

УДК 621.864.8

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО МИНИРОБОТА, ПЕРЕМЕЩАЮЩЕГОСЯ С ОТРЫВОМ ОТ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2011 А.Н. Рукавицын, И.В. Лупехина

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

Поступила в редакцию 11.11.2011

В статье рассмотрены вопросы составления алгоритма решения дифференциальных уравнений, описывающих динамику движения мобильной двухмассовой механической системы, движущейся с отрывом от опорной поверхности. Представленная модель прыгающего миниробота состоит из внешнего тела (корпуса) и внутреннего (дебаланса), изменение угловой скорости которого позволяет осуществлять управление движением.

Ключевые слова: прыгающий робот; математическая модель; алгоритм; динамические параметры, уравнение движения

Мобильные автономные устройства, движущиеся с отрывом от опорной поверхности (так называемые прыгающие роботы), являются объектами исследования ученых многих стран, поскольку скачкообразный способ перемещения при движении по сильно пересеченной местности удобнее скольжения или качения. Большинство подобных устройств создаются на основе принципов бионики – копирования движения некоторых животных, способных накапливать энергию в мышцах и затем во время прыжка быстро её высвободить [1, 2]. Другие методы проектирования основываются на применении подвижных внутренних масс, встраиваемых в корпус робота [3, 4]. В [5] было представлено мобильное устройство,двигающееся с отрывом от поверхности, за счет периодического движения внутренней вращающейся массы (см. рис. 1). Это позволяет осуществлять управление движением за счет изменения одного параметра – угловой скорости вращения дебаланса.

Цель работы: изучение основных принципов организации движения прыгающего миниробота, содержащего одну вращающуюся массу, и разработка алгоритма компьютерного моделирования движения рассматриваемого мобильного устройства.

Для установления области параметров системы, при которых корпус робота отрывается от поверхности и начинает вращение вокруг точки приложения реакции, составим уравнение моментов относительно центра масс робота – точки C с относительными координатами (ξ_C, η_C) (рис. 2).

Рукавицын Александр Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики и мехатроники. E-mail: alruk75@mail.ru
Лупехина Ирина Владимировна, аспирантка. E-mail: teormeh@inbox.ru

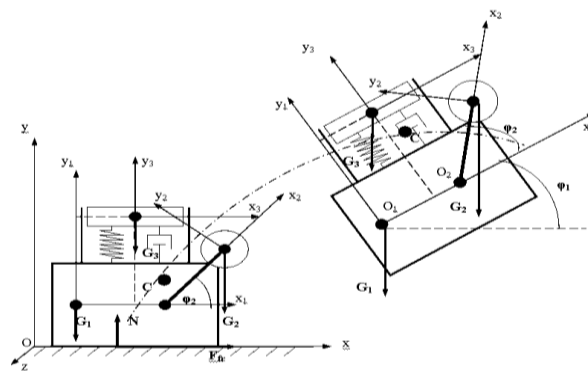


Рис. 1. Схема движения прыгающего миниробота

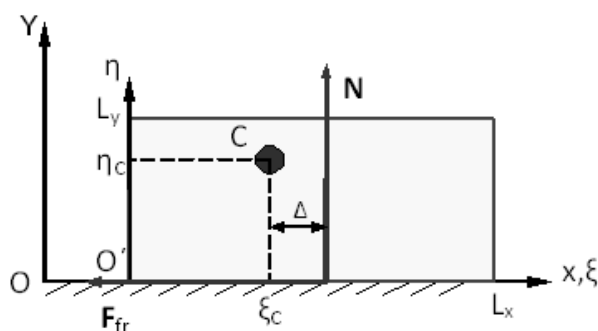


Рис. 2. Схема приложения сил и моментов

Плечо Δ нормальной реакции N должно находиться в интервале $(-\xi_N, L_x - \xi_N)$, где L_x – длина корпуса. Уравнение моментов и в случае покоя, и в случае скольжения имеет вид:

$$N \cdot \Delta - F_{fr} \cdot \eta_C = 0 \quad (1)$$

Принимая во внимание определение центра масс робота, для его координат имеем:

