

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ МИКРОУСКОРЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМ ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ДЕКРЕМЕНТОМ

© 2011 А.В. Седельников

Институт энергетики и транспорта Самарского государственного
аэрокосмического университета

Поступила в редакцию 09.11.2011

В работе рассмотрена вероятностная модель микроускорений, построенная на основе физических гипотез о пространственном вращении космической лаборатории вокруг центра масс с учётом демпфирования собственных колебаний больших упругих элементов моделью вязкого трения. Полученные результаты полезны на ранних этапах проектирования специализированной космической лаборатории технологического назначения для оценки поля микроускорений ее внутренней среды с целью удовлетворения требований для успешной реализации гравитационно-чувствительных технологических процессов.

Ключевые слова: *микроускорения, случайный процесс, космическая лаборатория, демпфирование колебаний*

При моделировании микроускорений случайным процессом [1] воспользуемся каноническим разложением [2]:

$$W(t) = \zeta_0(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i \zeta_i(t), \quad (1)$$

где Ψ_i – случайные величины, а $\zeta_i(t)$ – неслучайные функции. Выражение (1) соответствует разложению колебаний упругих элементов по собственным формам [3]. Используя вязкое трение в качестве модели демпфирования собственных колебаний, (1) можно переписать в виде:

$$W(t) = MW + \frac{R}{I} \sum_{i=1}^{\infty} (M_{0i} - \bar{M}_{0i}) e^{-\beta_i t} \cos(\omega_i t) \quad (2)$$

где MW – математическое ожидание $W(t)$, M_{0i} и \bar{M}_{0i} – соответственно момент, возникающий в заделке упругого элемента в корпус космического аппарата (КА) от собственных колебаний упругого элемента по i -й собственной форме и его среднее значение, R – радиус-вектор точки расположения технологического оборудования относительно центра масс, I – момент инерции КА, ω_i – собственная частота колебаний i -го тона, а β_i – коэффициент затухания, который определяется формулой [4]:

$$\beta_i = \frac{\delta_i \omega_i}{2\pi} = \delta_i f_i, \quad (3)$$

где δ_i – логарифмический декремент, соответствующий i -й собственной форме, а f_i – собственная циклическая частота колебаний i -го тона.

Для оценочного анализа можно считать входящие в (3) логарифмические декременты постоянными для каждой формы колебаний. Тогда случайной величиной в (2) является, как уже отмечалось в [1], потенциальная энергия деформации упругих элементов в момент включения двигателей ориентации и управления движением космической лаборатории (УРД). Перед представлением результатов численного моделирования стоит остановиться на обсуждении недостатков такого подхода, не допускающих корректного его использования в ряде ситуаций.

1. *Постоянство логарифмического декремента.* Космическая лаборатория, двигаясь по своей орбите, периодически оказывается в тени Земли, что приводит к появлению дополнительных микроускорений [5]. Существенный перепад температур приводит к серьезным различиям в значениях логарифмического декремента [6]. Работы [7, 8] показали, что использование балочного представления упругих элементов при описании температурных деформаций влечет существенную потерю точности и завышенную оценку микроускорений. Для построения более сложной и адекватной модели, свободной от обсуждаемого недостатка необходимо рассматривать логарифмический декремент как случайную величину,

Седельников Андрей Валерьевич, кандидат физико-математических наук, директор. E-mail: axe_backdraft@inbox.ru

поскольку заранее неизвестно, на каком участке траектории (освещенном или теневом) произойдет включение УРД. Выявление закона распределения этой величины – тема отдельного исследования. Здесь лишь можно отметить, что этот закон напрямую связан как с материалом, из которого изготовлены упругие элементы, так и с параметрами орбиты лаборатории. Теоретически возможна такая орбита, при которой будет исключено попадание лаборатории в тень Земли, а, следовательно, обсуждаемое упрощение не будет существенно влиять на точность результатов. При кратковременном погружении в тень упругие элементы конструкции не успеют существенно остыть, что также нивелирует обсуждаемый недостаток модели.

2. *Гипотеза о равномерном законе распределения потенциальной энергии.* В общем случае нет оснований считать, что какой-то из двигателей УРД будет включаться чаще или, наоборот, реже остальных, что и определяет использование данной гипотезы. Однако на практике встречаются ситуации, когда из-за сильной асимметрии КА либо нештатной работы системы ориентации (например, выход из строя силового гироскопа на орбитальной станции «Skylab»[9]) гипотеза о равномерности, которая подразумевает, что за длительный промежуток времени каждый из двигателей УРД включается примерно одно и то же число раз, может быть несправедливой. Здесь следует также отметить, что обоснование выбора другого закона распределения потенциальной энергии крайне затруднено. Возможно лишь искусственное назначение вероятностей включения каждого из УРД, что может быть легко учтено в предлагаемой модели.

