

ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ КОАКСИАЛЬНЫХ ПРУЖИН КРУЧЕНИЯ

© 2011 С.М. Яхин, А.П. Мартьянов, А.А. Мартьянов

Казанский государственный аграрный университет

Поступила в редакцию 10.03.2011

В статье дается анализ конструкций коаксиальных пружин (вставленных друг в друга) при кручении. Предлагается методика определения силовых факторов – крутящих моментов, позволяющих рационально спроектировать такую конструкцию и определить несущую способность (критические силы или крутящие моменты) для каждой пружины отдельно.

Ключевые слова: момент инерции, внутренние силы, коаксиальные пружины, совместность деформаций

Известно, что упругие элементы (пружины) имеют широчайшее применение в конструкциях, особенно в сельскохозяйственном машиностроении: для задания постоянных сил, для силового замыкания механизмов, для восприятия энергии удара, для измерения сил по деформациям и т.д. Упругие элементы в виде прямого металлического стержня, работающего на растяжение или сжатия, неприменимы из-за необходимости огромной длины, в сотни раз повышающих длину витых пружин. Пружины кручения (рис. 1.) так же распространены в конструкциях машин, как и пружины сжатия. Основное применение в машиностроении имеют пружины из круглой проволоки в связи с их наименьшей стоимостью и лучшей работой на кручение и сжатие.

Принятые обозначения: T – приложенный внешний крутящий момент к валу; r_n , r_v – средний радиус винтовых линий наружной и внутренней пружин; ℓ – высота цилиндрической части пружин; $r_{в.п.}$, $r_{н.п.}$ – радиусы внутренней и наружной проволок пружин; θ – угол закручивания пружин; t_n , t_v – шаг винтовых линий проволок наружной и внутренней пружин; J_n , J_v – моменты инерции наружной и внутренней пружин; D_n – диаметры проволок пружин; T_n – внутренний крутящий момент в наружной пружине; T_v – внутренний крутящий момент во внутренней пружине; $L=2\pi n r$ – длина винтовых линий пружин; n – число межвитковых расстояний.

*Яхин Сергей Мирбатович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория машин и механизмов»
Мартьянов Анатолий Петрович, доктор технических наук, профессор кафедры «Сопротивления материалов и технология конструкционных материалов»
Мартьянов Андрей Анатольевич, заведующий лабораторией*

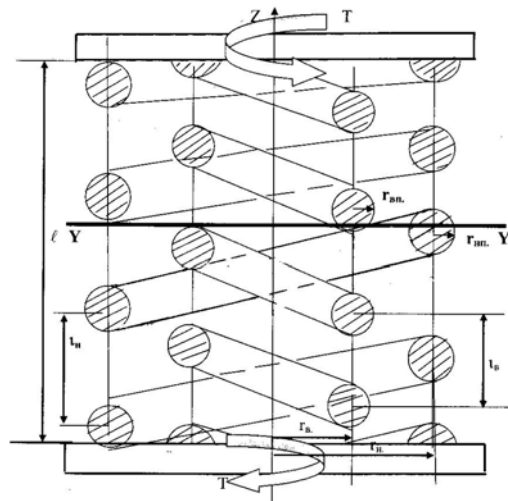


Рис. 1. Расчетная схема конструкции, состоящей из двух завитых пружин, совместно работающих на кручение

Для определения усилий в пружинах возьмем сумму моментов относительно центральной оси Z . Из этой суммы следует

$$T_n + T_v = T \quad (1)$$

В зависимости от направления завивки пружины и направления крутящего момента проволоки пружины могут работать на деформацию растяжения, на деформацию сжатия или одна на растяжение – другая на сжатие, т. е. возможны различные сочетания деформаций. Задача оказывается статически неопределимой, так как имеем одно уравнение равновесия с двумя неизвестными моментами в пружинах. Поставленная задача решалась в литературе [1] по нормальным напряжениям. Здесь в основу положены касательные напряжения и угол закручивания от них.

