

## РАЗРАБОТКА И ТЕСТИРОВАНИЕ ОБЪЕКТА СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ (*dam*)

© 2011 В.В. Телегин

Липецкий государственный технический университет

Поступила в редакцию 08.11.2011

В статье изложена методика разработки и тестирования моделей объекта коромысла (качающийся или вращающийся рычаг) системы динамического анализа механизма (*dam*).

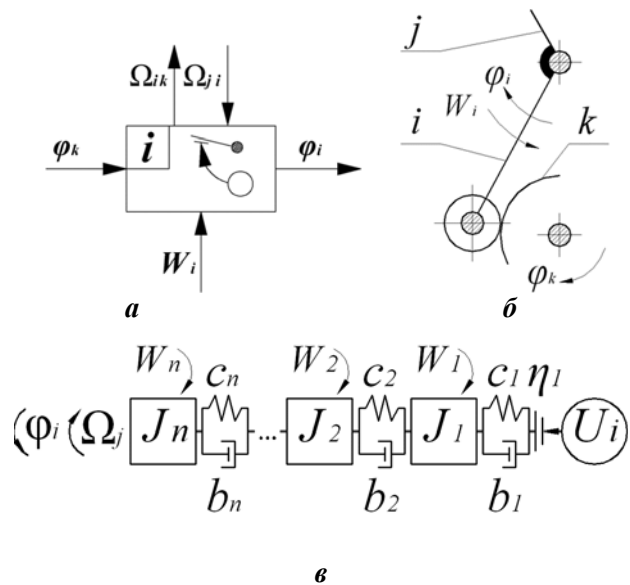
Ключевые слова: *рычаг, замыкающее усилие, динамическая модель*

Система динамического анализа механизмов (*dam*) – программа, позволяющая в интерактивном режиме построить объектную, динамическую и математическую модели механизма и выполнить комплексное исследование его динамики [1]. Коромысло (или вращающийся рычаг) – один из самых распространённых элементов в конструкциях большинства механизмов, в виде консольной балки переменного сечения, перемещающейся в плоскости перпендикулярной оси (рис. 1). Считая вращающийся рычаг объектом системы *dam*, поставим задачу разработать и исследовать его модель в предположении, что сам объект моделируется системой масс, последовательно соединённых друг за другом упруго-диссипативными связями [2, 3]. При разработке модели объекта приняты следующие предположения:

- моделируемое звено (рычаг) – сплошное однородное тело, разбиваемое секущими плоскостями перпендикулярными его оси на  $n$  фрагментов;
- каждый из фрагментов совершает только вращательное движение относительно оси рычага. Деформация растяжения-сжатия в рычаге и вращение фрагментов относительно любой другой оси, кроме указанной, отсутствуют.

Объекту, точнее его модели, с той или иной степенью точности могут соответствовать различные звенья (группы звеньев) механизмов. Данный объект (условное обозначение на рис. 1а) – коромысло кулачкового механизма (рис. 1б).

*Телегин Виктор Валериевич, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой “Инженерная графика”. E-mail: vivt@lipetsk.ru*



**Рис. 1.** Объект – коромысло: **а** – обозначение на объектном представлении механизма ( $i$ -ый объект), **б** – кинематическая схема, **в** – динамическая модель

Уравнение движения масс динамической модели (рис. 1в):

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = -c_1(\varphi_1 - U_i(\varphi_k)) - b_1(\dot{\varphi}_1 - U'_i(\varphi_k)\dot{\varphi}_k) + \\ \quad + c_2(\varphi_2 - \varphi_1) + b_2(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + W_1 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = -c_2(\varphi_2 - \varphi_1) - b_2(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + \\ \quad + c_3(\varphi_3 - \varphi_2) + b_3(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) + W_2 \\ \dots \dots \dots \\ J_n \ddot{\varphi}_n = -c_n(\varphi_n - \varphi_{n-1}) - b_n(\dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_{n-1}) + W_n + \Omega_j \end{cases}, \quad (1)$$