3. *Балочное представление упругих элементов.* Исследования [9] показали, что в случае рассмотрения собственных колебаний балки как возмущающего фактора, порождающего поле микроускорений, получается завышенная оценка микроускорений по сравнению с использованием пластины в качестве модели упругого элемента. Данное завышение не является существенным и придает оценке своеобразный запас прочности. С другой стороны, работы [5, 7, 8] говорят о полной непригодности использования балки при моделировании микроускорений, возникающих от температурных деформаций упругих элементов КА, поскольку это завышение становится неприемлемо большим. Однако в данной ситуации речь идет именно о собственных колебаниях упругих элементов, что оправдывает для проведения оценочных расчетов применения балочной

модели. Более точной картины с моделированием не только максимальных значений, но и самой динамики микроускорений можно добиться, используя реалистичные модели упругих элементов (например, [8]).

4. *Учёт только первой формы собственных колебаний.* Исследования [10] показали, что для практических целей при моделировании переходного процесса (до 10 с после включения УРД) достаточно учитывать первые шесть форм собственных колебаний. При моделировании микроускорений спустя более 100 с – только две первые формы, причем определяющий вклад вносит именно первая форма. Данное упрощение исключает использование оценки для переходного процесса, однако уровень микроускорений в этот период максимальный, поэтому проводить гравитационно-чувствительные технологические процессы не представляется возможным. Для оценочных расчетов можно ограничиться рассмотрением только первой формы. Учет двух и шести форм, а также проверка статистической гипотезы о значимости отличий полученных результатов моделирования выходят за рамки данной работы и являются темой отдельных исследований.

После обсуждения недостатков, связанных с введенными упрощениями, остановимся на вероятностной модели в следующей постановке. Для численного моделирования рассматривалась схема КА типа «НИКА-Т» с двигательной установкой, содержащей шесть УРД (рис. 1).

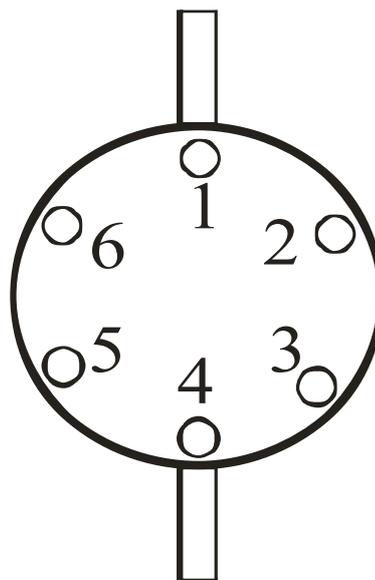


Рис. 1. Схема расположения УРД для моделирования

В этом случае для M_{0i} можно записать:

$$M_{0i} = \frac{\mu M}{I} C_i \int_0^l (x + s) [ch k_i x - \cos k_i x - \alpha_i (sh k_i x - \sin k_i x)] dx$$

или после интегрирования:

$$M_{0i} = \frac{\mu M}{I k_i} C_i \left\{ (l + s) [sh k_i l - \sin k_i l - \alpha_i (-2 + ch k_i l + \cos k_i l)] + \frac{1}{k_i} [\cos k_i l - ch k_i l + \alpha_i (sh k_i l + \sin k_i l)] \right\}$$

Здесь C_i – константа, с точностью до которой определяется функция формы при консольном закреплении упругого элемента [3], μ – погонная масса, l – длина упругого элемента, $k_i l$ – i -й корень уравнения: $ch kl \cos kl + 1 = 0$,

$$\alpha_i = \frac{ch k_i l + \cos k_i l}{sh k_i l + \sin k_i l}, \text{ а } M - \text{ проекция момента}$$

УРД на плоскость, перпендикулярную плоскости упругих элементов, которая является случайной величиной, поскольку заранее неизвестно, какая пара двигателей включится. В рассматриваемой постановке имеется три пары двигателей: 1-4, 2-5 и 3-6 (рис. 1), причем пары 2-5 и

3-6 создают одинаковую проекцию момента M . При равномерном законе распределения этой случайной величины вероятности двух различных реализаций случайного процесса (2), которые показаны на рис. 2, будут равны 2/3 и 1/3.

