УДК 539.3: 539.382.4

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ЗОН РАСТРЕСКИВАНИЯ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЕ

### © 2011 М.Л. Бартоломей<sup>1</sup>, Н.А. Труфанов<sup>1</sup>, И.Н. Шардаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет <sup>2</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь

#### Поступила в редакцию 07.11.2011

Исследовано напряженно-деформированное состояние плиты, опирающейся на систему колонн, при заданных осадках колонн. Разработана численная модель конструкции в рамках теории изгиба пластин, позволяющая выявить опасные зоны, и объемная модель опасного участка плиты, позволяющая определить уровень поврежденности материала, ориентацию и характер трещин (открыта или закрыта). Изложена методика переноса граничных условий с расчетной модели пластинки на объемную модель. Определены величины осадок, приводящих к появлению первых трещин и к полному разрушению исследуемого слоя конструкции.

Ключевые слова: метод конечных элементов, изгиб плиты, трещинообразование, разрушение

Изучение эффектов, возникающих вследствие значительной неравномерной осадки фундамента сооружения, например, трещинообразования, на сегодняшний день является актуальной проблемой. Решение задач об определении зон образования трещин может дать ответ на вопрос о надежности, несущей способности и возможности дальнейшей эксплуатации зданий и сооружений.

Объект исследования представляет собой плиту межэтажного перекрытия, опирающуюся на колонны, схема расположения которых приведена на рис. 1. В ходе эксплуатации сильно и неравномерно проседает фундамент, неравномерность осадки фундамента передается на колонны строительных конструкций и, как следствие, возникает существенная деформация плиты, сопровождающаяся разрушением (откалыванием) слоя керамической плитки, приклеенной непосредственно к плите.

Цель работы: опираясь на численные исследования определить, может ли такой характер осадки фундамента привести к такому дефекту, как откалывание плитки и если может, то какова величина осадки фундамента.

Таким образом, можно по замерам осадок в течение достаточно короткого времени (после появления первых отколов) попытаться оценить

уровень общих осадок с начала завершения строительства. Разрушение плитки при этом может выступать своеобразным элементом мониторинга уровня неравномерности осадок в конструкции.

Для определения напряженно-деформированного состояния плиты межэтажного перекрытия решалась упругая задача. Плита межэтажного перекрытия представлялась в виде прямоугольной пластинки с отверстиями в силу того, что поперечные размеры плиты (длина и ширина) много больше ее толщины. Габаритные размеры пластинки составляют: длина 84 м, ширина 55 м, толщина 0,3 м. Пластинка является трехслойной: первый слой – железобетонная плита межэтажного перекрытия, второй слой – клеевой раствор для плитки и третий слой – керамическая плитка. Напряженно-деформирован-ное состояние плиты определялось только при учете одного слоя, имеющего свойства железобетона, в предположении, что изменением упругих характеристик остальных слоев, в силу малости их толщины, можно пренебречь. Расчетная схема задачи об определении напряженно-деформированного состояния плиты межэтажного перекрытия приведена на рис.1. Для определения НДС плиты перемещения, возникшие в фундаменте, прикладывались непосредственно к узлам, соответствующих им колонн. Далее, в пластине выделялась наиболее нагруженная подобласть, и ее напряженное состояние изучалось более подробно в трехмерной постановке с учетом всех трех слоев и возможностью трещинообразования в наиболее слабом слое (клеевой раствор), при этом результаты решения задачи о пластине использовалась как граничные условия для трехмерной подобласти.

Бартоломей Мария Леонидовна, аспирантка. E-mail: mbartolomey@mail.ru

Труфанов Николай Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и механики. E-mail: nat@pstu.ru

Шардаков Игорь Николаевич, доктор физикоматематических наук, заведующий лабораторией моделирования термомеханических процессов в деформируемых телах. E-mail: shardakov@icmm.ru



Рис. 1. Расчетная схема. Изополе вертикальных перемещений, вызванное осадкой фундамента

Анализ напряженно-деформирован-ного состояния конструкции в рамках теории пластин. На первом этапе рассмотрим задачу определения напряжений и деформаций в плите перекрытия в рамках теории упругих пластин. Математическая постановка задачи определяется следующими уравнениями, записанными в матричной форме для срединной поверхности пластинки [1]:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{Eh}{1-v^2} & \frac{vEh}{1-v^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{vEh}{1-v^2} & \frac{Eh}{1-v^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Eh}{2(1+v)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Eh^3}{12(1-v^2)} & \frac{vEh^3}{12(1-v^2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{vEh^3}{12(1-v^2)} & \frac{Eh^3}{12(1-v^2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Eh^3}{12(1-v^2)} \end{pmatrix}$$

