

УДК 621.91

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРУЖИННО-ЗУБЧАТОЙ МУФТЫ

© 2010 И.К. Битуев¹, Б.И. Павлов²

¹ Восточно-Сибирский государственный технологический университет, г. Улан-Удэ

² Институт Машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва

Поступила в редакцию 20.03.2011

Расчетная схема муфты представляет собой нелинейную систему с переменной структурой. Переменность структуры и нелинейность связаны с несколькими фазами движения рассматриваемой системы, в которой происходит распад муфты на две полумуфты, с движением полумуфт без отрыва, с отрывом, с относительным движением, с соударением. Динамическая модель включает два упругих вала, подводящих к муфте движущий момент и момент сопротивления. Моменты сил упругости валов являются обобщенными координатами.

Ключевые слова: муфта, динамическая модель, нелинейная система, переменная структура

При заклинивании исполнительного органа машины применяются пружинно-зубчатые (кулачковые) муфты, тем самым исключается поломка промежуточных звеньев машины, но при этом возникают значительные упругие моменты на валах трансмиссии [1]. Предохранительная муфта связывает между собой с помощью двух полумуфт, имеющих торцевые либо кулачки или зубья, два соосно расположенных вала. Одна полумуфта смонтирована неподвижно на приводном (ведущем) валу. Вторая полумуфта установлена на шлицевом участке второго вала (ведомого), который может перемещаться в осевом направлении. Контакт (зацепление) полумуфт обеспечивается пружиной, усилие которой регулируется гайкой.

Принцип действия муфты следующий. При перегрузке ведомый вал и соответствующая

ему полумуфта останавливаются, не препятствуя вращению ведущего вала. За счет возникающих в зацеплении осевых усилий пружина сжимается, ведомый вал получает осевое перемещение на величину высоты зуба (кулачка). Торцы кулачков муфт начнут проскальзывать. Когда выступ одного кулачка одной из полумуфт будет находиться против впадины другой из полумуфт, под действием пружины будет происходить зацепление полумуфт [2-4]. Работа кулачковых предохранительных устройств основана на уравнивании пружинами возникших на кулачках осевых сил. Цикл работы муфты можно разделить на несколько фаз [2].

Нулевая фаза (рис. 1а).

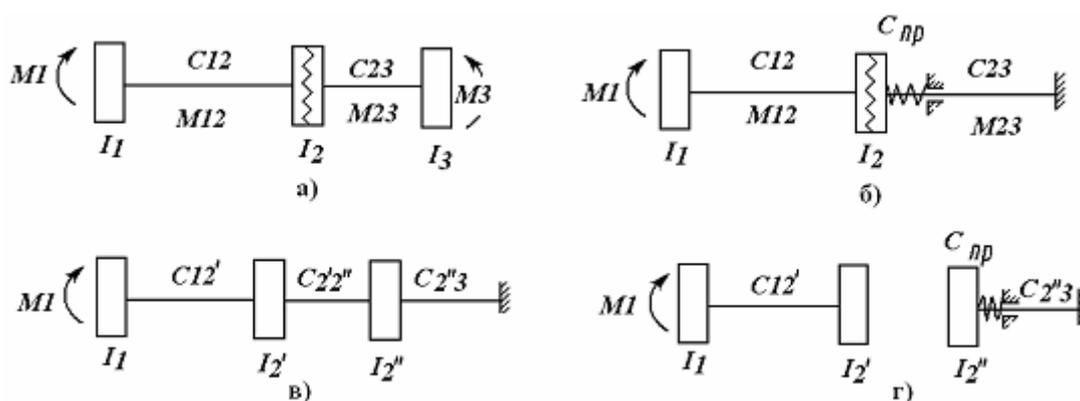


Рис. 1. Расчетная схема

Битуев Игорь Кимович, кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Детали машин, теория механизмов и машин». E-mail: bitueva_elv@mail.ru

