературными данными [8]:

$$\bar{\lambda}_{ск} \equiv \lambda_{ск}/\lambda_w = \varepsilon_{ск}; \quad \bar{\lambda}_{f,эф} \equiv \lambda_{f,эф}/\lambda_f = 1 - \varepsilon_{ск};$$

$$\varepsilon_{ск} = (1 - \varepsilon_v) / (3 - 2\bar{d}_{ск}),$$

Кирсанов Юрий Анатольевич, доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник.

E-mail: kirsanov-yury@mail.ru.

Назипов Рустем Альбертович, аспирант.

E-mail: nazipov\_r@yahoo.com.

Данилов Валерий Александрович, аспирант.

E-mail: agronomcereteli@mail.ru.

Башкирцев Григорий Владимирович, младший научный сотрудник. E-mail: griga\_83@mail.ru

где  $\lambda_w$  и  $\lambda_f$  – теплопроводности материала каркаса и теплоносителя, Вт/(мК);  $d_{ck} = d_{ck}/d_{cf}$ .

Объемные теплоемкости каркаса и теплоносителя приняты пропорциональными  $\varepsilon_v$  и  $(1 - \varepsilon_v)$ , соответственно.

Целью выполненных исследований являлось:

- решение сопряженной стационарной задачи теплообмена пористого цилиндра с охлаждающим его однофазным теплоносителем;
- разработка методики исследования теплоотдачи в пористом цилиндре на основе полученного решения указанной сопряженной задачи;
- проверка методики исследования теплоотдачи на модельной задаче.

### СОПРЯЖЕННАЯ СТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛООБМЕНА ПОРИСТОГО ЦИЛИНДРА С ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

Рассматривается пористое тело цилиндрической формы радиусом  $R$  и длиной  $l_{ц}$  (рис. 1). Боковая поверхность тела нагрета до температуры  $t_{ct}$ , которая может изменяться по длине цилиндра, не изменяясь во времени. В осевом направлении через пористое тело течет стационарный однофазный поток холодного теплоносителя массовым расходом  $G_f$  и начальной температурой  $t_{f,0}$ . При течении сквозь пористое тело теплоноситель нагревается, а каркас охлаждается, в результате чего температуры каркаса  $t_{ck}$  и теплоносителя  $t_f$  изменяются как в продольном, так и в поперечном направлениях. Коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности пористой структуры составляет  $\alpha_w$ , на входе и выходе потока –  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$ , соответственно. Требуется рассчитать тепловую нагрузку, воспринимаемую теплоносителем, и температурные поля в каркасе и теплоносителе.

При стационарных режимах течения и нагрева процесс передачи теплоты от пористого тела к теплоносителю описывается сопряженной стационарной задачей теплообмена, включающей в себя краевые задачи теплопроводности каркаса и теплоносителя. В относительных переменных задачи имеют вид

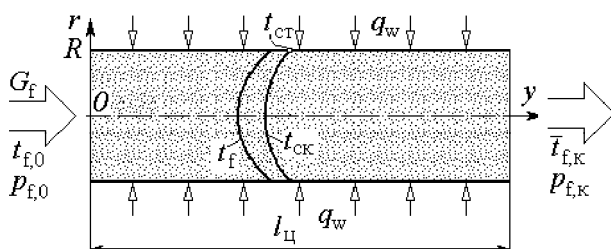


Рис. 1. Нагревание теплоносителя в пористом материале

$$\frac{L^2}{X} \frac{\partial}{\partial X} \left( X \frac{\partial \theta_{ck}}{\partial X} \right) + \frac{\partial^2 \theta_{ck}}{\partial Y^2} + a_0 (\theta_f - \theta_{ck}) = 0 ,$$

$$(0 \leq X < 1, \quad 0 \leq Y < 1); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_{ck}(0, Y)}{\partial X} = 0; \quad (2)$$

$$\theta_{ck}(1, Y) = f(Y); \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_{ck}(X, 0)}{\partial Y} = Bi_0 [\theta_{ck}(X, 0) - \theta_{f,0}]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta_{ck}(X, 1)}{\partial Y} = Bi_1 [\theta_f(X, 1) - \theta_{ck}(X, 1)]; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \frac{b_1}{X} \frac{\partial}{\partial X} \left( X \frac{\partial \theta_f}{\partial X} \right) - b_0 (\theta_f - \theta_{ck}), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta_f(0, Y)}{\partial X} = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta_f(1, Y)}{\partial X} = (1 - \eta_Q) Nu \cdot [\theta_{ct}(Y) - \theta_f(1, Y)]; \quad (8)$$