Для решения и раскрытия статической неопределимости применим известный из курса «Сопротивление материалов» принцип совместности деформаций. Рассечём пружину горизонтальной плоскостью YY'. Эта плоскость отсечет на винтовых линиях проволоках пружины наружную и внутреннюю площади A_n и A_b . Покажем одну отсеченную площадь без индексов n – наружная или b – внутренняя с ограничивающими углами α и проведем для неё рассуждения с последующим добавлением индексов к параметрам каждой из пружин (рис. 2.). Прежде всего, необходимо определить геометрические характеристики отсеченных сечений. Из имеющейся литературы [2] известно, что осевые моменты J_x и J_y инерции относительно осей X и Y (рис. 2) определяются зависимостями:

$$J_{x,y} = \frac{r_n^4 - r_b^4}{8} (\alpha \pm \sin \alpha). \quad (2)$$

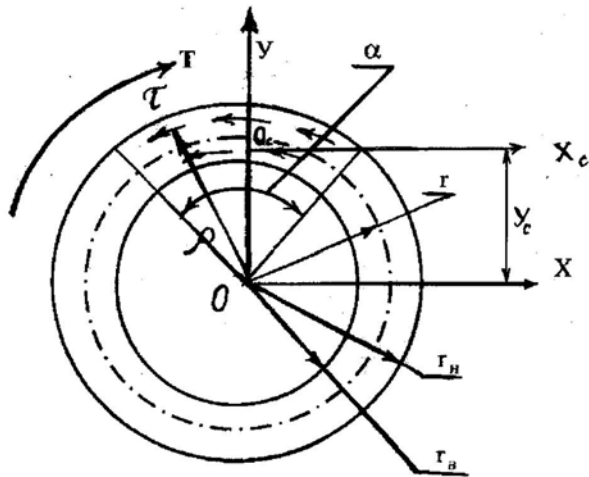


Рис. 2. Отсеченная горизонтальной плоскостью часть проволоки с ограничивающим углом α

Ограничивающий угол

$$\alpha = 2 \arcsin(2D_n / t) \quad (3)$$

Площадь сечения

$$A = \frac{\alpha}{2} (r_n^2 - r_b^2) \quad (4)$$

Координата центра тяжести

$$Y_c = \frac{4 \sin(\alpha/2)}{3\alpha} \times \frac{r_n^3 - r_b^3}{r_n^2 - r_b^2} \quad (5)$$

Моментом инерции относительно оси Y будет главным моментом инерции отсеченной части поскольку он совпадает с главной центральной осью Y_c . Используя параллельное преобразование осей, найдем второй главный центральный момент инерции относительно оси X_c :

$$J_{xc} = J_x - AY_c^2 = \frac{r_n^4 - r_b^4}{8} (\alpha + \sin \alpha) - \frac{8 \sin^2(\alpha/2)(r_n^3 - r_b^3)}{9\alpha(r_n^2 - r_b^2)} \quad (6)$$

Полярный момент инерции относительно центра O_c определяется суммой главных осевых моментов инерции

$$J_{poc} = J_{xc} + J_{yc} = \frac{r_n^4 - r_b^4}{4} \alpha - \frac{8 \sin(\alpha/2)(r_n^3 - r_b^3)}{9\alpha(r_n^2 - r_b^2)}; \quad (7)$$

Касательные напряжения в любой точки отсеченной части определяются равенством

$$\tau_{max} = \frac{T \rho_{max}}{GJ_{poc}} \leq \tau_{adm}, \quad (8)$$

где ρ_{max} – расстояние от центра O_c до наиболее удаленной точки. Полный угол закручивания по длине в радианах или градусах (неоднократно проверенный опытом на пружинах)

$$\theta_{max} = \frac{TL \times 2\pi n}{GJ_{poc}} \leq \theta_{adm}. \quad (9)$$

Величина $2\pi n$ определяет число радиан, приходящихся на n межвитковых расстояний. Полученное значение назовем жесткостью пружины при кручении C .