Павлов Борис Изосимович, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией. E-mail: b_i_pavlov@mail.ru

Трансмиссия находится в рабочем состоянии – установившийся режим. Расчетная модель с учетом упругости валов, но без учета диссипативных сил, представляется трехмассовой. Система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_1, \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) &= 0, \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) &= M_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – обобщенные координаты, углы поворота масс с моментами инерции J_1, J_2, J_3 . На рисунке J_1 – приведенный момент инерции вращающихся масс привода трансмиссии; J_2 – приведенный момент инерции муфты: $J_2 = J_{2'} + J_{2''}$; $J_{2'}$, $J_{2''}$ – моменты инерции полушестерен; J_3 – приведенный момент инерции исполнительного органа; c_{12}, c_{23} – приведенные жесткости валопроводов, осуществив переход к обобщенным координатам $M_{23} = c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)$ – упругим моментам на валах система (1) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \ddot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} + \frac{c_{12}}{J_2} M_{23} &= \frac{c_{12} M_1}{J_2}, \\ \ddot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23}}{J_2} M_{12} &= -\frac{c_{23} M_3}{J_3} \end{aligned} \quad (2)$$

где $\beta_{12}^2 = c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2}$, $\beta_{23}^2 = c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2 \cdot J_3}$.

Первая фаза (рис. 1б). Возникает стопорная нагрузка. Масса с моментом инерции J_3 останавливается. Расчетная модель для напряженного состояния представляется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12}}{J_2} M_{23} &= \frac{c_{12}}{J_1} M_1, \\ \ddot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23}}{J_2} M_{12} &= 0, \end{aligned}$$

где $\beta_{12}^2 = c_{12}(J_1 + J_2)/J_1 J_2$, $\beta_{23}^2 = c_{23}/J_2$, $M_{23} = c_{23} \varphi_2$.

Решение данной системы имеет вид:

$$\begin{aligned} M_{12} &= A_1 \sin \beta_1 t + B_1 \sin \beta_2 t + M_1, \\ M_{23} &= A_2 \sin \beta_1 t + B_2 \sin \beta_2 t + M_1, \end{aligned}$$

где $A_1 = A_2(1 - J_2 \beta_1^2 / c_{23})$, $B_1 = B_2(1 - J_2 \beta_2^2 / c_{23})$,

$$A_2 = -\frac{c_{23} \omega_1 (c_{23} - J_2 \beta_2^2)}{\beta_1 J_2 (\beta_2^2 - \beta_1^2)},$$

$$\begin{aligned} B_2 &= -\frac{c_{23} \omega_1 (c_{23} - J_2 \beta_1^2)}{\beta_2 J_2 (\beta_2^2 - \beta_1^2)}, \\ \beta_{1,2}^2 &= \frac{c_{23}}{2J_2} \left[\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{c_{23} J_1} \pm \sqrt{\left(\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{c_{23} J_1} \right)^2 - \frac{4c_{12} J_2}{c_{23} J_1}} \right] \end{aligned}$$

В этот момент возрастает давление на грани зубьев [3]. Для оценки состояния системы необходимо учитывать возникающее осевое усилие Q (рис. 2).

$$\begin{aligned} Q &= P_n (\sin(\alpha - \rho) - \mu_1 R \cos(\alpha - \rho) / r), \\ P_n &= M_{23} / (R \cos(\alpha - \rho)), \end{aligned}$$

где P_n – сила нормального давления на грани зубьев, α – угол наклона рабочей грани кулачка, ρ – угол трения на кулачке ($\text{tg}(\rho) = \mu$ – коэффициент трения), μ_1 – коэффициент трения муфты на шлицах, R – средний радиус муфты, измеренный по кулачкам, r – радиус вала или радиус впадин шлицевого вала подвижной полушестерни. На рисунке обозначено $T = M_{23}/R \text{tg}(\alpha - \rho)$ – осевая сила, T – сила трения втулки подвижной полушестерни на шлицах втулки $T = \mu_1 M_{23}/r$. Как только это усилие станет положительным, то происходит осевое движение ведомой полушестерни.