При построении реализаций были использованы характеристики КА типа «НИКАТ» [9] и постоянный логарифмический декремент колебаний $\delta_i = 0,1$ [10]. Математическое ожидание и дисперсия $W(t)$ показаны на рис. 3 и 4 соответственно.

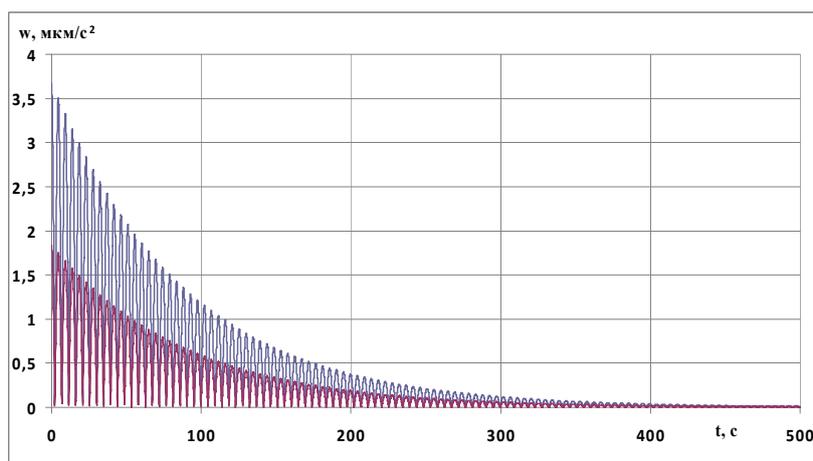


Рис. 2. Реализации $W(t)$ в рассматриваемой постановке

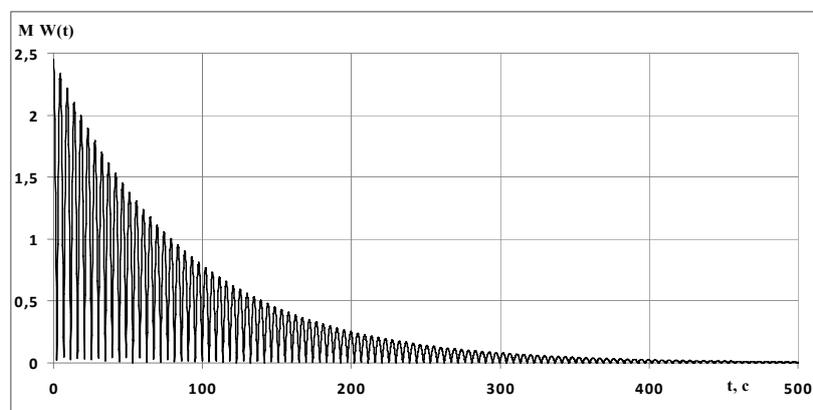


Рис. 3. Математическое ожидание случайного процесса $W(t)$ при фиксированном логарифмическом декременте

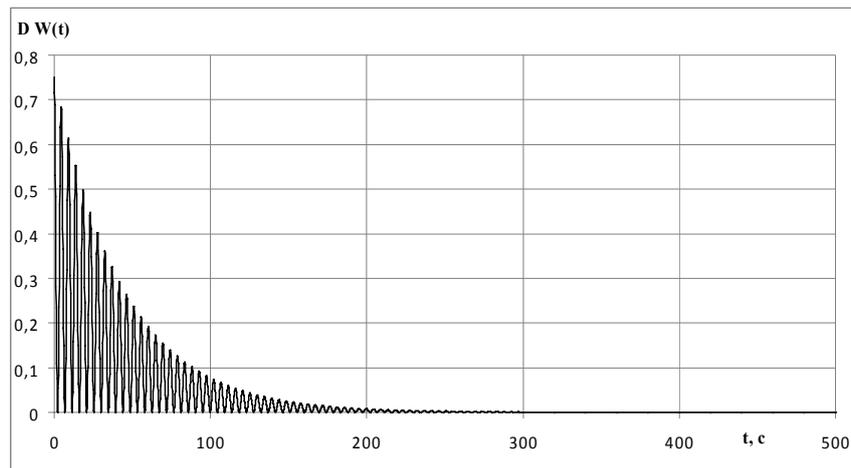


Рис. 4. Дисперсия случайного процесса $W(t)$ при фиксированном логарифмическом декременте

Проведенный анализ позволяет построить зависимость, характеризующую вероятность нарушения условий микрогравитационного штiria с изменением времени (рис. 5). Считая нарушением событие A , заключающееся в превышении модулем микроускорений значения $w_{кр} = 1$ мкм/с². По истечению 112 с условия микрогравитационного штiria не нарушаются. При анализе можно использовать и другие критические значения микроускорений,

которые определяются характером проводимых гравитационно-чувствительных процессов. Данная вероятностная зависимость характеризует микроускорения, порождаемые колебаниями больших упругих элементов. В более сложной постановке со случайным логарифмическим декрементом рис. 5 будет представлять собой плавную непрерывную кривую. Учет влияния температурных деформаций существенно увеличит число реализаций $W(t)$.

