

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОУСКОРЕНИЙ МАРКОВСКИМ СЛУЧАЙНЫМ ПРОЦЕССОМ

© 2011 А.В. Седельников

Институт энергетики и транспорта
Самарского государственного аэрокосмического университета

Поступила в редакцию 10.03.2011

В работе рассмотрена модель микроускорений Марковским случайным процессом, построенная на основе физических гипотез о пространственном вращении космической лаборатории вокруг центра масс и учете влияния управляющих ракетных двигателей системы ориентации и управления движением как единственного возмущающего фактора. Полученные результаты полезны на ранних этапах проектирования специализированной космической лаборатории технологического назначения для оценки поля микроускорений ее внутренней среды с целью удовлетворения требований для успешной реализации гравитационно-чувствительных технологических процессов.

Ключевые слова: *микроускорения, Марковский случайный процесс, космическая лаборатория, активная ориентация*

Проблема создания специализированной космической лаборатории технологического назначения заключается в обеспечении внутри рабочей зоны технологического оборудования условий микрогравитационного штиля [1]. Исследования, проведенные на борту различных космических аппаратов (КА), показывают, что аппарат при орбитальном полете совершает сложные движения вокруг центра масс [2-4]. Моделирование движения КА с использованием гипотезы о его пространственном вращении вокруг центра масс дает спекулятивную оценку микроускорений [5, 6], однако в силу ряда факторов, подробно изложенных в [7], микроускорения более корректно рассматривать как случайный процесс.

Согласно определению случайного процесса [8], для формализации микроускорений необходимо выделить параметр и случайную величину, которые будут определять процесс $W(t)$. Параметром t_i будет служить время, отсчитываемое от i -го выключения до $i+1$ -го включения управляющих ракетных двигателей системы ориентации и управления движением (УРД). В качестве случайной величины для разных постановок задачи оценки микроускорений вообще говоря можно использовать различные величины. В данной работе рассматривается задача в рамках гипотез физической модели Г3.1-Г3.3 [1]. Тривиальный сценарий [7] предусматривает только одну независимую реализацию процесса $W(t)$. Эта оценка аналогична физической (формула (3.1) в [1]) и является первым самым грубым приближением для вероятностной оценки микроускорений с помощью случайного процесса.

Для более общей оценки откажемся от гипотез Г4.1 и Г4.5 [1]. Это приведет к тому, что начальные значения потенциальной энергии деформации упругих элементов в момент выключения УРД $P_{нач}$ будут различными и представлять собой случайную величину. Г3.2 [1] определяет колебания упругих элементов как единственный источник формирования поля микроускорений. При справедливости дополнительной гипотезы Г3.7 и Г4.6 [1] именно потенциальная энергия деформации упругих элементов будет однозначно определять поле микроускорений внутренней среды КА. Поэтому в предлагаемой вероятностной модели в качестве случайной величины для процесса $W(t)$ рассматривается именно потенциальной энергии деформации упругих элементов.

Следует отметить, что возможны другие подходы к формализации. Например, замена Г3.2 [1] на следующую: *микроускорения создаются за счёт воздействия внешних возмущающих факторов на КА при его орбитальном полёте.* Отказ от Г4.1-Г4.4 [1] приведет к тому, что влиянием потенциальной энергии деформаций упругих элементов при оценке микроускорений можно пренебречь, а в качестве случайной величины рассматривать параметры вращательного движения КА вокруг центра масс, например, угловую скорость. Тогда время между двумя последовательными включениями УРД также будет случайно. Однако в данной ситуации речь будет идти не о конструктивной, а о метастабильной составляющей микроускорений [1]. Сохранив Г3.2 [1] и отказавшись от Г4.1 и Г4.4 [1], можно утверждать о случайности вектора момента УРД, с помощью которого определяется угловое ускорение вращательного движения КА вокруг центра масс, затем касательная сила инерции и,

Седельников Андрей Валерьевич, кандидат физико-математических наук, директор. E-mail: axe_backdraft@inbox.ru

наконец, потенциальная энергия деформации упругих элементов. Безусловно, все эти и другие подобные подходы представляют определенный интерес для исследования, однако практической значимостью обладает именно схема, в которой роль случайной величины играет потенциальная энергия деформации упругих элементов. В рамках этого подхода возможно дальнейшее усложнение модели путем отказа от Г4.6 [1], исследовав стохастическую зависимость между потенциальной энергией деформации и микроускорениями.