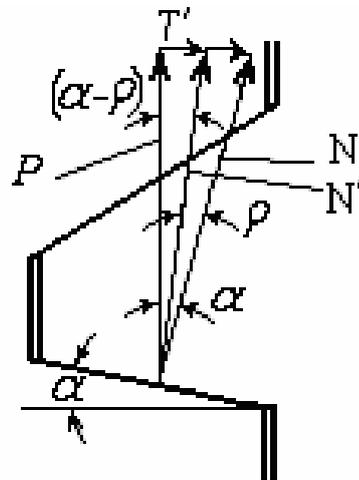


Рис. 2. Расчетная схема

Вторая фаза (рис. 1в). Относительное перемещение полушестерен. Расчетная модель для напряженного состояния представляется следующей системой дифференциальных уравнений [3]

$$\begin{aligned} \ddot{M}_{12'} + \beta_{12'}^2 M_{12'} - c_{12'} M_{2'2''} / J_{2'np} &= \\ c_{12'} (M_1 J_{2'} + M_p J_1) / (J_1 J_{2'}) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{M}_{2'2''} + \beta_{2'2''}^2 M_{2'2''} - c_{2'2''} M_{12'} / J_{2'np} + \\ c_{2'2''} M_{2'3} / J_{2''} = -M_p c_{2'2''} (J_{2'} + J_{2''}) / (J_{2'} J_{2''}) \\ \ddot{M}_{2'3} + \beta_{2'3}^2 M_{2'3} - c_{2'3} M_{2'2''} / J_{2''} = c_{2'3} M_p / J_{2''}, \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_{np} (x_2^0 - x_2) = P_n (\sin(\alpha - \rho) - \\ \mu_1 R \cos(\alpha - \rho) \operatorname{sign} \dot{x}) / r \\ M_p = R P_n (\cos(\alpha - \rho) + \mu \sin(\alpha - \rho) \operatorname{sign} \dot{x}) \times \\ \operatorname{sign}(\varphi_2 - \varphi_2'') \end{aligned}$$

где $\beta_{12'}^2 = c_{12'} (J_1 + J_{2'np}) / (J_1 J_{2'np})$,
 $\beta_{2'n}^2 = c_{np} / m_2$,
 $\beta_{2'2''}^2 = c_{2'2''} (J_{2'np} + J_{2''}) / (J_{2'np} J_{2''})$,
 $\beta_{2'3}^2 = c_{2'3} / J_{2''}$, $c_{12'} = c_{12}$, $c_{2'3} = c_{23}$,
 $M_{12'} = c_{12'} (\varphi_1 - \varphi_2')$, $M_{2'2''} = c_{2'2''} (\varphi_2' - \varphi_2'')$,
 $M_{2'3} = c_{2'3} \varphi_2''$, $m_2 = m$ – масса подвижной полу-
 муфты; $x_2 = x$ – угловое и осевое перемеще-
 ния подвижной полуфуты, $x_2^0 = x_0$ – началь-
 ное натяжение пружины; $c_{2'3}$ – крутильная же-
 сткость вала от ведомой полуфуты до пре-
 грады, $J_{2'np}$ – приведенный момент инерции ве-
 дущей полуфуты $J_{2'np} = J_{2'} + m_2 R^2 \operatorname{tg} \alpha$. По-
 луфуты связаны упругой связью, жесткость
 которой равна приведенной жесткости пружи-
 ны $c_{2'2''}$. $c_{2'2''} = c_{np} R / [\operatorname{tg}(\alpha - \rho) - R \mu_1 / r]$. Для
 правильного сцепления кулачков подвижная
 муфта должна передвигаться по валу без каче-
 ния, что достигается при помощи шлицевого
 соединения или посадкой полуфуты на двух
 диаметрально противоположных направляю-
 щих шпонках. Статический момент срабаты-
 вания муфты:

