УДК 62-503.5

ДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ТРЕХМАССОВОГО РОБОТА ПО ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2011 С.Ф. Яцун, В.Н. Шевякин, Л.Ю. Волкова, В.В. Серебровский

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

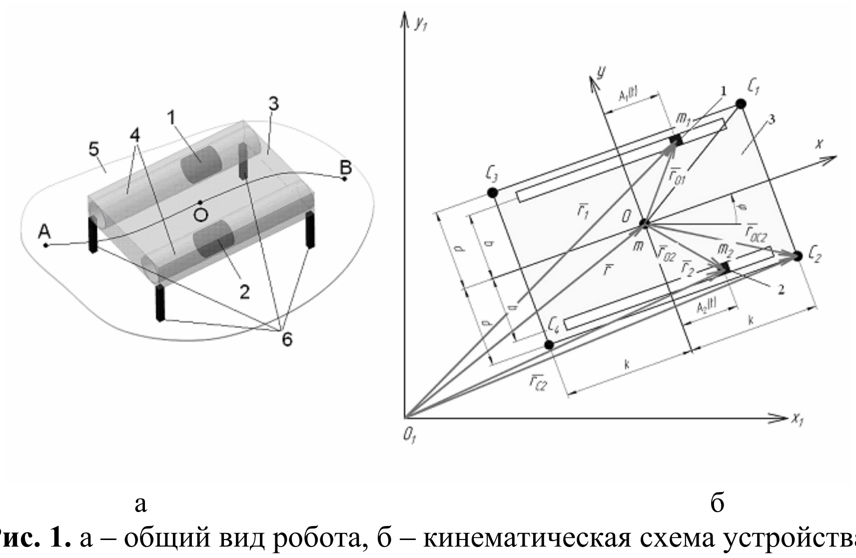
Поступила в редакцию 10.11.2011

Представлена математическая модель мобильного робота, перемещающегося по криволинейной траектории по горизонтальной поверхности за счет движения двух внутренних масс и внешней силы вязкого сопротивления. Приведены результаты моделирования движения объекта.

Ключевые слова: *мобильный трехмассовый робот, внутренняя масса, сила вязкого сопротивления, ориентация опорных элементов*

Одним из перспективных направлений робототехники являются мобильные роботы, движущиеся за счет периодических колебаний внутренних масс. Работы [1-3] посвящены изучению прямолинейного движения двух- и трехмассовых систем в среде с сопротивлением. Вопросы моделирования криволинейного движения вибрационных роботов по горизонтальной поверхности изучены в [4, 5]. В статье представлены результаты исследования прямолинейного и криволинейного движений робота, перемещающегося за счет периодических колебаний двух внутренних масс. Особое внимание уделено вопросу моделирования взаимодействия корпуса робота с опорной поверхностью.

Описание робота и его математическая модель. Конструкция рассматриваемого робота состоит из 3 основных частей: двух подвижных внутренних масс *1* и *2* и корпуса *3* (рис. 1). Внутренние массы перемещаются относительно корпуса по направляющим *4*. Положим, что корпус контактирует с поверхностью *5* при помощи четырех опорных элементов *6* и движется по ней за счет сил трения.



а б

Рис. 1. а – общий вид робота, б – кинематическая схема устройства:
1, 2 – внутренние массы, 3 – корпус, 4 – направляющие, 5 –поверхность, 6 – опорные элементы, АВ – криволинейная траектория

Яцун Сергей Федорович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики и мехатроники. E-mail: teormeh@inbox.ru
Шевякин Виталий Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики и мехатроники
Волкова Людмила Юрьевна, аспирантка
Серебровский Вадим Владимирович, доктор технических наук, профессор кафедры биомедицинской инженерии