$$\begin{aligned} M\xi_C &= m\xi_K + \sum_{i=1}^n m_i\xi_i, \\ M\eta_C &= m\eta_K + \sum_{i=1}^n m_i\eta_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $M = m + \sum_{i=1}^n m_i$ – общая масса корпуса и масс; ξ_K, η_K – координаты центра тяжести корпуса. Тогда, учитывая ограничения для плеча, придем к неравенству

$$0 < F_{fr}\eta_C + N\xi_C < NL_x, \quad (3)$$

которое служит условием неопрокидывания. Выполнение (1) зависит как от коэффициента трения, так и от геометрических параметров робота, поэтому в общем случае принимать корпус даже в предположении безотрывного движения по поверхности за материальную точку нельзя. Однако зная интервал значений силы трения, можно убедиться, что для выполнения неравенства (3) достаточно, чтобы координаты центра масс и коэффициент трения находились в соотношении

$$f_0\eta_C < \min\{\xi_C, L_x - \xi_C\}. \quad (5)$$

При достаточно симметричном расположении внутренних масс последнее неравенство, как правило, выполняется, поэтому большой класс задач динамики роботов, скользящих на плоской поверхности, можно изначально упростить сведением к задаче движения материальной точки.

Очевидно, что в зависимости от суммарных проекций сил инерции корпус робота может оставаться неподвижным, может перемещаться по предоставленной поверхности без отрыва или двигаться с отрывом от нее. При этом в общем случае движение робота в пространстве является свободным. Физические условия контакта корпуса робота с поверхностью, по которой он перемещается, таковы, что поверхность сопротивляется проникновению корпуса внутрь, но не сопротивляется отрыву. Поэтому сила нормального давления N , вызванная контактом корпуса робота с плоскостью опоры, может быть направлена вертикально вверх или равняться нулю, т.е., удовлетворять условию $N \leq 0$. Если в дальнейшем движение корпуса происходит без отрыва от плоскости опоры, то, в соответствии с (2), получим ограничение на относительное ускорение внутреннего тела, колеблющегося вдоль вертикали

$$\left(m + \sum_{i=1}^n m_i\right)g + \sum_{i=1}^n m_i\ddot{\eta}_i \geq 0 \quad (6)$$

Если внутренние массы движутся таким образом, что в некоторые промежутки времени неравенство (6) нарушается, то корпус мини-робота будет отрываться от поверхности, а движение робота приобретет прыжкообразный характер [6]. Тем не менее, выполнение неравенства (6) не гарантирует прижатия всей грани корпуса, так как нормальная реакция поверхности является силой, распределенной по площади соприкосновения. Ее интенсивность $n(x)$ может принимать только неотрицательные значения, поскольку отсутствует прилипание, и условно картина распределения имеет вид, аналогичный показанному на рис. 3.

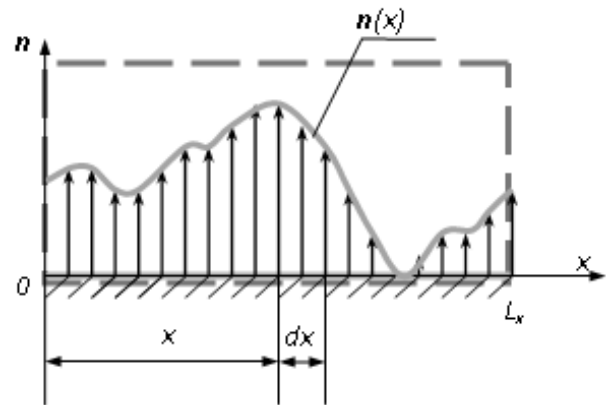


Рис. 3. Схема распределения нормальной реакции поверхности

Данная система нагрузки имеет равнодействующую в крайней точке тогда и только тогда, когда интенсивность во всех прочих точках контакта равна нулю. Действительно, если равнодействующая приложена в крайней левой точке, то алгебраический момент нагрузки относительно точки O , определяемый как интеграл $M_o(N) = \int_0^{L_x} n(x)x dx$, равен нулю, что при $x \geq 0$ выполнится лишь при $n(x)=0$ во всех точках касания, кроме нулевой. Если точка приложения является крайней правой точкой нагрузки, то разность между моментами равнодействующей и нагрузки равна:

$$N \cdot L_x + \int_0^{L_x} n(x)x dx = \int_0^{L_x} n(x)(L_x - x) dx \quad (6)$$

Очевидно, что эта разность обращается в ноль только при нулевой интенсивности во всех точках, кроме правой.