Рассмотрим каноническое разложение [9] микроускорений в виде:

$$W(t) = \zeta_0(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i \zeta_i(t), \quad (1)$$

где Ψ_i – случайные величины, а $\zeta_i(t)$ – неслучайные функции. В качестве $\zeta_i(t)$ в [10, 11] предлагается использовать действительную часть фрактальной функции Вейерштрасса-Мандельброта при тождественно нулевой случайной фазе (ФВМ):

$$\zeta_i(t) = \text{Re}[w(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos(b_i^n t)}{b_i^{(2-D_i)n}}, \quad (2)$$

где b – масштабный параметр; D – фрактальная размерность ФВМ. Случайная фаза Ω будет тогда входить в состав Ψ_i :

$$\Psi_i = A_i e^{-\Omega_i t}, \quad (3)$$

где A – случайная величина, связанная с потенциальной энергией деформации упругих элементов в момент выключения УРД.

Исследования [10, 11] для разложения (1) при $\zeta_i(t)=0$ с учетом одного члена разложения показали возможность оценки микроускорений с помощью ФВМ в рассматриваемой постановке без учета демпфирования собственных колебаний:

$$W_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos(b^n t)}{b^{(2-D)n}}. \quad (4)$$

Разложение (1) с учётом (2) и (3) можно трактовать как классическое разложение колебаний по собственным формам [12]. При этом для каждой формы подбирается своя ФВМ за счёт b_i и D_i . Исследование физической интерпретации этих параметров и факторов, влияющих на создание поля микроускорений во внутренней среде КА, проведены в [13, 14]. В [15] предложен обобщенный параметр, характеризующий влияние инерционно-массовых свойств больших упругих элементов КА на модуль создаваемых во внутренней среде микроускорений. Ограничения,

накладываемые на параметры ФВМ при оценке микроускорений, рассмотрены в [16]. В данной работе дополнительно учитывается демпфирование собственных колебаний упругих элементов. Если упрощенно его можно считать постоянным, например, когда орбита КА расположена таким образом, что КА не оказывается в тени Земли, то Ω является детерминированной величиной с постоянными значениями, характерными для той или иной формы колебаний. В этом случае выражения (2) и (3) будет выглядеть:

$$\zeta_i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos(b_i^n t)}{b_i^{(2-D_i)n}} e^{-\Omega_i t}, \quad (5)$$

$$\Psi_i = A_i.$$

Экспонента, содержащая Ω , перешла из случайной величины в неслучайную функцию.

В [17] показано, что логарифмический декремент в значительной степени зависит от температуры. Поэтому он будет принимать различные значения, в зависимости от того в солнечной или теневой части орбиты находится КА в реальных условиях его полета. В любом случае (2) и (3) или (5) приведут к следующему выражению для оценки микроускорений:

$$W(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\Omega_i t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos(b_i^n t)}{b_i^{(2-D_i)n}} \quad (6)$$

с той существенной разницей, является ли Ω случайной или детерминированной величиной. Причём, в том случае, когда Ω случайна, A и Ω взаимно некоррелированы.

Обсудим свойства самого процесса (6). При детерминированности Ω существует функциональная зависимость между $\Pi_{нач}(t_i)$ и её конечным значением в момент включения УРД, поскольку для каждой собственной формы значения Ω_i постоянны, следовательно, используя различные схемы демпфирования [17], можно оценить потери энергии за время между i -м и $(i+1)$ -м включениями УРД, а затем конечное ее значение. На $\Pi_{нач}(t_{i+1})$ влияет только конечное значение в предыдущей реализации $W(t_i)$. Влияние предшествующих i реализаций полностью исключено. С учетом связи между конечным значением потенциальной энергии и $\Pi_{нач}(t_i)$ можно утверждать, что условная вероятность подчиняется свойству:

$$P\{W(t_{i+1}) \in B \mid W(t_i), \dots, W(t_1)\} = P\{W(t_{i+1}) \in B \mid W(t_i)\}, \quad (7)$$

поскольку все реализации до i не оказывают влияния на $W(t_{i+1})$. В (7) B – произвольное

борелевское множество. Эти рассуждения позволяют сделать вывод о том, что (6) является Марковским случайным процессом, где при фиксированном «настоящем» «будущее» не зависит от «прошлого» [8]. Аналогичные рассуждения можно привести и для случайной Ω .