$$M_{cm} = P_{np} R / [\operatorname{tg}(\alpha - \rho) - \mu_1 R / r],$$

Наибольший крутящий момент (M) скла-
 дывается из статического M_{cm} и динамического
 M_δ моментов: $M = M_{cm} + M_\delta$. Для определения
 динамического момента рассмотрим движение
 подвижной полуфуты. Динамический крутя-
 щий момент M_δ при проскальзывании кулач-
 ковой муфты определяется:

$$M_\delta = c_{2'3} \cdot \dot{\varphi}_2'' \sin(p_1 t) / p_1,$$

где p_1 – круговая частота собственных угловых
 колебаний подвижной полуфуты

$p_1 = \sqrt{c_{2'3} / J_{2''}}$, $\omega = \dot{\varphi}_2''$ – угловая скорость под-
 вижной полуфуты.

Третья фаза (рис. 1г). Полуфуты вый-
 дут из зацепления. Установившийся процесс
 проскальзывания можно представить состоя-
 щим из следующих этапов: а) полуфуты ра-
 зобщены (скольжение по торцам и вход кулач-
 ков ведущей полуфуты во впадины другой);
 б) удар и скольжение кулачков ведущей полу-
 муфты по кулачкам ведомой. Подвижная по-
 луфута совершает угловые и осевые колеба-
 ния в направлении упругих связей в двух вза-
 имно перпендикулярных плоскостях. Возни-
 кают две системы: двухмассовая и одномас-
 совая. Перемещение подвижной полуфуты, об-
 ладающей двумя степенями свободы можно
 привести к двум перемещениям с одной степе-
 нью свободы. Расчетные модели для напря-
 женного состояния представляются следую-
 щими системами дифференциальных уравне-
 ний [2-3]. Для двухмассовой системы:

$$\ddot{M}_{12'} + \beta_{12'}^2 M_{12'} = c_{12'} M_1 / J_1,$$

где $\beta_{12'}^2 = c_{12'} (J_1 + J_{2'}) / (J_1 J_{2'})$. Данное уравне-
 ние описывает вынужденные колебания масс 1
 и 2 под действием постоянного приведенного
 момента двигателя M_1 . Для одномассовой сис-
 темы:

$$\ddot{M}_{2'3} + \beta_{2'3}^2 M_{2'3} = 0, \quad \ddot{x}_2 + \beta_{2'n}^2 x_2 = 0,$$

где $\beta_{2'3}^2 = c_{2'3} / J_{2''}$, $\beta_{2'n}^2 = c_{np} / m_2$.

Это означает, что ведомая полуфута совер-
 шает крутильные колебания вокруг оси и ли-
 нейные колебания под действием пружины.
 Эта полуфута перемещается в осевом на-
 правлении не более, чем на высоту зуба $h_3 = h$,
 т.е. муфта проходит расстояние $AB = 2h \sin \alpha$
 (рис. 3).

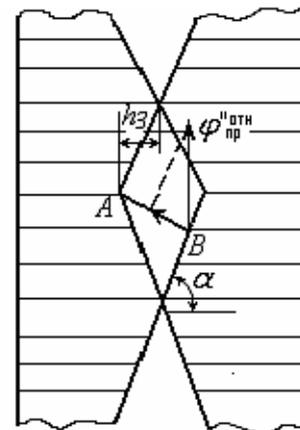


Рис. 3. Схема определения времени движения
 полуфуты до их зацепления

Относительная приведенная скорость полумуфты

$$v_{2'2''} = R(\omega_{2'} - \omega_{2''}) + \dot{x}_{2'} \operatorname{tg}(\alpha)$$