Для составления алгоритма численного расчета параметров движения робота обратимся к примеру движения материальной точки под действием периодической вынуждающей силы (рис. 4) [7]. Точка может служить идеальной моделью рассматриваемого мобильного миниустройства, если пренебречь его размерами.

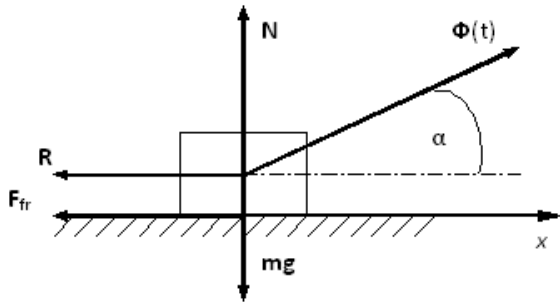


Рис. 4. Схема сил, приложенных к роботу

Пусть модель перемещается по горизонтальной шероховатой плоскости. Будем рассматривать движение под действием силы тяжести mg , нормальной реакции N , силы сухого трения F_{fr} , вязкого сопротивления R и периодической силы $\Phi(t)$, направленной к поверхности под углом α (рис.2). Модуль вынуждающей силы изменяется по закону:

$$\hat{O}(t) = \hat{O}_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (7)$$

где ω – частота, φ_0 – начальная фаза.

В состоянии покоя тела сила трения, как составляющая полной реакции плоскости, уравнивает проекцию гармонической силы на ось x , т.е., ее горизонтальная проекция определяется равенством:

$$F_{fr_x} = -\hat{O}_o(t) = -\hat{O}_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \cos \alpha. \quad (8)$$

Направление силы трения в покое противоположно проекции силы $\Phi(t)$. Пока тело остается неподвижным значение силы трения не превышает максимального, определяемого равенством

$$F_{fr_{max}} = fN, \quad (9)$$

где f – коэффициент трения, $N = mg - \hat{O}(t) \sin \alpha$ – значение нормальной реакции, которое предполагаем всегда положительным.

Тело начнет двигаться, когда проекция вынуждающей силы превысит максимальное

значение силы трения покоя, т.е., перестанет выполняться неравенство

$$|\hat{O}_x(t)| \leq fN. \quad (10)$$

В этом случае тело приобретает ускорение, определяемое разностью проекций вынуждающей силы и силы трения

$$m\ddot{x} = \hat{O}_x(t) - f \operatorname{sgn} \hat{O}_x(t) \cdot N. \quad (11)$$

Это ускорение приводит к появлению скорости, и последующее направление трения будет противоположно не проекции силы (которая меняет знак в общем случае не одновременно с изменением направления движения), а противоположно скорости. Таким образом, ускорению уже начавшегося движения соответствует выражение

$$m\ddot{x} = \hat{O}_x(t) - f \operatorname{sgn} \dot{x} \cdot N. \quad (12)$$

Здесь и в дальнейшем будем рассматривать кусочно-непрерывную функцию проекций X скоростей или внешних сил (кроме трения) на ось x : $f(X) = -f \operatorname{sgn} X$, которая позволяет определить коэффициент и направление трения одновременно. Скорость и координату, как в момент начала скольжения, так и в процессе движения будем определять численно при помощи разложения в степенной ряд.