В заключение хочется отметить, что при справедливости Г4.2 [1] процесс (6) представляет собой случайный процесс с непрерывными состояниями и дискретным временем, а условие (7) автоматически превращает его в строго Марковский [8]. При отказе от Г4.2 [1] (6) переходит в категорию случайных процессов с непрерывными состояниями и непрерывным временем и может быть отнесен к ласу диффузионных процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Седельников, А.В.* Проблема микроускорений: от осознания до фрактальной модели. – М.: РАН. Избранные труды Российской школы, 2010. 107 с.
2. *Давыдов, А.А.* Определение параметров вращательного движения КА «МОНИТОР-Э» по телеметрическим данным о токе солнечных батарей / *А.А. Давыдов, В.В. Сазонов* // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2008. № 85.
3. *Сазонов, В.В.* Обработка данных измерений угловой скорости и микроускорения, полученных на спутнике Фотон 12 // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2008. № 62.
4. *Бойзелинк, Т.* Определение вращательного движения спутника Фотон М-3 по данным измерений его угловой скорости и напряженности магнитного поля Земли / *Т. Бойзелинк, К. Ван Бавинхов, В.И. Абрашкин* и др. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2009. № 69.
5. *Авраменко, А.А.* Моделирование поля остаточной микрогравитации на борту орбитального космического аппарата / *А.А. Авраменко, А.В. Седельников* // Изв. вузов. Авиационная техника. 1996. № 4. С. 22-25.
6. *Седельников, А.В.* Моделирование движения упругого космического аппарата в целях оценки микроускорений / *А.В. Седельников, А.А. Серпухова* // Изв. вузов. Авиационная техника. 2009. № 4. С. 71-72.
7. *Седельников, А.В.* Вероятностный аспект моделирования поля микроускорений // Ученые записки. Электронный журнал Курского государственного университета. 2010. № 3-1(15). С. 14-22.
8. *Розанов, Ю.А.* Случайные процессы. – М.: Наука, 1971. 286 с.
9. *Пугачев, В.С.* Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М.: Гостехиздат, 1957. 659 с.
10. *Седельников, А.В.* Фрактальная оценка микроускорений при слабом демпфировании собственных колебаний упругих элементов КА. I // Изв. вузов. Авиационная техника. 2006. № 3. С. 73-75.
11. *Седельников, А.В.* Фрактальная оценка микроускорений при слабом демпфировании собственных колебаний упругих элементов КА. II // Изв. вузов. Авиационная техника. 2007. № 3. С. 62-64.
12. *Бабаков, И.М.* Теория колебаний. – М.: Дрофа, 2004. 234 с.
13. *Sedelnikov, A.V.* Fractal model of microaccelerations: research of qualitative connection / *A.V. Sedelnikov, S.S. Koruntjaeva* // European journal of natural history. 2007. №5. P. 73-75.
14. *Седельников, А.В.* Качественное отождествление параметров функции Вейерштрасса-Мандельброта при оценке микроускорений // Наука в высшей школе: проблемы интеграции и инноваций. Материалы VII Международной научной конференции. М., 2007. С. 42-52.
15. *Седельников, А.В.* К вопросу выбора обобщенного параметра упругих конструкций космического аппарата для построения фрактальной модели микроускорений // Изв. Вузов. Авиационная техника. 2008. №1. С. 63-65.
16. *Седельников, А.В.* Исследование соответствия функции Вейерштрасса-Мандельброта понятию случайной величины при формировании фрактальной оценки микроускорений / *А.В. Седельников, С.С. Корунтеева* // Изв. Вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2009. № 5. С. 33-36.
17. *Nashif, A.D.* Vibration damping / *A.D. Nashif, D.I.G. Johnes, J.P. Henderson*. – New-York-Chichester-Brisbane-Toronto-Singapore: Jon Wiley&Sons, 1988. – 448 p.

MODELING OF MICROACCELERATIONS BY MARKOVSKY CASUAL PROCESS

© 2011 A.V. Sedelnikov

Power and Transport Institute of Samara State Aerospace University

In work the model of microaccelerations by Markovsky casual process, constructed on the basis of physical hypotheses about spatial rotation of space laboratory round the center of weights and the account of influence operating rocket engines of orientation system and traffic control as unique revolting factor is considered. The received results are useful at early design stages of specialized space laboratory of technological appointment to estimation the field of microaccelerations of its internal environment for the purpose of satisfaction the requirements for successful realization of gravitational-sensitive technological processes.

Key words: *microaccelerations, Markovsky casual process, space laboratory, active orientation*

*Andrey Sedelnikov, Candidate of Physics and Mathematics,
Director. E-mail: axe_backdraft@inbox.ru*