$$\theta_f(X, 0) = \theta_{f,0} = -1; \quad (9)$$

Здесь  $X = r/R$ ;  $Y = y/l_{ц}$ ;  $\theta = (t - t_{ct,max})/t^*$ ;  $L = l_{ц}/R$ ;  $a_0 = \varepsilon_v \alpha_w f_w l_{ц}^2 / \lambda_{ck}$ ;  $b_0 = Nu f_w l_{ц} / (\varepsilon_v Pe)$ ;  $b_1 = 2(1 - \varepsilon_{ck})L / (\varepsilon_v Pe)$ ;  $Bi_0 = \alpha_0 l_{ц} / \lambda_{ck}$ ;  $Bi_1 = \alpha_1 l_{ц} / \lambda_{ck}$ ;  $\lambda_{ck} = \varepsilon_{ck} \lambda_w$ ;  $Nu = \alpha_w R / \lambda_{f,эф}$ ;  $Pe = w_f D / a_f$ ;  $w_f = G_f / (\rho_f \varepsilon_s \pi R^2)$  – скорость фильтрации теплоносителя, м/с;  $t^* = t_{ct,max} - t_{f,0}$ ;  $t_{ct,max}$  – максимальная температура стенки, К;  $a_f = \lambda_f / (\rho_f c_p)$  – температуропроводность теплоносителя, м<sup>2</sup>/с;  $D = 2R$  – диаметр трубы, м.

Решение краевых задач (1)-(5) и (6)-(9) осуществляется с помощью конечных интегральных преобразований Фурье-Ханкеля [9, 10]:

$$\theta_{ck,L}(\mu_n, \gamma_m) = \int_0^1 X J_0(\mu_n X) \int_0^1 K_y(\gamma_m Y) \theta_{ck}(X, Y) dY \cdot dX;$$

$$\theta_{f,L}(\xi_l, Y) = \int_0^1 X J_0(\xi_l X) \theta_f(X, Y) dX . \quad (10)$$

$$\text{Здесь } K_y(\gamma_m Y) = \cos(\gamma_m Y) + \frac{Bi_0}{\gamma_m} \sin(\gamma_m Y);$$

$\mu_n$ ,  $\gamma_m$  и  $\xi_l$  – корни характеристических уравнений:

$$J_0(\mu_n) = 0;$$

$$\operatorname{tg}(\gamma_m) \left( 1 - \frac{\operatorname{Bi}_0}{\gamma_m} \frac{\operatorname{Bi}_1}{\gamma_m} \right) = \frac{\operatorname{Bi}_0}{\gamma_m} + \frac{\operatorname{Bi}_1}{\gamma_m};$$

$$(1 - \varepsilon_Q) \operatorname{Nu} \cdot J_0(\xi_l) = \xi_l J_1(\xi_l);$$

$J_0(\zeta)$  и  $J_1(\zeta)$  – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков.

Дифференциальные уравнения (1) и (6) в преобразованиях (10) принимают вид:

$$\theta_{\text{ck,L}}(\mu_n, \gamma_m) = \frac{1}{\zeta_{n,m}} \left\{ \left[ \operatorname{Bi}_0 \theta_{f,0} + (\mu_n L)^2 \sum_{p=0}^{k_1} d_p F_{1,p}(\gamma_m, 1) \right] \frac{J_1(\mu_n)}{\mu_n} + \operatorname{Bi}_1 K_y(\gamma_m) \sum_{l=0}^{\infty} A_l S_{x,n,l} \theta_{f,l}(\xi_l, 1) + a_0 \sum_{l=0}^{\infty} A_l S_{x,n,l} F_{f,m,l}(\gamma_m, \xi_l) \right\}; \quad (11)$$

$$\frac{d\theta_{f,L}}{dY} + \vartheta_l \theta_{f,L} = b_2 J_0(\xi_l) \sum_{p=0}^{k_1} d_p Y^p + b_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n S_{x,n,l} \sum_{m=0}^{\infty} A_m K_y(\gamma_m Y) \theta_{\text{ck,L}}(\mu_m, \gamma_m) \quad (12)$$