Остановке тела соответствует значение скорости, равное нулю. Уменьшение скорости происходит за счет проекции равнодействующей всех действующих сил, в том числе и силы трения, которая направлена так же, как и трение – противоположно движению. Таким образом, если тело после остановки сразу же возобновит движение, то в направлении, обратном предшествующему. Опишем последовательность действий алгоритма компьютерного моделирования движения мобильного миниробота, перемещающегося с отрывом от опорной поверхности. Обобщенная блок-схема алгоритма представлена на рис. 5.

Алгоритм вычисления основывается на следующих допущениях. Прежде всего, в движении выделяем две фазы: I – полет, II – движение по поверхности. Переход из одной фазы в другую происходит или при выполнении условий отрыва (II→I), или при выполнении условий приземления (I→II). Условием отрыва является равенство нулю нормальной реакции поверхности, условие приземления – невыполнение неравенства $y_1 > y_{1min}$ для значений вертикальной координаты центра проекции корпуса. Величина минимального допускаемого значения координаты центра проекции y_{1min} зависит

от выбора начала отсчета. Например, если горизонтальная координатная плоскость проходит через центр, то $y_{1min}=0$. Программа организована в виде цикла, выход из которого осуществляется,

как только расчетное значение времени превысит заданную величину. Для численного расчета параметров движения использовался метод Эйлера II порядка.

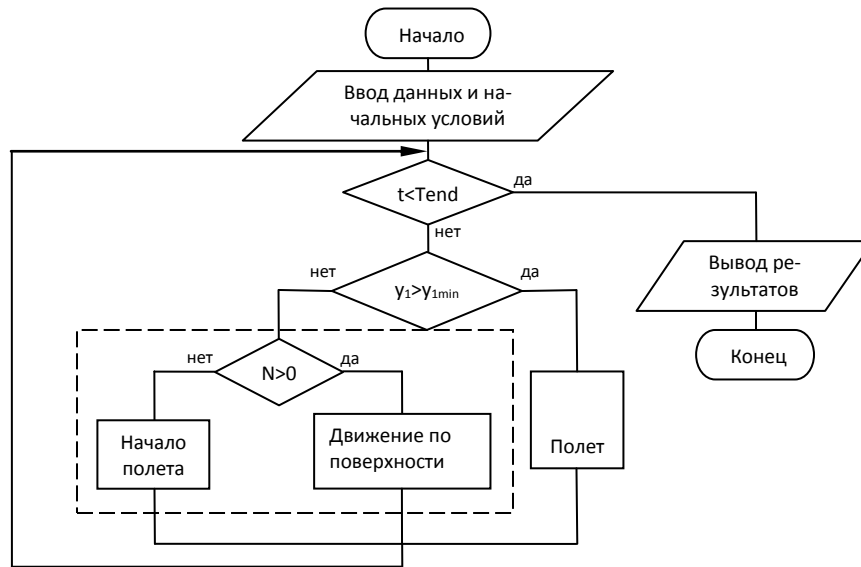


Рис. 5. Блок-схема алгоритма

Скорость и координату, приобретенные точкой на шаге, будем искать, разложив решение в степенной ряд Тейлора, который для произвольной функции имеет вид:

$$y(x) = y_0 + y'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!} y''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots \quad (13)$$

Таким образом, ускорение каждой из обобщенных координат $q_j, j=1,2,3$, будем находить из правой части уравнений системы (2) в случае полета, или из уравнений (1) в случае движения по поверхности. Тогда, если $(\ddot{q}_j)_{i-1}$ – ускорение обобщенной координаты в начале i -го шага, т.е., определенное для предшествующего шагу момента времени $t_{i-1} = \Delta (i - 1)$, то скорость и координата, согласно разложению, определяются выражениями:

$$(\dot{q}_j)_i = (\dot{q}_j)_{i-1} + (\ddot{q}_j)_{i-1} \cdot \Delta, \quad (14)$$

$$(q_j)_i = (q_j)_{i-1} + (\dot{q}_j)_{i-1} \cdot \Delta + \frac{1}{2} (\ddot{q}_j)_{i-1} \cdot \Delta^2 \quad (15)$$

Здесь Δ – выбранный шаг по времени.