Введем две системы координат: абсолютную неподвижную систему координат $O_1x_1y_1$ и относительную систему координат Oxy, которая жестко связана с корпусом робота так, что начало координат O совпадает с центром масс корпуса, ось Ox параллельна траекториям движения внутренних масс. Угол φ определяет поворот системы координат Oxy относительно $O_1x_1y_1$. Будем считать, что корпус робота является абсолютно твердым телом, центр инерции которого расположен в точке O (рис. 1). Внутренние массы *1* и *2* являются точечными и движутся по прямолинейным траекториям, лежащим в плоскости Oxy, параллельны оси Ox и равноудалены относительно центра масс корпуса робота на расстояние b. Законы движения внутренних масс $A_j(t)$, j=1,2 являются периодическими функциями вида

$$A_j(t) = a_j \sin\left(\omega_j t + \alpha_j\right), \qquad (1)$$

где a_j – амплитуда, ω_j – круговая частота, α_j – начальная фаза перемещения внутренней массы.

Робот контактирует с поверхностью в точках C_i, i=1, 2, 3, 4, в которых возникают силы сопротивления, при помощи 4 опорных элементов, каждый из которых является абсолютно твердым телом. Опоры могут располагаться под разными углами в вертикальной плоскости относительно оси Ox, что позволяет управлять величиной сил сопротивления. Высота опорного элемента мала, поэтому учитывать ее при определении координат контактных точек C_i не будем. Модели сил сопротивления вдоль осей системы координат, связанной с корпусом устройства, определяются углами наклона опор к осям Ox и Oy, а численные значения коэффициентов вязкости вдоль этих осей – углами наклона опор к осям Ox и Oy и свойствами смазывающего вещества. Относительно положительного направления оси Ox i-ый опорный элемент может быть ориентирован под тремя углами γ_i, каждому из которых соответствует своя сила вязкости

$$Q_{C_i}^{x0} = -\mu_{x0}^{sr}\dot{x}_{Ci}^{(0)} \text{ при } \gamma_i=90^0, \qquad (2)$$

$$Q_{C_i}^{x0} = \begin{cases} 0,\ \dot{x}_{C_i}^{(0)} = 0, \\ -\mu_{x0}^{\min}\dot{x}_{C_i}^{(0)}, \dot{x}_{C_i}^{(0)} > 0, \\ -\mu_{x0}^{\max}\dot{x}_{C_i}^{(0)},\ \dot{x}_{C_i}^{(0)} < 0 \end{cases} \text{ при } \gamma_i=45^0, \qquad (3)$$

$$Q_{C_i}^{x0} = \begin{cases} 0,\ \dot{x}_{C_i}^{(0)} = 0, \\ -\mu_{x0}^{\max}\dot{x}_{C_i}^{(0)},\ \dot{x}_{C_i}^{(0)} > 0, \\ -\mu_{x0}^{\min}\dot{x}_{C_i}^{(0)},\ \dot{x}_{C_i}^{(0)} < 0 \end{cases} \text{ при } \gamma_i=135^0, \qquad (4)$$

где $\dot{x}_{C_i}^{(0)}$ - проекция скорости i-ой опоры на ось Ox, μ_{x0}^{sr}, $\mu_{x0}^{\min}$, $\mu_{x0}^{\max}$ – средний, минимальный и максимальный коэффициенты вязкости вдоль оси Ox.

Угол наклона опор относительно оси Oy равен 90^0, поэтому вдоль нее возникает симметричная сила вязкого сопротивления

$$Q_{C_i}^{y0} = -\mu_{y0}\dot{y}_{Ci}^{(0)}, \qquad (5)$$

где μ_{y0} – коэффициент вязкости вдоль оси Oy, $\dot{y}_{Ci}^{(0)}$ – проекция скорости i-ой опоры на ось Oy.

Зависимость коэффициентов вязкости от свойств смазывающего вещества проявляется в изменении численных значений параметров μ_{x0}^{sr}, $\mu_{x0}^{\min}$, $\mu_{x0}^{\max}$, μ_{y0} при использовании различных веществ по следующей формуле:

$$\mu_{x0_i} = \mu_{y0}\left(1 + p_i\chi\right), \qquad (6)$$

где $0 \le \chi \le 1$ – коэффициент, зависящий от свойств смазывающего вещества, а

$$p_i = \left(\frac{1}{45}\gamma_i - 2\right)\operatorname{sgn}(\dot{x}_{C_i}^{(0)}) \qquad (7)$$

параметр, являющийся функцией угла наклона опоры к положительному направлению оси Ox (рис. 2).