где  $\zeta_{n,m} = a_0 + (\mu_n L)^2 + \gamma_m^2$ ;  $\vartheta_l = b_0 + b_1 \xi_l^2$ ;

$$S_{x,n,l} \equiv \int_0^1 X J_0(\mu_n X) J_0(\xi_l X) dX = \frac{\mu_n J_1(\mu_n) J_0(\xi_l)}{\mu_n^2 - \xi_l^2};$$

$$F_{1,p}(\gamma_m, Y) \equiv \int_0^Y z^p K_y(\gamma_m z) dz = \begin{cases} F_6(\gamma_m Y) + \operatorname{Bi}_0 / \gamma_m^2 & \text{при } p=0, \\ Y^p F_6(\gamma_m Y) + [K_y(\gamma_m Y) - 1] / \gamma_m^2 & \text{при } p=1, \\ Y^p F_6(\gamma_m Y) + p \frac{Y^{p-1} K_y(\gamma_m Y) - (p-1) F_{3,p-2}(\gamma_m, Y)}{\gamma_m^2} & \text{при } p>1; \end{cases}$$

$$b_2 = b_1 (1 - \eta_Q) \operatorname{Nu};$$

$$F_{f,m,l}(\gamma_m, \xi_l) = \int_0^1 K_y(\gamma_m Y) \theta_{f,L}(\xi_l Y) dY.$$

Решение обыкновенного дифференциально-го уравнения (12) [12]:

$$\theta_{f,L}(\xi_l, Y) = \theta_{f,L}(\xi_l, 0) \exp(-\vartheta_l Y) + b_2 J_0(\xi_l) \sum_{k=0}^{k_1} d_k F_{2k}(\xi_l) + b_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n S_{x,n,l} \sum_{m=0}^{\infty} A_m F_3(\gamma_m, \vartheta_l, Y) \theta_{\text{ck,L}}(\mu_m, \gamma_m),$$

где

$$F_{2,p}(\vartheta_l, Y) \equiv \int_0^Y z^p \exp[\vartheta_l(z - Y)] dz = \begin{cases} [1 - \exp(-\vartheta_l Y)] / \vartheta_l & \text{при } p=0, \\ \frac{Y^p - p F_{2,p-1}(\vartheta_l, Y)}{\vartheta_l} & \text{при } p>0; \end{cases}$$

$$F_3(\gamma_m, \vartheta_l, Y) \equiv \int_0^Y K_y(\gamma_m z) \exp(-\vartheta_l z) dz = \frac{\exp(-\vartheta_l Y) [\gamma_m^2 F_4(\gamma_m Y) - \vartheta_l K_y(\gamma_m Y)] + \vartheta_l + \operatorname{Bi}_0}{\vartheta_l^2 + \gamma_m^2};$$

$$F_4(\gamma_m Y) = [\sin(\gamma_m Y) - \operatorname{Bi}_0 \cos(\gamma_m Y)] / \gamma_m.$$

Оригиналы температур каркаса и теплоносителя находятся по формулам обращения [10]:

$$\theta_{\text{ck}}(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0(\mu_n X) \sum_{m=0}^{\infty} A_m K_y(\gamma_m Y) \theta_{\text{ck,L}}(\mu_n, \gamma_m), \quad (13)$$

$$\theta_f(X, Y) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l J_0(\xi_l X) \theta_{f,L}(\xi_l, Y), \quad (14)$$

где  $A_n = J_1(\mu_n) / (\mu_n S_{x,n}^2)$ ;  $S_{x,n}^2 = J_1^2(\mu_n) / 2$ ;

$A_m = F_{1,0}(\gamma_m, 1) / S_{y,m}^2$ ;  $S_{y,m}^2 = \int_0^1 K_y^2(\gamma_m Y) dY$ ;

$A_l = J_1(\xi_l) / (\xi_l S_{x,l}^2)$ ;  $S_{x,l}^2 = [J_0^2(\xi_l) + J_1^2(\xi_l)] / 2$ .

Интегрирование решений (13) и (14) по радиусу дает средние по поперечному сечению температуры

$$\bar{\theta}_{\text{ck}}(Y) = 2 \int_0^1 X \cdot \theta_{\text{ck}}(X, Y) dX;$$

$$\bar{\theta}_f(Y) = 2 \int_0^1 X \cdot \theta_f(X, Y) dX,$$

а последующее интегрирование по длине – температуры, средние по объему пористого тела

$$\bar{\bar{\theta}}_{\text{ck}} = 2 \int_0^1 \int_0^1 X \cdot \theta_{\text{ck}}(X, Y) dX dY,$$

$$\bar{\bar{\theta}}_f = 2 \int_0^1 \int_0^1 X \cdot \theta_f(X, Y) dX dY.$$

По средним температурам находятся теплота, передаваемая теплоносителю конвекцией от стенки и пористого тела

$$Q_\alpha = \pi R l_\alpha \alpha_w t^* (2\varepsilon_s + Rf_w) (\bar{\bar{\theta}}_{\text{ck}} - \bar{\bar{\theta}}_f), \quad (15)$$