$$GJ_{poc} / (4 \pi^2 n^2 r) = C \quad (10)$$

Уравнивая углы поворота наружной и внутренней пружин, получим второе связывающее уравнение:

$$T_n = T_b C_n / C_b. \quad (11)$$

С учетом первого уравнения найдем

$$T_b = TC_b / (C_b + C_n); T_n = T C_n / (C_b + C_n) \quad (12)$$

Такой подход раскрыл статическую неопределимость задачи. При наличии трех, четырёх и более числа совместных пружин статическая неопределимость раскрывается аналогично. Из уравнений (12) можно получить самые различные частные случаи распределения усилий в проволоках пружин с учётом площадей, модулей, радиусов и т.д., и даже можно перейти к одно-пружинному валу любого диаметра. Разные модули упругости могут использоваться для перераспределения напряжений в проволоках пружин. Дальнейший расчет ведётся на

напряжения прочности и жесткость каждой пружины. Кроме того, в большинстве случаев длина винтовой линии проволок пружин будет относиться к длинам средней или большой гибкости [3]. Такие стержни необходимо рассчитывать на устойчивость.

При найденных крутящих моментах легко определяются нормальные силы N_n и N_b в каждой пружине делением соответствующего крутящего момента на радиус винтовой линии. Для расчета на устойчивость необходимо определить гибкость винтовых линий по зависимости

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}}, \quad (13)$$

где μ – коэффициент приведения длины, L – длина винтовой линии, i_{\min} – минимальный радиус инерции.

Далее каждую проволоку пружины можно смоделировать как прямой стержень с постоянной силой N в сечении. При гибкостях больше, чем 100 единиц, требуется расчет по формулам Эйлера, из которых определяются значения критических сил

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_{xc}}{(\mu L)^2}. \quad (14)$$

При гибкостях от 30 до 100 единиц расчет ведется по методике Ясинского [3], т.е. по коэффициенту уменьшения основного допускаемого напряжения

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{\varphi A} \leq \sigma_{adm}. \quad (15)$$

После определения критических сил в каждой проволоке и их сопоставления можно

сделать заключение, какая пружина потеряет несущую способность. Эти значения критических напряжений могут быть меньше допускаемых значений напряжений. При достижении одной из сил критического значения начинают быстро (почти мгновенно) расти деформации, что не обеспечивает ее надежную работу, если вторая из пружин не в состоянии взять на себя дополнительную нагрузку. По минимальной критической силе можно определить приложенный критический момент.

Выводы:

1. Применение упругих элементов взамен сплошных приводит к снижению металлоёмкости в большое число раз и уменьшению потенциальной энергии деформации.

2. Различными направлениями завивки проволок пружин можно добиться нужного распределения усилий в проволоках пружин.

3. Большая гибкость пружин приводит к их большой упругости, что снижает концентрацию напряжений и увеличивает наработку числа циклов, так как эти значения напряжений находятся обычно ниже кривой усталости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Мартьянов, А.П. Определение силовых параметров в коаксиальных цилиндрических пружинах / А.П. Мартьянов, С.М. Яхин, С.А. Мартьянов, И.В. Максимов И.В. // Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2009. № 1. С. 37-38.
2. Мартьянов, А.П. О потере несущей способности пружин сжатия при боковых формах изгиба / А.П. Мартьянов, С.М. Яхин, С.А. Мартьянов, Д.В. Напалков // Техника в сельском хозяйстве. 2009. № 6. С. 47-49.
3. Ясинский, Ф.С. Избранные работы по устойчивости сжатых стержней. – М.: Физматгиз, 1962. 370 с.

INCREASING RELIABILITY OF COAXIAL SPRINGS AT TORSION

© 2011 S.M. Yahin, A.P. Martyanov, A.A. Martyanov

Kazan State Agrarian University

In article the analysis of designs of coaxial springs (inserted in each other) at torsion is given. The technique of definition the power factors – twisting moments, allowing rationally to design such construction and to define bearing ability (critical forces or twisting moments) for each spring separately is offered.

Key words: inertia moment, internal forces, coaxial springs, compatibility of deformations

Sergey Yahin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the "Theory of Machines and Mechanisms" Department
Anatoliy Martyanov, Doctor of Technical Sciences, Professor at the "Materials Resistance and Technology of Constructional Materials" Department
Andrey Martyanov, Head of the Laboratory