Особенностью расчета, проводимого в блоке, выделенном пунктиром, является то, что начальные значения вертикальной скорости и координаты равны нулю. Так как в момент приземления робот испытывает удар с потерей кинетической энергии, то на первом шаге в блоке все начальные кинематические величины, кроме угла поворота и горизонтальной

координаты, принимаем равными нулю, а угол поворота и горизонтальную координату оставляем неизменной с предыдущего шага. В общем случае блок «Движение по поверхности» должен использовать алгоритм, предусматривающий как возможность перемещения системы, так и возможность продолжительной остановки корпуса под действием сил трения. Результаты проведенного компьютерного моделирования движения мобильного миниробота, перемещающегося с отрывом от опорной поверхности представлены на рис. 6.

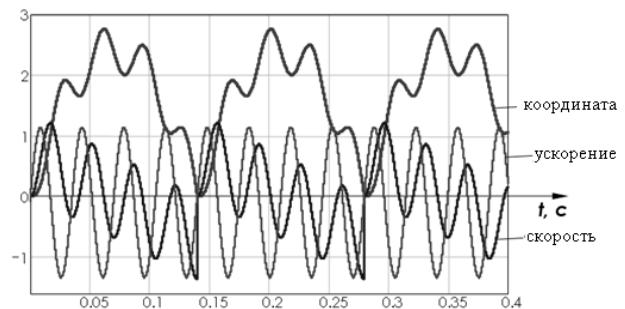


Рис. 6. Результаты компьютерного моделирования движения мобильного миниробота

Анализ полученной зависимости высоты прыжка от частоты вращения внутренней массы создает возможности управления движением миниробота, позволяющие задавать направление движения всего устройства и регулировать его скорость.

Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (гос. регистр. № П699, шифр НК-617П-4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Miyazaki, M. Jumping via robot body deformation – Mechanics and mechanism for higher jumping / M. Miyazaki, S. Hirai // Advances in Mobile robotics. Proceedings of the 11 International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines. Coimbra. Portugal, 2008. P. 373-380.
2. Larin, V.B. Concerning the designing of the hopping apparatus / V.B. Larin, V.M. Matiyasevich // Proceedings of the Fifth International Conference on Climbing and Walking Robots and their Supporting Technologies. CLAWAR 2002. P. 365-372.
3. Черноусько, Ф.Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу / Ф.Л. Черноусько // ДАН. 2005. Т. 405, № 1. С. 1-5.
4. Болотник, Н.Н. Динамика управляемых движений вибрационных систем / Н.Н. Болотник, И.М. Зейдис, К. Циммерманн и др. // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. №5. С. 157-167.
5. Яцун, С.Ф. Исследование движения прыгающего минибота / С.Ф. Яцун, И.В. Лупехина, А.Н. Рукавицын // Известия высших учебных заведений. Северо-кавказский регион. Серия: Технические науки. 2011. №2. С. 3-9.
6. Лупехина, И.В. Моделирование движения прыгающего вибрационного микробота / И.В. Лупехина, К.А. Сапронов, С.Ф. Яцун // Известия Курского государственного технического университета. – Курск: КурскГТУ. 2009. №5. С. 25-31.
7. Журавлев, В.Ф. Основы теоретической механики – М.: Физматлит, 2001. 320 с.

DEVELOPMENT OF COMPUTER SIMULATION ALGORITHM OF MOBILE MINIROBOT MOTION, MOVING WITH LIFT-OFF FROM THE BASIC SURFACE

© 2011 A.N. Rukavitsyn, I.V. Lupehina

SouthWest State University, Kursk

In article questions of formulation the algorithm of the decision the differential equations describing the motion dynamics of mobile two-mass mechanical system, moving with a lift-off from basic surface are considered. The presented model of the springing minirobot consists of exterior body (case) and internal (debalance), change of which angular speed allows to carry out traffic control.

Key words: *springing robot; mathematical model, algorithm, dynamic parameters, motion equation*

Alexander Rukavitsyn, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Theoretical Mechanics and Mechatronics. E-mail: alruk75@mail.ru

Irina Lupehina, Post-graduate Student. E-mail: teormeh@inbox.ru