и теплота, равная разности энтальпий теплоносителя между выходом и входом

$$Q_c = G_f c_{p,f} t^* [\bar{\theta}_f(1) - \theta_{f,0}]. \quad (16)$$

В формулу (15) коэффициент теплоотдачи  $\alpha_w$  входит как параметр – от его значения зависят как температурные поля, так и тепловые нагрузки  $Q_\alpha$  и  $Q_c$ . Но теплота  $Q_c$  может отличаться от  $Q_\alpha$ , если доля теплоты  $\eta_Q$ , отданная стенкой каркасу, будет оценена неточно. Отсю-

да следует простой способ оценки значения  $\eta_Q$  при известном значении коэффициента теплоотдачи  $\alpha_w$ : задав начальное приближение  $\eta_Q^{(0)}$ , находятся температурные поля и тепловые нагрузки  $Q_\alpha$  и  $Q_c$ . При значительном расхождении последних величина  $\eta_Q$  уточняется, находятся новые значения  $Q_\alpha$  и  $Q_c$  до их совпадения с заданной точностью.

### ПРИМЕР ТЕПЛОВОГО РАСЧЕТА ПОРИСТОГО ЦИЛИНДРА

Пористый цилиндр из нержавеющей стали 1Х18Н10Т со структурой ВПЯМ диаметром  $D = 0,05$  м, длиной  $l_{ц}$  продувается воздухом. Пористость характеризуется параметрами:  $d_{сф} = 2 \cdot 10^{-3}$  м;  $\varepsilon_v = 0,88$ ;  $l = 3,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\varepsilon_s \approx 0,511$ ;  $d_3 = 1,895 \cdot 10^{-3}$  м;  $f_w \approx 1858$  м<sup>-1</sup>;  $d_{ск} \approx 0,258 \cdot 10^{-3}$  м;  $\varepsilon_{ск} \approx 0,0438$ . Параметры воздуха на входе:  $t_{f,0} = 20$  °С;  $p_{f,0} = 0,101$  МПа; относительная влажность 80%. Температура стенки по длине неизменна и составляет  $t_{ст} = 90$  °С. Теплоотдача в пористом теле определяется критериальным уравнением [12]

$$Nu = 0,606Re^{0,56} Pr^{0,4} \varepsilon_v^{-5,2}, \quad (17)$$

где  $Re = w_f d_{сф} / \lambda_f$ .

Расчеты выполнены для длин цилиндра  $l_{ц}$  от 0,01 до 0,1 м, при двух расходах  $G_f$ : 0,004 и 0,04 кг/с – и двух вариантах значений коэффициентов теплоотдачи на торцах цилиндра: 1)  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_w$  и 2)  $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ . Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_w$  для разных значений  $l_{ц}$  изменялся в диапазонах 365,4...368,5 Вт/(м<sup>2</sup>К) при  $G_f = 0,004$  кг/с и 1322...1337 Вт/(м<sup>2</sup>К) при  $G_f = 0,04$  кг/с (меньшие значения  $\alpha_w$  соответствовали короткому цилиндру, большие – длинному).

Учет теплоотдачи на торцах наиболее заметен для короткого пористого тела. Причем с увеличением длины разность между тепловыми нагрузками, рассчитанными с учетом и без учета

теплоотдачи торцов сокращается по абсолютному значению и меняет знак: при малых значениях  $l_{ц}$  большее количество теплоты получается в первом варианте ( $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_w$ ), при больших  $l_{ц}$  – во втором ( $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ ). Эта закономерность наиболее ярко проявляется на больших расходах. Так, если при  $G_f = 0,004$  кг/с для длин пористого тела 0,02 и 0,1 м разница между тепловыми нагрузками для указанных вариантов составила соответственно 0,3 Вт (0,12%) и -0,16 Вт (-0,06%), то при  $G_f = 0,04$  кг/с эта разница составила уже 21,5 Вт (около 1,5%) и -7,9 Вт (-0,3%).

Таким образом, учет теплоотдачи торцов пористого цилиндра должен осуществляться, прежде всего, при малой его длине; при большой длине вкладом теплоотдачи торцов можно пренебречь из-за пренебрежимо малой площади поверхности каркаса на торцах цилиндра по сравнению с его общей площадью теплообмена.