1. Уравнения равновесия

$$\mathbf{B}_2 \mathbf{m} = \mathbf{0} \tag{1}$$

где m = { $T_x T_y T_{xy} M_x M_y M_{xy}$ } – вектор усилий, включающий продольные и касательную силы и изгибающие и скручивающий моменты, B<sub>2</sub> – матрица операций дифференцирования,

$$B_{2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^{2}}{\partial x} & \frac{\partial^{2}}{\partial y} & -2\frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y} \end{pmatrix};$$

2. Физические соотношения

$$M = D\epsilon$$
 (2),

где  $\varepsilon = \{\varepsilon_x \varepsilon_y \gamma_{xy} \chi_x \chi_y \chi_{xy}\}$  – вектор деформаций срединной поверхности, D – матрица упругих констант, *E*, *v* – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины, соответственно, *h* – толщина пластины

$$\varepsilon = \mathbf{B}_1 \mathbf{U} \tag{3}$$

где  $U = \{U_x U_y U_z\}$  – вектор перемещений точек срединной поверхности, **B**<sub>1</sub> – матрица операций дифференцирования.

$$B_{1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial x} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial y} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y} \end{pmatrix};$$

4. Граничные условия. Все граничные поверхности пластинки являются свободными от на-грузки:

$$Q_{xx}|_{x,y,0} = 0, Q_{xy}|_{x,y,0} = 0,$$

$$Q_{xz}|_{x,y,0} = 0, M_{xx}|_{x,y,0} = 0,$$
  

$$(x, y, 0) \in L_1,$$
  

$$Q_{yy}|_{x,y,0} = 0, Q_{yx}|_{x,y,0} = 0,$$
  

$$Q_{yz}|_{x,y,0} = 0, M_{yy}|_{x,y,0} = 0$$
  

$$(x, y, 0) \in L_2,$$
  
(4)

где  $L_1$  и  $L_2$  – границы пластинки параллельные координатным осям у и х соответственно,  $Q_{xxy}Q_{xy}, Q_{xz}, M_{xxy}Q_{yy}, Q_{yz}, Q_{yz}, M_{yy}$  – усилия, действующие на соответствующих границах.

Кинематические ограничения сводятся к заданию в конечном множестве точек  $r_i^0 = (x_i, y_i 0) \in \mathbb{R}^i$ , принадлежащих срединной поверхности, известных вертикальных перемещений  $W_z$ , соответствующих осадкам в местах опирания плиты на колонны (рис. 2):

$$U_z|_{x_i, y_i, 0} = W_{z_i}, \ i = \overline{1, N_k}, \tag{5}$$

где  $N_k$  – число точек опирания.

Обобщенное решение краевой задачи (1)– (5) разыскивалось в вариационной постановке с использованием принципа минимума полной потенциальной энергии [1] методом конечных элементов [2] в рамках программного комплекса ANSYS. Для дискретизации исследуемого объекта были выбраны оболочечные конечные элементы типа SHELL63. Элемент определяется четырьмя узлами и имеет по шесть степеней свободы в каждом узле: перемещения в направлении осей x, y, z узловой системы координат  $U = \{U_x U_y U_z\}$  и повороты вокруг осей x, y, z узловой системы координат  $\varphi = \{\varphi_x \varphi_y \varphi_z\}$ . Данный элемент позволяет учитывать мембранное растяжение – сжатие и изгиб [3].

Выбор размера конечных элементов. Для выбора степени дискретизации получены решения задачи при последовательном сгущении сетки с числом узловых неизвестных: 1515, 4720, 8592, 24055, 82113 и 297327, соответственно. Из расчетной схемы выделим область  $1 \times 1$  м и по одной из ее сторон будем снимать изменение напряжения  $\sigma_x$ . На рис. 2 приведено распределение напряжений по одной из границ.