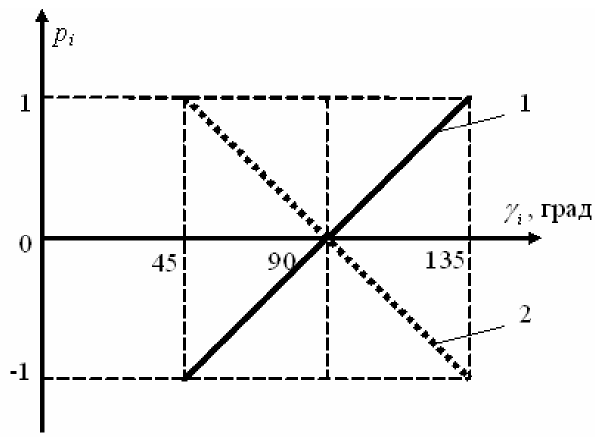


Рис. 2. График зависимости $p_i(\gamma_i)$: 1 - $\dot{x}_{C_i}^{(0)} > 0$, 2 - $\dot{x}_{C_i}^{(0)} < 0$

Структурная схема системы управления роботом изображена на рис. 3.

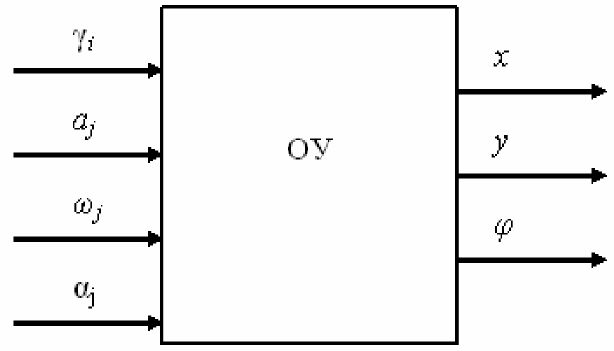


Рис. 3. Структурная схема системы управления роботом

В качестве управляющих воздействий выступают: γ_i – угол наклона i-ого опорного элемента в вертикальной плоскости относительно продольной оси корпуса, a_j, ω_j, α_j – амплитуда, круговая частота и начальная фаза движения j-ой внутренней массы. Управляемыми параметрами являются координаты x и y центра масс корпуса устройства и угол φ поворота корпуса робота относительно его центра масс. Дифференциальные уравнения движения объекта имеют вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \sum_{j=1}^{2} m_j[\ddot{x} - 2\dot{\varphi}\dot{A}_j \sin\varphi - \ddot{\varphi}(A_j \sin\varphi + B_j \cos\varphi) - \\ - \dot{\varphi}^2 (A_j \cos\varphi - B_j \sin\varphi) + \ddot{A}_j \cos\varphi] = Q_{x1}, \\ m\ddot{y} + \sum_{j=1}^{2} m_j[\ddot{y} + 2\dot{\varphi}\dot{A}_j \cos\varphi - \ddot{\varphi}(-A_j \cos\varphi + B_j \sin\varphi) - \\ - \dot{\varphi}^2 (A_j \sin\varphi + B_j \cos\varphi) + \ddot{A}_j \sin\varphi] = Q_{y1}, \\ J\ddot{\varphi} + \sum_{j=1}^{2} m_j[-\sin\varphi(\ddot{x}A_j + \ddot{y}B_j) - \cos\varphi(\ddot{x}B_j - \ddot{y}A_j) + \\ + 2\dot{\varphi}A_j\dot{A}_j + \ddot{\varphi}(A_j^2 + B_j^2) - \ddot{A}_j B_j] = M_O. \end{cases} \tag{8}$$