где  $n$  – число сосредоточенных масс, моделирующих рассматриваемый объект (вращающийся рычаг). Очевидно, чем больше  $n$ , тем точнее модель будет описывать объект, естественно, в случае достоверности значений её прочих параметров. Таким образом, если в качестве математической модели вращающегося

рычага использовать уравнения (1), будем иметь:

▪ Входные параметры:  $\varphi_k, \dot{\varphi}_k$  – перемещение и скорость предшествующего ему  $k$ -го объекта;  $\Omega_j$  – возмущение со стороны  $j$ -го объекта, следующего за рассматриваемым (2);  $W_m$

– ( $m=[1, 2, \dots, n]$  – внешние нагрузки. Это момент, приложенный к  $m$ -ой массе модели.

▪ Выходные параметры:  $\varphi_i, \dot{\varphi}_i$  – перемещение и скорость объекта;  $\Omega_i$  – отклик на возмущение предшествующего объекта (2),  $\delta, \delta_{\max}, \sigma$  – точность позиционирования рычага, её максимальное и среднее значения (3).

$$\Omega_i = [c_1 (\varphi_1 - U_i(\varphi_k)) + b_1 (\dot{\varphi}_1 - U'_i(\varphi_k)\dot{\varphi}_k)] \cdot U'_i(\varphi_k), \quad (2)$$

$$\delta = \varphi_n - U_i(\varphi_k), \quad \delta_{\max} = \max(\varphi_n - U_i(\varphi_k)), \quad \sigma = \frac{1}{T} \int_0^T |\varphi_n - U_i(\varphi_k(t))| dt. \quad (3)$$

Характеристики вида (3) служат для оценки уровня протекающих в объекте динамических процессов. В данной работе они будут использоваться для тестирования моделей.

▪ Свойства:  $N$  – число масс динамической модели (рис. 1б);  $J_m$  – моменты инерции фрагментов рычага относительно осей их вращения ( $J_m=const$ );  $c_m, \psi$  – упруго-инерционные характеристики связей, соединяющих фрагменты рычага ( $c_m=const$  при  $m \neq 1$ );  $\eta_i$  – зазор в соединении рассматриваемого объекта с предыдущим;  $U_i(\varphi_k), U'_i(\varphi_k)$  – функция положения рычага и её производная. Для определения величин  $c_1, b_m$  используются зависимости, приведённые в работах [1, 2].

Пригодность любой модели для её использования в системе (*dam*), будем проверять по следующим показателям: сложность, устойчивость, границы применимости. В качестве тестового звена, которому в частности соответствует исследуемый объект, выберем консольную вращающуюся балку в форме прямоугольного сечения высотой в два раза больше ширины, перемещающуюся по гармоническому закону вида:

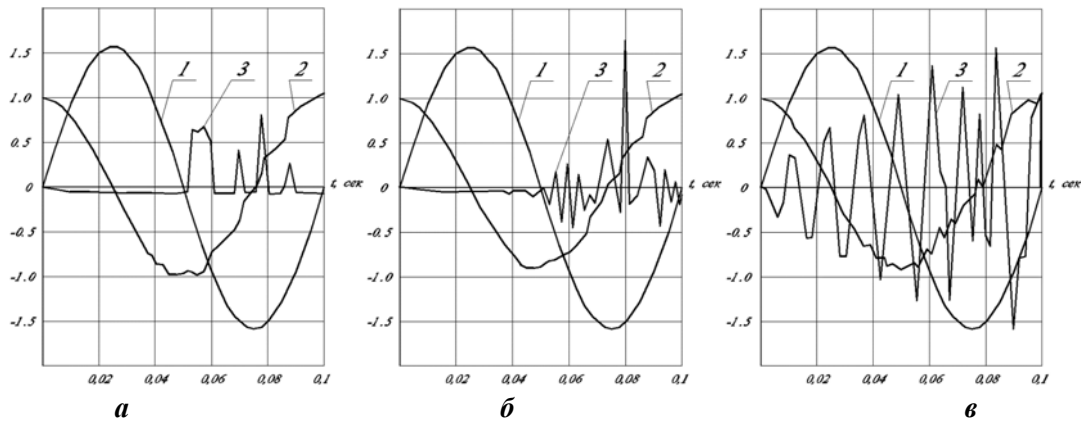
$$U = \frac{\pi}{2} \cdot \sin 2\pi vt, \quad U' = \frac{\pi}{2} \cdot \cos 2\pi vt. \quad (4)$$