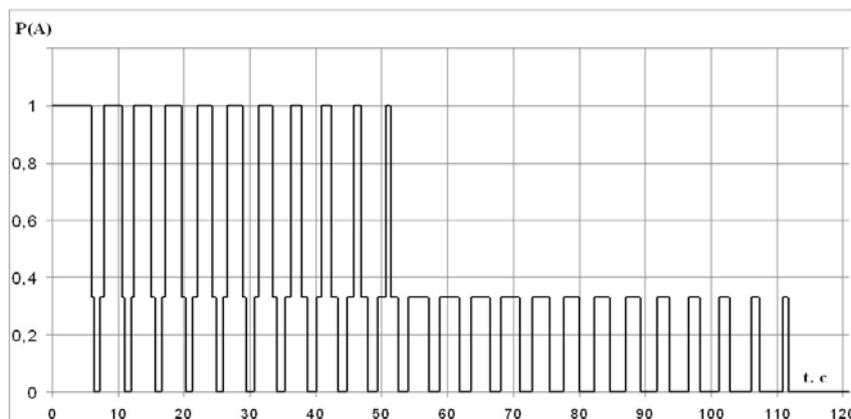


Рис. 5. Зависимость вероятности нарушений условий микрогравитационного штiria от времени

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Седельников, А.В.* Моделирование микроускорений Марковским случайным процессом / *А.В. Седельников* // Известия Самарского научного центра РАН. 2011. Т. 13, № 1(2). С. 341-343.
2. *Пугачев, В.С.* Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М.: Гостехиздат, 1957. 659 с.
3. *Бабаков, И.М.* Теория колебаний. – М.: Дрофа, 2004. 234 с.
4. *Тимошенко, С.П.* Колебания в инженерном деле. – М.: Гостехиздат, 1934. 326 с.
5. *Седельников, А.В.* О влиянии температурных деформаций упругих элементов на динамику движения космического аппарата / *А.В. Седельников, М.И. Казарина* // Известия Самарского научного центра РАН. 2010. Т. 12, №4. С. 321-324.
6. *Nashif, A.D.* Vibration damping / *A.D. Nashif, D.I.G. Johnes, J.P. Henderson*. – New York-Chichester-Brisbane-Toronto-Singapore: Jon Wiley&Sons, 1988. 448 p.
7. *Седельников, А.В.* Влияние температурных деформаций упругих элементов на динамику КА типа «НИКА-Т» / *А.В. Седельников, М.И. Казарина* // Вестник МАИ. 2011. Т. 18, №2. С. 47-51.

8. *Седельников, А.В.* Оценка влияния температурных деформаций упругих элементов космической лаборатории на поле микроускорений ее внутренней среды / *А.В. Седельников, В.В. Юдинцев* // Известия Самарского научного центра РАН. 2011. Т. 13, № 1(2). С. 344-346.
9. *Седельников, А.В.* Проблема микроускорений: от осознания до фрактальной модели. – М.: РАН. Избранные труды Российской школы, 2010. 107 с.
10. *Титов, Б.А.* Формирование динамических свойств упругих космических аппаратов / *Б.А. Титов, В.А. Вьюжанин, В.В. Дмитриев.* – М.: Машиностроение, 1995. 304 с.

PROBABILITY MODEL OF MICROACCELERATIONS WITH CONSTANT LOGARITHMIC DECREMENT

© 2011 A.V. Sedelnikov

Institute of Power and Transport of Samara State Aerospace University

In paper the probability model of microaccelerations constructed on the basis of physical hypotheses about spatial rotation of space laboratory around the centre of masses with the account of damping of own oscillations of the big elastic elements by model of a viscous friction is considered. The received results are useful at early design stages of specialized space laboratory of technological assignment to an estimation of a field of microaccelerations of its internal environment for the purpose of sufficing the requirements for successful realization of gravitational-sensitive technological processes.

Key words: microaccelerations, casual process, space laboratory, damping of oscillations