где $B_j = (-1)^{j+1} b$ - координата j-ой массы в проекции на ось Oy,

$$Q_{x1} = \sum_{i=1}^{4} (-\mu_{x0i} \cos\varphi(\dot{x}\cos\varphi + \dot{y}\sin\varphi - \dot{\varphi}d_i) - \\ - \mu_{y0} \sin\varphi(\dot{x}\sin\varphi - \dot{y}\cos\varphi - \dot{\varphi}k_i)), \tag{9}$$

$$Q_{y1} = \sum_{i=1}^{4} (-\mu_{x0_i} \sin\varphi(\dot{x}\cos\varphi + \dot{y}\sin\varphi - \dot{\varphi}d_i) + \\ + \mu_{y0} \cos\varphi(\dot{x}\sin\varphi - \dot{y}\cos\varphi - \dot{\varphi}k_i)). \tag{10}$$

- проекции главного вектора сил сопротивления на оси O_1x_1 и O_1y_1,
- главный момент сил сопротивления,
- момент инерции корпуса J.

$$M_O = \sum_{i=1}^{4} \left[-\mu_{x0_i} d_i (\dot{x}\cos\varphi + \dot{y}\sin\varphi - \dot{\varphi}d_i) + \mu_{y0} k_i (\dot{x}\sin\varphi - \dot{y}\cos\varphi - \dot{\varphi}k_i) \right] \tag{11}$$

Исследование характера движения робота. Результаты численного моделирования позволяют выявить характер перемещения объекта в зависимости от параметров модели силы вязкого сопротивления, обусловленной положением опорных элементов, а также параметров закона движения внутренних масс. Установлено, что при синфазном движении внутренних масс и одинаковой ориентации опор $\gamma=\gamma_i$ относительно вертикали объект совершает колебательные движения вдоль оси, совпадающей с продольной осью корпуса, при симметричной модели силы вязкого трения, или перемещается вдоль той же оси в сторону меньшего коэффициента вязкости при асимметричной силе сопротивления (рис. 4).

При том же законе колебаний внутренних масс и разных углах наклона опорных элементов корпус робота поворачивается относительно его центра масс, который совершает колебания вдоль двух осей абсолютной системы координат (рис. 5).

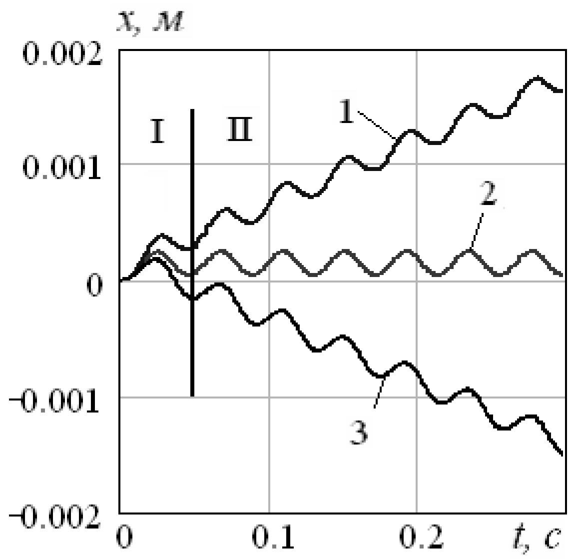
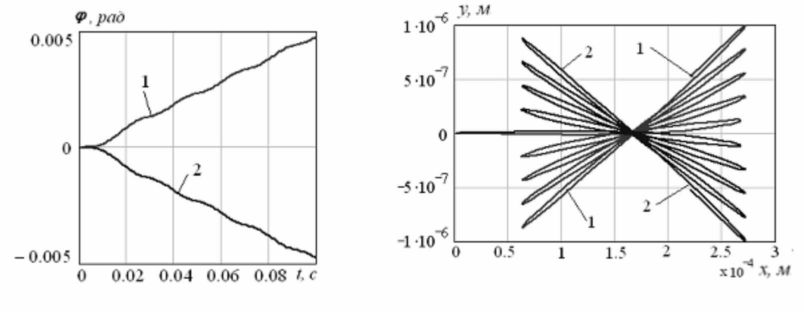