**Рис. 2.** Распределение напряжений  $\sigma_x$  по границе выделенного участка

Таблица 1.	Распределение	напряжений в	зависимости от	размера КЭ
------------	---------------	--------------	----------------	------------

Количество КЭ	1515	4720	8592	24055	82113	297327
Значение σ <sub>x</sub> , КПа, в точке 1	-80,38	-79,52	-65,56	-63,6	-61,105	-59,13
Значение σ <sub>x</sub> , КПа, в точке 2	-121,57	-105,96	-116,73	-117,42	-118,79	-120,53

Выбор был остановлен на сетке с числом узловых неизвестных, равному 24055, так как при дальнейшем уменьшении размера КЭ изменение величин и характера распределения напряжений практически не происходит. Изополя напряжений, полученные из решения данной задачи представлены на рис. 3.



**Рис. 3.** Поле напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  в срединной плоскости пластинки

Напряжения в трехслойной конструкции в трехмерной постановке с учетом трещинообразовая. Для более точной оценки зон растрескивания клеевого раствора выделим участок из решения задачи деформации пластинки, где продольные напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  максимальны, этот участок также совпал с местом откалывания плитки (рис. 4). Выделенный участок представим в объеме и учтем все три слоя плиты межэтажного перекрытия. Перенесем перемещения границ выделенного участка, полученные из расчета пластины, на соответствующие границы объемной задачи.

Математическая постановка задачи определяется следующими уравнениями [4].

1. Уравнения равновесия

$$div\,\hat{\sigma}(r) = 0, r \in V_{\Lambda} \tag{6}$$

где r = (x, y, z) — радиус-вектор точки области  $V_{\Delta}$ ,  $V_{\Delta} = V_1 \cup V_2 \cup V_3$ ,  $\hat{\sigma}$  – тензор напряжении с компонентами  $\sigma_{ij}$ .



Рис. 4. Выделенный участок плиты *V*<sup>∆</sup> как трехмерная конструкция

2. Физические соотношения

$$\hat{\sigma}(r) = 4\hat{C}(r) \cdot \hat{\varepsilon}(r), r \in V_{\Delta}$$
(7)

где  $\hat{\varepsilon}$  – тензор деформаций с компонентами  $\varepsilon_{kl}$ . В областях  $V_1$  и  $V_3$  компоненты  $C_{ijkl}$  тензора упругих постоянных  $4\hat{C}$  соответствуют упругой изотропной среде:

$$\begin{split} C_{ijkl}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^{(m)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \\ i, j, k, l &= \overline{1,3} \end{split}$$

где  $\mu^{(m)} = \frac{\delta_{ij}}{2(1+\nu^{(m)})}$ ,  $\lambda^{(m)} = \frac{E^{(m)}\nu^{(m)}}{(1+\nu^{(m)})(1-2\nu^{(m)})}$  –

параметры Ламе, *m*=1, 3, *E* и v – модуль упругости и коэффициент Пуассона, соответственно для материалов 1 и 3.

Материал, относящийся к  $V_2$  изначально также является изотропным, но повреждаясь упруго-хрупким образом, становится анизотропным вследствие произвольной ориентации трещин, таким образом, физические соотношения для данного материала записываются в виде (7), где  $C_{ijkl}(r)$  содержит 21 независимую упругую константу.

3. Геометрические соотношения теории малых деформаций

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{r}) + (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{r}))^T), \ \mathbf{r} \in V_{\Delta}$$
(8)

4. Граничные условия

$$\widehat{\sigma}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}, \ \mathbf{r} \in \Gamma_1 \tag{9}$$

здесь n(r) – вектор внешней единичной нормали к поверхности  $\Gamma_1$ .

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{U}(\mathbf{r}), \ \mathbf{r} \in \Gamma_2 \tag{10}$$

где граница  $\Gamma_1$  соответствует верхней поверхности объема  $V_1$ . Все торцевые поверхности объемов  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$ , а также нижняя поверхность объема  $V_3$  образуют границу  $\Gamma_2$  (Рис. 4). Граница  $\Gamma_1$ является свободной от нагрузок, а на границу  $\Gamma_2$ переносятся значения всех компонент перемещений из решения в соответствующих точках задачи в рамках теории пластин.