По существу это стержень ( $J=0,1 \text{ кг/м}^2, c=1,0 \cdot 10^7 \text{ Нм/рад}$ ), качающийся на оси, проходящий через один из его концов с амплитудой равной половине оборота (180 градусов) и частотой  $\nu$  раз в секунду ( $\nu=10 \text{ сек}^{-1}$ ). Зазор  $\eta$  будем считать равным нулю. Силы сопротивления не учитываются. Момент, обеспечивающий замыкание кинематической цепи, принят равным 600 Нм. На рис. 2 приведены расчётные значения кинематических характеристик (перемещение  $\varphi$ ,

скорость  $\dot{\varphi}$ , ускорение  $\ddot{\varphi}$ ), полученные на основе одномассовой, двухмассовой и десяти-массовой моделей. Максимальное и среднее отклонения составляют в этом случае соответственно для одномассовой модели: 0,0075 и 0,0016 рад, двухмассовой модели – 0,0075 и 0,0017 рад, десяти-массовой модели – 0,0089 и 0,0014 рад.

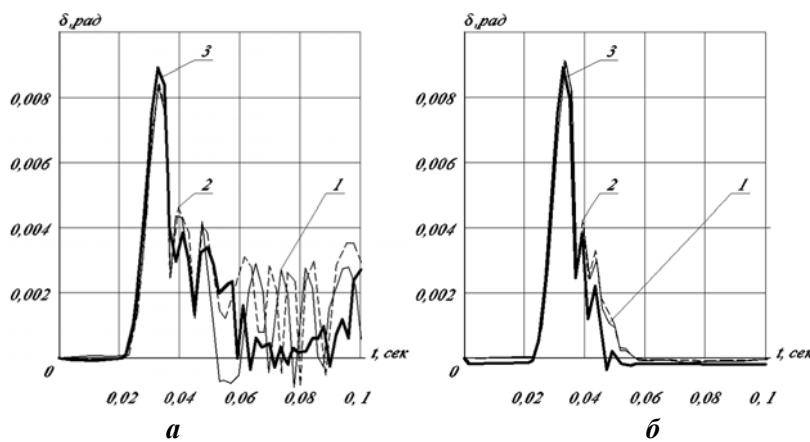
Если принять в качестве эталона данные, полученные на основе десяти-массовой модели, то относительная погрешность расчётов для одномассовой и двухмассовой моделей составит соответственно: для  $\delta_{\max}$  –  $\approx 15,9\%$  и  $\approx 16,2\%$ , для  $\sigma$  –  $\approx 16,3\%$  и  $\approx 20\%$ . Таким образом, как следует из приведённых выше зависимостей для получения результатов приемлемой точности по перемещениям и скоростям вполне достаточно одномассовой модели. Эта же модель позволяет оценить уровень нагрузок в рычаге и, к сожалению, непригодна для вычисления ускорений. Следует отметить, что учёт сил сопротивления позволяет резко повысить сходимость результатов (рис. 3). Так, при  $\psi=0,4$  относительная погрешность для  $\delta_{\max}$  не превышает 0,4%, а для  $\sigma$  – 6%.

Анализ приведенных зависимостей (см. рис. 2, 3) показывает, что для данного скоростного режима, значений упруго-инерционных характеристик и величине замыкающего момента имеет место разрыв в кинематической паре объекта. Если это реальный кулачковый механизм, то в процессе его работы ролик коромысла постоянно «стучит» по дорожке кулачка. Очевидно, что о работоспособности механизма в этом случае говорить не приходится. Исправить положение можно различными способами, например, увеличить замыкающий момент (рис. 4).