Доля теплоты  $\eta_Q$ , воспринимаемая от стенки каркасом, максимальна в случае короткого пористого тела и растет с повышением расхода теплоносителя. Так, при  $l_{ц} = 0,02$  м  $\eta_Q$  составляет 0,9946 при расходе 0,004 кг/с и 0,9999 – при 0,04 кг/с; при  $l_{ц} = 0,1$  м значения  $\eta_Q$  соответственно равны 0,9789 и 0,9973. Близость значений  $\eta_Q$  к единице говорит о том, что наибольший вклад в процесс передачи теплоты от стенки к теплоносителю вносят теплопроводность и последующий конвективный теплообмен каркаса с теплоносителем. Причиной тому являются, с одной стороны, на порядок более высокие, чем  $\lambda_{ф,эф}$  значения  $\lambda_{ск}$  (примерно, в 26 раз), а с другой – сравнительно небольшая доля поверхности цилиндрической стенки (примерно, 4,1%) от общей поверхности теплоотдачи. Поэтому каркас играет роль радиатора, отводящего теплоту от стенки.

Результаты расчетов, показанные на рис. 2 и 3 для  $l_{ц} = 0,02$  м, свидетельствуют о том, что с увеличением расхода  $G_f$  диапазон температур

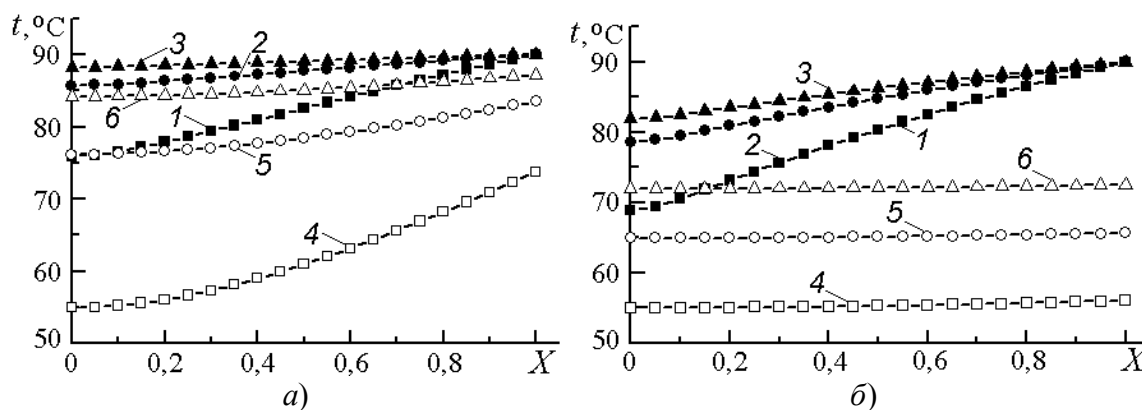
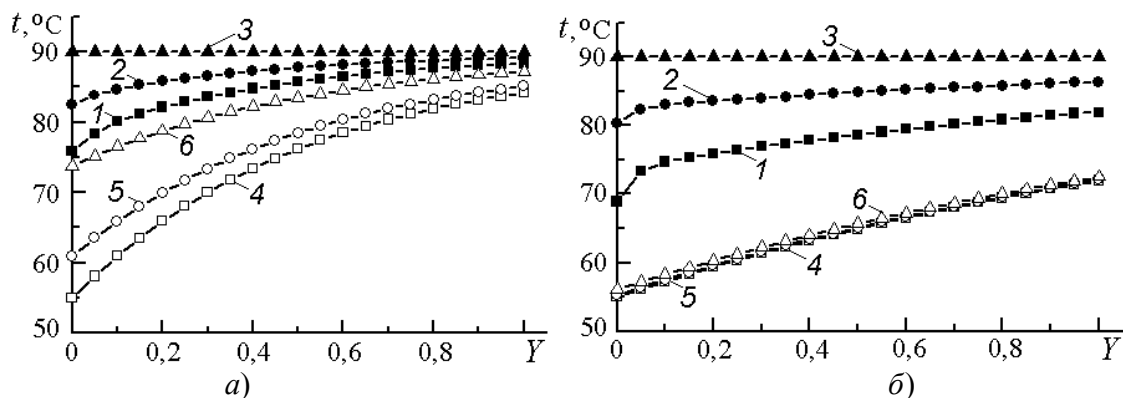


Рис. 2. Радиальное распределение температур каркаса (1-3) и теплоносителя (4-6) на входе (1, 4), в средней части (2, 5) и на выходе (3, 6) из пористого тела  
 а –  $G_f = 0,004$  кг/с; б –  $G_f = 0,04$  кг/с