Конечно-элементное решение задачи. Решение задачи осуществлялось численно, методом конечных элементов [2] с использованием программного комплекса ANSYS. Были выбраны объемные восьмиузловые конечные элементы типа SOLID45 с линейной аппроксимацией (для материалов в областях  $V_1$  и  $V_3$ ) и SOLID65 с возможностью трещинообразования (для материала клеевого раствора, в силу того, что возможно откалывание плитки и разрушение материала в области  $V_2$ ). Для описания поведения материала клеевого раствора с учетом раскалывания и раскрашивания в ANSYS использована комбинация двух материалов: Linear Isotropic и Concrete. Материал Linear Isotropic предназначен для задания начального модуля упругости и коэффициента Пуассона для материала раствора. Материал Concrete реализует алгоритмы объемнонапряженного состояния материала с возможностью трещинообразования в соответствии с [5]. Сделано предположение, что материал конструкции в области  $V_2$  изначально является изотропным линейно-упругим, и повреждаясь путем растрескивания, становится анизотропным, а также, что трещины образуются в плоскостях, направление нормалей к которым совпадает с направлениями действия главных напряжений в момент образования первой трещины.

Модель разрушения упруго-хрупкого материала при сложном напряженном состоянии, учитывающая появление дефектов, может быть представлена в виде (11)

$$\frac{f(\sigma_i)}{S} \ge [\sigma], \tag{11}$$

где  $f(\sigma_i) - \phi$ ункция состояния, зависящая от главных напряжений ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ); S – функция, зависящая от прочностных характеристик материала и описывающая трехмерную поверхность разрушения в пространстве главных напряжений; [σ] – предел прочности материала на сжатие при действии сжимающих усилий, либо предел прочности материала на растяжение при действии растягивающих усилий. При выполнении условия (11) материал начинает раскалываться, если какое-либо главное напряжение является растягивающим, или раскрашиваться, если все главные напряжения сжимающие. В противном случае, в материале нет ни раскалывания, ни раскрашивания [6]. Появление трещин приводит к формированию ортотропии свойств материала в осях главных напряжений и изменению компонент тензора  $C_{iikl}(r)$  в соотношениях (7).

Формирование граничных условий для трехмерной задачи. Из решения задачи об определении изгиба пластинки получаем НДС срединной поверхности пластинки. Для того, чтобы корректно сформулировать граничные условия на поверхностях выделенной трехмерной области  $V_{\Delta}$ , необходимо через найденные узловые неизвестные, связанные со срединной поверхностью, пересчитать поля перемещений по высоте пластинки. Пусть  $x_i, y_i, 0$  – координаты срединной поверхности в типовом узле *j*, *h* - толщина пластинки. Тогда узловые неизвестные обозначим следующим образом:  $U_i = \{U_{xi}U_{vi}U_{zi}\}$ И  $\varphi_{i} = \{\varphi_{xi} \varphi_{vi} \varphi_{zi}\},$  где  $U_{i}$  – перемещения типового узла срединной поверхности,  $\varphi_j$  – повороты нормали относительно соответствующих осей. Таким образом, соотношения для вычисления перемещений по высоте [7] для выделенной области имеют вид (13):

$$u_{x}^{z} = U_{x} + \varphi_{y} z, \quad u_{y}^{z} = U_{y} - \varphi_{x} z, \quad u_{z}^{z} = U_{z}$$
(13)

Для боковых граней объемов  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$  и для нижней грани объема  $V_3$  (рис. 4) перемещения  $u_x$ ,  $u_y$  и  $u_z$  интерполируются по системе узловых значений пластинки, а затем вычисляются в узах объемной сетки (рис. 5). Нижняя грань области  $V_3$  соответствует срединной поверхности выделенного фрагмента задачи изгиба пластинки.



**Рис. 5.** Поле перемещений *u<sub>z</sub>*(*x*, *y*, 0), для нижней грани области *V*<sub>3</sub>, полученное интерполяцией по системе узловых значений перемещений *U<sub>z</sub>* 

Обсуждение результатов расчета. Поскольку результаты замера осадок  $W_{z_i}$ ,  $i = \overline{1, N_k}$  в местах опирания плиты на колонны соответствуют трем последним месяцам процесса деформирования здания, то предполагается, что их уровень увеличивается во времени пропорционально, т.е. осадки можно представить в виде  $kW_{z_i}$ , где k – коэффициент пропорциональности. В таблицах 2-5 приведены изменения статуса трещины и величин главных напряжений в рассматриваемых элементах (рис. 6) с увеличением параметра k. В таблицах 2-5 используются следующие условные обозначения: + – трещина открыта в указанном направлении,  $\otimes$  – трещина закрылась в указанном направлении, × – материал полностью разрушен (раскрашивание материала). В результате решения задачи по описанному выше алгоритму установлено, что первые трещины в области V<sub>2</sub> образуются при k=5,7, а полное разрушение материала, вызывающее откалывание плитки, происходит при увеличении осадки приблизительно в 40 раз, k=40 (рис. 7).