где $\omega_{2'} = \frac{1}{J_{2'}} \int_0^{t_3} M_{12'} dt + \omega_{2'(0)}$,

$$\omega_{2''} = \frac{1}{J_{2''}} \int_0^{t_3} M_{2'3} dt + \omega_{2''(0)}$$
 - угловые скорости

полумуфт в начале третьей фазы. Замыкание полумуфт происходит при условии

$J_{2'}(\omega_{2'} - \omega_{2''}) \leq \dot{x}_{2'} \operatorname{tg} \alpha$ и за время t_3 , определяемым из уравнения:

$$2h_3 \sin \alpha = R \cos \alpha \int_0^{t_3} \omega_{2'2''} dt$$

В момент замыкания возникает удар. Принимая соударение пластическим и мгновенным имеем: $J_{2'} \omega_{2'(3)} + J_{2''} \omega_{2''(3)}^{np} = \omega_2 J_2$. Угловая скорость муфты после удара $\omega_2 = \omega_{2'(3)} J_{2'} / J_2 + \omega_{2''(3)}^{np} J_{2''} / J_2$, где $\omega_{2''(3)}^{np} = \omega_{2''(3)} + \dot{x}_{2''(3)} \operatorname{tg} \alpha / R$ - приведенная скорость ведомой полумуфты в конце третьей фазы; $\omega_{2'(3)}$, $\dot{x}_{2''(3)}$ - угловая скорость ведущей и линейная скорость ведомой полумуфт в конце третьей фазы, т.е. до удара. Отсюда после удара: $\dot{M}_{12'(y)} = c_{12'}(\omega_1 - \omega_2)$, $\dot{M}_{2'3(y)} = c_{2'3} \omega_2$. Во время соударения возникают нормальные p_n и тангенциальные p_t импульсы, которые вызывают соответствующее изменение скоростей [3]:

$$m[\dot{x}(+0) - \dot{x}(-0)] = -p_n \sin \alpha \pm p_t \cos \alpha$$

$$J_{2'}[\dot{\varphi}_{2'}(+0) - \dot{\varphi}_{2'}(-0)] = p_n R \cos \alpha \pm p_t R \sin \alpha$$

$$J_{2''}[\dot{\varphi}_{2''}(+0) - \dot{\varphi}_{2''}(-0)] = -p_n R \cos \alpha \mp p_t R \sin \alpha$$

Проскальзывание полумуфт при ударе невозможно, если $p_t < \mu p_n$, где μ - коэффициент трения между зубьями. При невыполнении этого условия происходит проскальзывание. При ударе $p_t = \mu p_n$. Удар происходит по граням полумуфт. При соударении окружная скорость $v_{окр}$ и осевая v соотносятся как соответствующие ускорения: $\frac{v_{окр}}{v} = \frac{m \cos \alpha}{m_1 \sin \alpha} = \frac{m}{m_1 \operatorname{tg} \alpha}$, где m_1 - приведенная масса подвижной полумуфты $m_1 = J_{2'} / R^2$. Суммарная окружная скорость: $v_0 = v_{окр} + v \operatorname{tg} \alpha = \omega_0 R$. Отсюда $v_{окр} = v_0 m / (m + m_1 \operatorname{tg}^2 \alpha)$ или $\omega = \omega_0 m / (m + m_1 \operatorname{tg}^2 \alpha)$. Если ширина впадины

одной из полумуфт больше толщины кулачков другой (происходит скольжение торцов кулачков по дну впадин), то после соударения при $t=0$, $\varphi_{2''} = 0$: $\dot{\varphi}_{2''} = \omega(+0)$, $\dot{x} = v(+0)$ - скорости подвижной полумуфты после соударения. Ширина впадин одной полумуфты равна толщине кулачков другой. Анализ ударных явлений проводим, исходя из следующих условий.