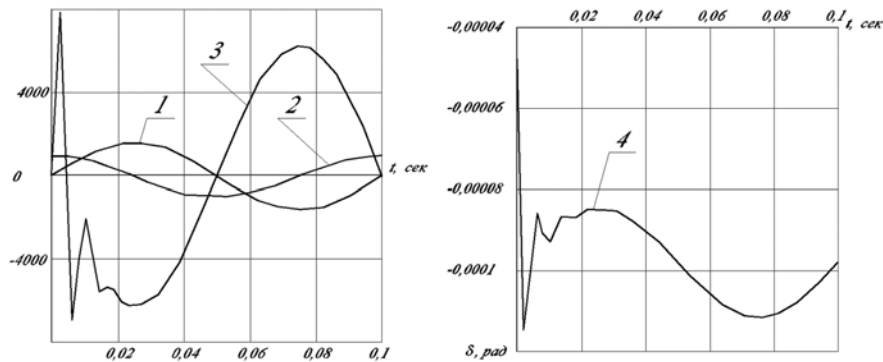
**Рис. 2.** Характеристики объекта «коромысло»:

*a* – одномассовая, *б* – двухмассовая, *в* – десятимассовая модели: 1 – перемещение ( $\cdot 1$  рад), 2 – скорость ( $\cdot 10^2$  рад $\cdot$ сек $^{-1}$ ), 3 – ускорение ( $\cdot 10^5$  рад $\cdot$ сек $^{-2}$ )



**Рис. 3.** Точность позиционирования объекта:

*a* –  $\psi=0$ , *б* –  $\psi=0,4$ ; 1 – одномассовая модель, 2 – двухмассовая модель, 3 – десятимассовая модель



**Рис. 4.** Кинематические характеристики объекта ( $M=1000$ ,  $\psi=0,4$  – десятимассовая модель):

1 – перемещение ( $\cdot 10^{-3}$  рад), 2 – скорость ( $\cdot 10^{-1}$  рад $\cdot$ сек $^{-1}$ ), 3 – ускорение ( $\cdot 1$  рад $\cdot$ сек $^{-2}$ ), 4 – точность позиционирования ( $\cdot 1$  рад)

Для определения границ применимости, в которых модель устойчива, исследуем её поведение в следующих диапазонах изменения значений упруго-инерционных параметров: моментов инерции  $J=[0,05, 1,0]$  кг/м $^2$ , жёсткостей –  $c=[0,25 \cdot 10^7, 5,0 \cdot 10^7]$  Нм/рад. На рис. 5 изображены графики функции  $\delta_{\max}(J, c)$  при различных замыкающих моментах и скоростных режимах. Для их построения была использована

двухмассовая модель. Анализ приведенных зависимостей показывает, что при изменении параметров модели в исследуемых пределах зоны потери её устойчивости отсутствуют. Достаточно резкий рост  $\delta_{\max}(J, c)$  (рис. 5 *a, б, в*) связан с разрывами в кинематической цепи объекта. Такую ситуацию следует расценивать как потерю работоспособности механизм, которому соответствует данный объект.