# **Рис. 6.** Нумерация выделенных элементов для наблюдения за изменением НДС с увеличением параметра *k*

Таким образом, показано, что развитие процесса осадок сооружения может приводить к разрушению наружного покрытия плиты, что внешне проявляется в откалывании керамических плиток. Этот факт может служить свидетельством, что деформации конструкции достигли опасного уровня.

Напряже- ние	k=1	k=5	k=10	k=13	k=20	k=23	k=26	k=29	k=34	k=37	k=40
σ <sub>1</sub> , ΜΠa	0,0352	0,1761	0,244	0,373	0,1226	0,164	0,232	0,247	0,112	0,050	0,027
σ <sub>2</sub> , ΜΠa	-0,000	-0,001	-0,045	-0,058	-0,431	-0,595	-0,866	-1,22	-0,161	-0,027	-0,022
Σ <sub>3</sub> , МПа	-0,032	-0,163	-0,388	-0,345	-1,512	-2,027	-3,173	-3,727	-0,245	-0,111	-0,036
статус											
трещины				-	-	-	-		-	~	-
на пло-				-	-	-	-	-	-	×	-
щадке <sup>⊥</sup> <i>о</i> 1											
статус											
трещины					-	~	~	~	-	-	0
на пло-					-	×	×	×	-	т	0
щадке <sup>⊥</sup> <i>σ</i> <sub>2</sub>											
статус											
трещины					-	-	~	~	~	~	-
на пло-					-	-	×	×	×	×	Ŧ
щадке <sup>⊥</sup> <i>о</i> ₃											

Таблица 2. Анализ напряженного состояния и картины трещин в элементе 1

Напряже- ние	k=1	k=5	k=10	k=13	k=20	k=23	k=26	k=29	k=34	k=37	k=40
σ <sub>1</sub> , ΜΠa	0,0031	0,0155	0,0357	0,0542	0,1199	0,169	0.297	0,062	0,108	0,152	0,354
σ2, МПа	-0,005	-0,025	-0,049	-0,063	-0,089	-0,100	-0.112	-0,24	-0,356	-0,429	-0,698
Σ3, МПа	-0,02	-0,099	-0,203	-0,268	-0,428	-0,517	-0.675	-1,033	-1,444	-1,902	-2,784
статус											
трещины				-	-	-	-	-	-	0	-
на пло-				Τ.	Τ.	-	Τ.	Ŧ	τ.	0	τ.
щадке <sup>⊥ <i>о</i>1</sup>											
статус											
трещины					-	~	0	0	-	-	0
на пло-					Τ.	×	0	0	τ.	Ŧ	0
щадке <sup>⊥</sup> <i>σ</i> <sub>2</sub>											
статус											
трещины							0	0	0	0	
на пло-					+	+	8	8	8	8	+
щадке <sup>⊥</sup> <i>о</i> ₃											

Таблица 3. Анализ напряженного состояния и картины трещин в элементе 2

Таблица 4. Анализ напряженного состояния и картины трещин в элементе 3

Напряже- ние	k=1	k=5	k=10	k=13	k=20	k=23	k=26	k=29	k=34	k=37	k=40
σ <sub>1</sub> , ΜΠa	0,0007	0,0035	0,0066	0,0079	0,0104	0,011	0,012	0,012	0,018	0,028	0,065
σ2, МПа	-0,004	-0,02	-0,039	-0,05	-0,075	-0,084	-0,093	-0,101	-0,113	-0,119	-0,15
Σ <sub>3</sub> , МПа	-0,012	-0,096	-0,192	-0,249	-0,38	-0,434	-0,488	-0,536	-0,614	-0,641	-0,638
статус трещины на пло- щадке <sup>⊥</sup> <i>о</i> 1				+	+	+	+	+	+	8	+
статус трещины на пло- щадке ⊥ <i>σ</i> <sub>2</sub>					+	⊗	8	8	+	+	8
статус трещины на пло- щадке ⊥ <i>σ</i> <sub>в</sub>					+	+	8	8	8	8	+