Время t , необходимое для смещения подвижной полумуфты под действием пружины на расстояние h , равно высоте кулачка

$$t_1 = \frac{1}{p_2} \arccos(1 - \frac{h}{x_0 + h}),$$

где $p_2^2 = c_{np} / m$ - круговая частота собственных осевых колебаний подвижной полумуфты, t_1 - время, через которое наступает соприкосновение полумуфт. Время t_2 , за которое ведущая полумуфта повернется на угол, соответствующий окружному смещению кромок у вершины и основания кулачков из-за наклона рабочей поверхности: $t_2 = h \operatorname{tg} \alpha / (\omega_0 R)$

$$\dot{x}(-0) = \frac{J_{2'}}{J_2} R \operatorname{tg}(\alpha + \rho) |\varphi_{2'2''}(-0)|$$

Послеударные скорости:

$$\dot{\varphi}_{2'2''}(+0) = \dot{\varphi}_{2'2''}(-0) / B_1 + \dot{x}(-0) / B_2,$$

$$\dot{x}(+0) = \dot{\varphi}_{2'2''}(-0) / B_3 + \dot{x}(-0) / B_4,$$

где $B_1 = 1 + \frac{J_2}{J_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha \mp \rho)}$,

$$B_2 = R \operatorname{ctg} \alpha [1 + \frac{J_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha \mp \rho)}{J_2}],$$

$$B_3 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{R} [1 + \frac{J_2}{J_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha \mp \rho)}],$$

$$B_4 = 1 + \frac{J_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha \mp \rho)}{J_2}$$

Полученные послеударные значения угловых скоростей, моментов являются начальными для дальнейшего моделирования. Расчет муфты сводится к определению: допустимого напряжения на срез в шлицах, размеров пружины. Решающую роль в работе муфты играет скорость ее выключения и надежность. Эти показатели зависят от вида кулачков (прямоугольные, трапецеидальные), их количества и расположения. Исследование действительных значений упругих моментов в валах машины при заклинивании исполнительного органа позволяет принять решение о работоспособности муфты. На этапе проектирования необходимо

оценить данные моменты, исследовать влияние конструктивных параметров муфты и трансмиссии, а также влияние скорости вращения привода на коэффициент динамичности [2-4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Морозов, Н.Г. Защита привода рабочих органов землеройных машин от перегрузок / Н.Г. Морозов, А.А. Белоконев, И.В. Смагер // Строительные и дорожные машины. 1981. №3. С. 16-18.
2. Кожевников, С.Н. Динамические нагрузки в упругих связях при срабатывании предохранительных пружинно-зубчатых муфт / С.Н. Кожевников, Н.П. Барабан // Машиноведение. 1973. №2. С. 26-33.
3. Кожевников, С.Н. Исследование динамических процессов в трансмиссиях с предохранительной пружинно-зубчатой муфтой / С.Н. Кожевников, И. А-Г Нурибеков // Машиноведение, 1975. №1. С. 15-21.
4. Анилович, В.Я. Оптимизация параметров кулачковой предохранительной муфты / В.Я. Анилович, Ю.А. Манчинский // Вестник машиностроения. 1978. №12. С. 13-16.
5. Комаров, М.С. Динамика механизмов и машин. – М.:Наука, 1969. 296 с.
6. Тепинкичиев, В.К. Предохранительные устройства от перегрузки станков. – К.-М., Машгиз, 1957. 139 с.

DYNAMIC SYNTHESIS OF SPRING-GEAR MUFF

© 2010 I.K. Bituev¹, B.I. Pavlov²

¹ East-Siberian State Technological University, Ulan-Ude

² Institute of Mechanical Engineering RAS, Moscow

The muff calculated scheme represents nonlinear system with variable structure. Variability of structure and nonlinearity are connected with several phases of observed system movement in which there is a muff disintegration on two semimuffs, with movement of semimuffs without separation, with separation, with relative movement, with impact. The dynamic model includes two elastic shafts, bringing to a muff the driving moment and the resistance moment. The moments of shafts elasticity forces are the generalized coordinates.

Key words: *muff, dynamic model, nonlinear system, variable structure*