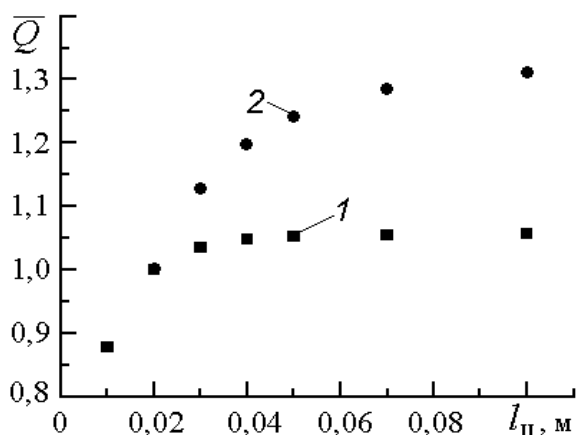


**Рис. 3.** Продольное распределение температур каркаса (1-3) и теплоносителя (4-6) на оси (1, 4), на среднем радиусе (2, 5) и на стенке (3, 6) пористого тела  
 а –  $G_f = 0,004$  кг/с; б –  $G_f = 0,04$  кг/с

в каркасе растет, а поле температур в потоке теплоносителя, особенно в радиальном направлении, наоборот – становится более однородным. По характеру продольного распределения температур, показанного на рис. 3, видно, что при  $t_{ст} = \text{const}$  теплота, отдаваемая теплоносителю, неравномерно распределяется по длине пористого цилиндра – входная часть является более теплонапряженной, чем выходная. Причем с увеличением расхода эта неравномерность усиливается. На подобное обстоятельство указывается и в литературе [7].

Следствием неравномерности распределения теплонапряженности по длине пористого тела является зависимость тепловой нагрузки от длины пористого тела, показанная на рис. 4. Здесь  $\bar{Q} = Q/Q_0$ ;  $Q_0$  – базовая тепловая нагрузка, за которую принята нагрузка при  $l_{ц} = 0,02$  м, равная 268,6 Вт при  $G_f = 0,004$  кг/с и 2168 Вт – при  $G_f = 0,04$  кг/с.

Рис. 4 наглядно показывает, что при  $G_f = \text{const}$ , начиная с некоторого значения  $l_{ц,max}$ , наступает режим автомодельности – теп-



**Рис. 4.** Влияние длины пористого цилиндра на относительную тепловую нагрузку  
 1 –  $G_f = 0,004$  кг/с; 2 –  $G_f = 0,04$  кг/с

ловая нагрузка достигает наибольшего значения  $Q_{max}$  и перестает зависеть от  $l_{ц}$ . В свою очередь, величины  $l_{ц,max}$  и  $Q_{max}$  зависят от расхода: с увеличением  $G_f$  значения  $l_{ц,max}$  и  $Q_{max}$  также возрастают.

### МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛООТДАЧИ В ПОРИСТОМ ЦИЛИНДРЕ

Целью исследования является определение коэффициента теплоотдачи  $\alpha_w$  и числа Нуссельта  $Nu$  в пористом цилиндре при заданной геометрии цилиндра и характеристиках пористости, и полученных путем прямых измерений значений расхода  $G_f$ , температуры стенки  $t_{ст}$  и параметров теплоносителя на входе  $t_{f,0}$  и  $p_{f,0}$  и выходе  $t_{f,k}$  и  $p_{f,k}$  из рабочего участка в серии опытов. По значениям  $G_f$ ,  $t_{f,0}$ ,  $p_{f,0}$ ,  $t_{f,k}$  и  $p_{f,k}$  теплоносителя рассчитывается опытная тепловая нагрузка (16) в каждом опыте.

Методика определения  $\alpha_w$  в отдельном опыте основана на последовательном задании ряда значений этой величины с последующим расчетом температур по уравнениям (13), (14) и расчетной тепловой нагрузки (15) для каждого значения  $\alpha_w$ . Искомое значение  $\alpha_w$  соответствует равенству расчетной и опытной нагрузок в рассматриваемом опыте.

Найденные таким образом величины  $\alpha_w$  и  $Nu$  для серии опытов с разными значениями  $G_f$ ,  $t_{f,0}$ ,  $p_{f,0}$ ,  $t_{f,k}$ ,  $p_{f,k}$  и  $t_{ст}$  дают возможность построить критериальное уравнение теплоотдачи вида  $Nu = f(Re, Pr, A_T, n_T, \dots)$ , где  $A_T, n_T$  – искомые постоянные.