Таблица 5. Анализ напряженного состояния и картины трещин в элементе 4

Напряже- ние	k=1	k=5	k=10	k=13	k=20	k=23	k=26	k=29	k=34	k=37	k=40
σ <sub>1</sub> , ΜΠa	0,0253	0,126	0,453	0,194	0,181	0,225	0,27	0,248	0	0	0
σ <sub>2</sub> , ΜΠa	-0,001	-0,007	-0,011	-0,052	-0,345	-0,381	-0,39	-0,582	0	0	0
Σ <sub>3</sub> , МПа	-0,036	-0,18	-0,476	-0,583	-1,68	-2,7	-2,292	-3,197	0	0	0
статус трещины										0	
на пло-				+	+	+	+	+	+	8	+
щадке <sup>⊥</sup> <i>о</i> 1											
статус											
трещины					+			0	+	+	~
на пло-						0	0	~			0
щадке <sup>⊥</sup> <i>σ</i> <sub>2</sub>											
статус											
трещины					-	-	~	~	~	~	-
на пло-					Ŧ	Ŧ	×	×	×	×	Ŧ
щадке <sup>⊥</sup> <i>о</i> ₃											



k = 40

**Рис. 7.** Развитие трещин в элементах области *V*<sub>2</sub> при увеличении параметра нагрузки *k* 

Выводы: разработана численная модель плиты межэтажного перекрытия, позволяющая оценить НДС и выявить опасные зоны, и объемная модель опасного участка конструкции, позволяющая определить величину повреждения материала и характер трещин (открыта или закрыта). Изложена методика переноса граничных условий с расчетной модели пластинки на объемную модель. Из расчета установлено, что действующий характер перемещений может привести к появлению такого дефекта в конструкции, как откалывание плитки, а также определены величины осадок, приводящих к появлению первых трещин и величины осадок, приводящих к полному разрушению элементов исследуемой конструкции.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

- 1. *Розин, Л.А.* Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. 224 с.
- 2. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / пер. с англ. М.: Мир, 1984. 428 с.
- 3. Басов, К.А. ANSYS: справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.
- 4. *Хан, Х.* Теория упругости: Основы линейной теории упругости и ее применения: Пер. с нем. – М.: Мир, 1988. 344 с.
- Wiilam, K.J. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete / K.J. Willam, E.D. Warnke // Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering, ISMES, Bergamo, Italy. 1975. Vol. 19. P. 174.
- 6. *Кашеварова, Г.Г.* Численное моделирование деформирования и разрушения системы «здание – фундамент – основание» / *Г.Г. Кашеварова, Н.А. Труфанов.* – Екатеринбург-Пермь: УрО РАН, 2005. 225 с.
- Образцов, И.Ф. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов: Учеб. пособие для студентов авиац. спец. вузов / И.Ф. Образцов, Л.М. Савельев, Х.С. Хазанов. М.: Высш. шк., 1985. 392 с.

## FINAL-ELEMENT MODELING OF CRACKING ZONES FORMATION PROCESS IN THREE-LAYER PLATE

© 2011 M.L. Bartolomey<sup>1</sup>, N.A. Trufanov<sup>1</sup>, I.N. Shardakov<sup>2</sup>

## <sup>1</sup> Perm National Research Polytechnic University <sup>2</sup> Institute of Continuous Medium Mechanics UB RAS, Perm

The intense-deformed state of the plate leaning against system of columns at the set settlements of columns is examined. The numerical model of construction within the limits of the theory of plates bending is developed, allowing to determine the dangerous zones, and volumetric model of dangerous area of plate, allowing to define the level of material damage, orientation and character of cracks (open or closed). The technique of carrying over the boundary conditions from settlement model of a plate on volumetric model is stated. Magnitudes of settlements, leading to occurrence the first cracks and to final fracture of examined layer of construction are defined.

Key words: finite element method, plate bending, cracking, destruction

Mariya Bartolomey, Post-graduate Student. E-mail: mbartolomey@mail.ru Nikolay Trufanov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Computation Mathematics and Mechanics Department. E-mail: nat@pstu.ru Igor Shardakov, Doctor of Physics and Mathematics, Chief of the Laboratory of Thermomechanical Processes in Deformable Bodies Modeling. E-mail: shardakov@icmm.ru