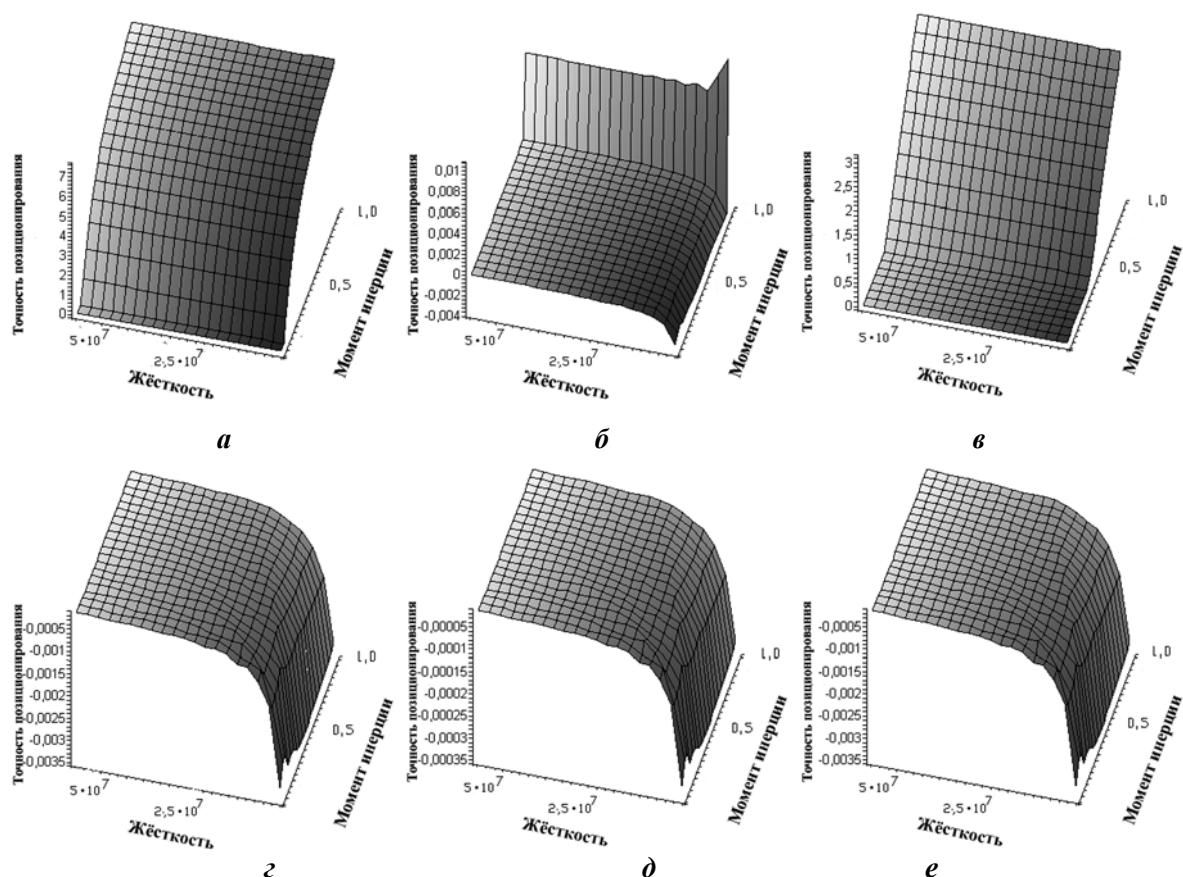


Рис. 5. К расчёту устойчивости модели: *а* –  $\nu=1$ ,  $M=600$ ; *б* –  $\nu=5$ ,  $M=600$ , *в* –  $\nu=10$ ,  $M=600$ ; *г* –  $\nu=1$ ,  $M=6000$ , *д* –  $\nu=5$ ,  $M=6000$ , *е* –  $\nu=10$ ,  $M=6000$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Телегин, В.В. Объектно-ориентированный подход и его компьютерная реализация в задачах анализа динамики машин / В.В. Телегин // Известия Самарского научного центра РАН, Т. 12, 4(3), 2010. С. 623-628.
2. Телегин, В.В. Динамика механизмов многопозиционных холодноштамповочных автоматов: монография / В.В. Телегин. – Липецк: ЛГТУ, 2006. 204 с.
3. Телегин, В.В. Ввод и тестирование данных объекта «Вращающийся рычаг»: св. о гос. рег. прог. для ЭВМ РФ. №2009610701 от 29.01.2009; заявл. 12.11.2008; опубл. 20.06.2009. В бюлл.: RU ОБПБТ, № 2(67). С.168.

### WORKING OUT AND TESTING OF THE OBJECT IN SYSTEM OF DYNAMIC ANALYSIS OF THE MECHANISMS (*dam*)

© 2011 V.V. Telegin

Lipetsk State Technical University

In a paper the method of working out and testing of the models of object as a balance (swinging or rotating bar) in system of dynamic analysis of the mechanism (*dam*) is stated.

Keywords: *bar, closing force, dynamic model*