### ПРОВЕРКА МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛООТДАЧИ НА МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ

Достоверность методики определения величины  $\alpha_w$  можно оценить лишь тогда, когда заранее известно ее истинное значение. За истин-

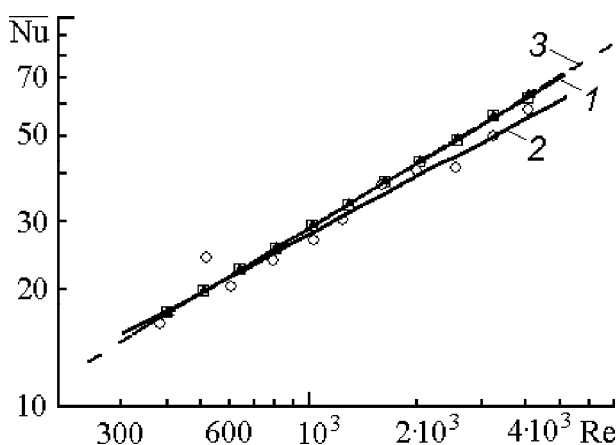
ные имеет смысл принять те значения  $\alpha_w$ , по которым предварительно был произведен прямой тепловой расчет пористого тела. Полученные в результате этого расчета для ряда расходов  $G_f$  значения  $t_{f,0}$ ,  $p_{f,0}$ ,  $t_{f,k}$ ,  $p_{f,k}$  и  $t_{ст}$  являются исходными данными для определения ряда соответствующих значений  $\alpha_w$ .

Для проверки устойчивости метода исследования  $\alpha_w$  к погрешностям исходных данных к значениям  $G_f$ ,  $t_{f,0}$ ,  $t_{f,k}$ ,  $p_{f,0}$ ,  $p_{f,k}$  и  $t_{ст}$ , полученным из прямого теплового расчета рассматриваемого пористого тела, с помощью генератора псевдослучайных чисел добавляются погрешности  $\Delta t = \delta t \cdot t_{пр}$ ,  $\Delta G = \delta G \cdot G_{пр}$  и  $\Delta p = \delta p \cdot p_{пр}$ . Здесь  $\delta t$ ,  $\delta G$  и  $\delta p$  – относительные погрешности;  $t_{пр}$ ,  $G_{пр}$  и  $p_{пр}$  – пределы измерений величин.

Проверка методики исследования теплоотдачи произведена на примере охлаждаемого воздухом пористого цилиндра, описанного выше.

Прямые тепловые расчеты пористого цилиндра выполнены при исходной температуре стенки  $t_{ст} = 90$  °С, в диапазоне расходов воздуха от 0,004 до 0,04 кг/с и давления перед пористым телом от 1,1 до 1,3 бар. Проведены две серии математического эксперимента, отличающиеся друг от друга относительными погрешностями. В первой серии относительные погрешности составляли:  $\delta t = \delta p = \delta G = 0$ ; во второй серии:  $\delta t = \delta p = 1\%$ ,  $\delta G = 3\%$ . Предельные значения величин:  $t_{пр} = 100$  °С;  $G_{пр} = 0,05$  кг/с;  $p_{пр} = 1,5 \cdot 10^5$  Па.

Полученные значения коэффициентов теплоотдачи показаны точками на рис. 5. Здесь светлым точкам соответствуют найденные по описанной методике значения  $\overline{Nu} \equiv Nu / (Pr^{0,4} \varepsilon_v^{-5,2})$ . Квадратным точкам и аппроксимирующей их линии 1 отвечает случай



**Рис. 5.** Результаты исследования теплоотдачи в первой (а) и второй (б) сериях: 1 – уравнения (18); 2 – уравнение (19); 3 – уравнение (17)

$\delta t = \delta p = \delta G = 0$ ; круглым точкам и линии 2 – случай  $\delta t = \delta p = 1\%$ ,  $\delta G = 3\%$ . Темные треугольные точки и пунктирная линия 3 соответствуют исходному, или “истинному” критериальному уравнению, в качестве которого взято уравнение (17). Аппроксимация точек с помощью метода наименьших квадратов позволила получить следующие уравнения регрессии:

$$\overline{Nu} = 0,628Re^{0,5545}, \sigma = 0,7\% : r = 99,987\%. \quad (18)$$

$$\overline{Nu} = 0,909Re^{0,496}, \sigma = 8\% : r = 98,1\%. \quad (19)$$

Практически полное совпадение линий 1 и 3 на рис. 5 говорит о том, что в идеальном случае, то есть при отсутствии погрешностей прямых измерений в первой серии расчетов, изложенная методика позволяет найти истинные значения коэффициентов теплоотдачи. Погрешности, внесенные в исходные данные во второй серии расчетов, приводят к отклонениям найденных  $\alpha_w$  от истинных значений. Однако, даже при довольно больших принятых погрешностях исходных данных максимальное отклонение линий 2 и 3 (при  $Re = 4100$ ) не превысило 12%, что считается допустимым в теории теплообмена.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложена аналитическая модель тепловых процессов в пористом цилиндре, нагреваемом внешним источником энергии, которая позволяет оценить долю теплоты, отводимую от стенки каркасом.
2. Расчеты теплового состояния пористого цилиндра показали физически обоснованные результаты по температурным полям и тепловой нагрузке, передаваемой от стенки через каркас теплоносителю.
3. Показано существование предельной длины пористого тела, выше которой тепловая нагрузка остается неизменной для фиксированного расхода теплоносителя.
4. Предложена методика исследования теплоотдачи в пористом теле на основе модели тепловых процессов, протекающих в нем при теплообмене с однофазным теплоносителем.
5. Проверка показала удовлетворительную устойчивость модели к погрешностям исходных данных и сходимость получаемых с помощью предложенной методики результатов исследования теплоотдачи к их истинным значениям.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы, Государственный контракт № П2516 от 20 ноября 2009 г.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляев В.М., Майоров В.А., Васильев Л.Л. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов. М.: Машиностроение. 1988. 168 с.
2. Научные основы технологий XXI века. М.: УНПЦ "Энергомаш". 2000. 136 с.
3. Попов И.А. Гидродинамика и теплообмен в пористых теплообменных элементах и аппаратах. Интенсификация теплообмена. Казань: Центр инновационных технологий. 2007. 240 с.
4. Субботин В.И., Харитонов В.В., Плакеев А.А., Алексеев С.В. Об интенсификации теплообмена в капиллярно-пористых теплообменниках // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1984. № 6. С. 94-101.
5. Полежаев Ю.В. Достижения и тенденции в современной теплофизике (Обзор по материалам статей, опубликованных в разделе "Тепломассообмен и физическая газодинамика" журнала "Теплофизика высоких температур") // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 4. С. 663-675..
6. Плакеев А.А., Харитонов В.В. Теплообмен в каналах с пористыми вставками при вынужденном течении жидкости // Инженерно-физический журнал. 1989. Т. 56. № 1. С. 36-44.
7. Полежаев Ю.В., Селиверстов Е.М. Универсальная модель теплообмена в системах с проникающим охлаждением // Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40. № 6. С. 922-930.
8. Кирсанов Ю.А., Назипов Р.А., Данилов В.А. Геометрические и теплофизические характеристики высокопористой структуры // Известия вузов. Авиационная техника. 2010. № 2.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
10. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 1985. 480 с.
11. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971. 576 с.
12. Горьшинов Ю.Ф., Муравьев Г.Б., Надыров И.Н. Экспериментальное исследование течения и теплообмена в высокопористых структурах // Инженерно-физический журнал. 1987. Т. 53. № 3. С. 357-361.

## THE MATHEMATICAL MODEL OF THERMAL PROCESSES AND THE TECHNIQUE OF HEAT EXCHANGE RESEARCH IN THE POROUS CYLINDER

© 2010 Yu.A. Kirsanov<sup>1</sup>, R.A. Nazipov<sup>1</sup>, V.A. Danilov<sup>2</sup>, G.V. Bashkirtsev<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Research Center for Power Engineering Problems of Kazan Scientific Center, Russian Academy of Sciences

<sup>2</sup> Kazan State Power University

<sup>3</sup> Research Center of Power Materials Science of the Perm State Technical University

The analytical model of thermal processes in the porous cylinder which is heated up by an external power source is constructed. Adequacy of the constructed model is checked up by calculations of a thermal condition of porous cylinders of different length at several coolant flow. It is shown, that for the fixed coolant flow there is a limiting length of the porous body which excess does not lead to growth of the heat power. The technique of an estimation of factors of the criteria equations for heat exchange in the porous skew field, based on the constructed analytical model of thermal processes in a porous body is offered. On a concrete example the satisfactory stability of the model to errors of input data and convergence of heat exchange results received by means of the technique to their true values is shown.

Key words: Porous body, skeleton, heat medium, heat exchange, technique, stability, convergence.

---

*Yury Kirsanov Anatolyevich, Doctor of Technics, Associate Professor, Leading Research Fellow.*

*E-mail: kirsanov-yury@mail.ru*

*Nazipov Rustem Albertovich, Graduate Student.*

*E-mail: nazipov\_r@yahoo.com*

*Danilov Valerii Aleksandrovich, Graduate Student.*

*E-mail: agronomcereteli@mail.ru*

*Bashkirtsev Grigoriy Vladimirovich, Associate Research Fellow. E-mail: griga\_83@mail.ru*