Рис. 4. Графики движения робота при синфазном перемещении внутренних масс: 1 – γ=45^0, 2 – γ=90^0, 3 – γ=135^0, I – переходный режим, II – установившийся режим



а б

Рис. 5. Графики: а – $\varphi(t)$, б – $y(x)$ при синфазном перемещении внутренних масс: $1 - \gamma_{1,3}=135^0$, $\gamma_{2,4}=45^0$, $2 - \gamma_{1,3}=45^0$, $\gamma_{2,4}=135^0$

При движении внутренних масс в противофазе и симметричной силе трения происходит перемещение устройства по одной обобщенной координате – углу поворота (рис. 6). Введение асимметричной силы сопротивления при $\gamma=\gamma_i$ приводит к возбуждению движения по трем обобщенным координатам (рис. 6, 7).

При разной ориентации опор и противофазных колебаниях внутренних масс робот совершает вращательное движение относительно неподвижного центра масс корпуса (рис. 8).

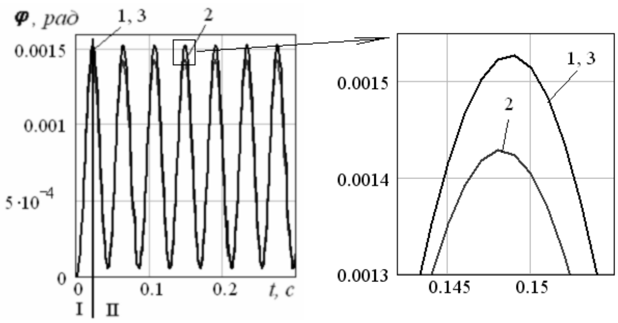
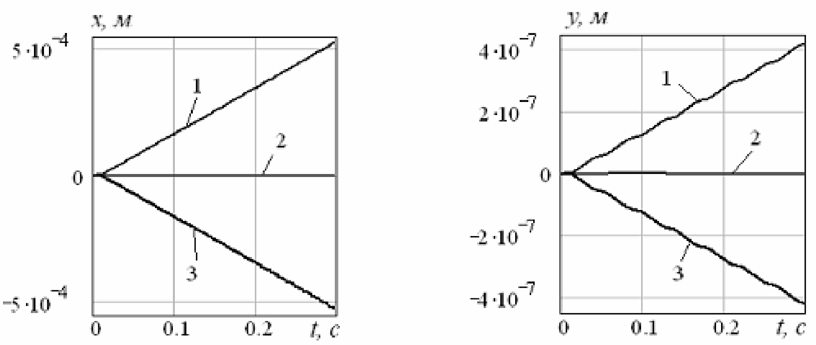


Рис. 6. Графики угла поворота корпуса робота при перемещении внутренних масс в противофазе: $1 - \gamma=45^0$, $2 - \gamma=90^0$, $3 - \gamma=135^0$, I – переходный режим, II – установившийся режим



а б

Рис. 7. Графики а – $x(t)$, б – $y(t)$ при перемещении внутренних масс в противофазе: $1 - \gamma=45^0$, $2 - \gamma=90^0$, $3 - \gamma=135^0$

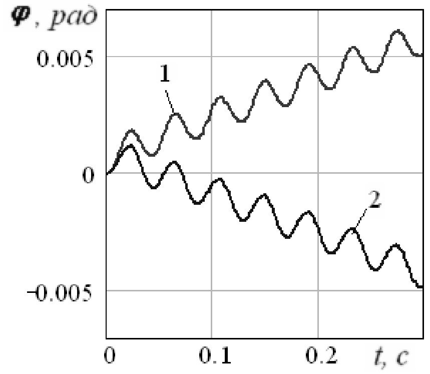
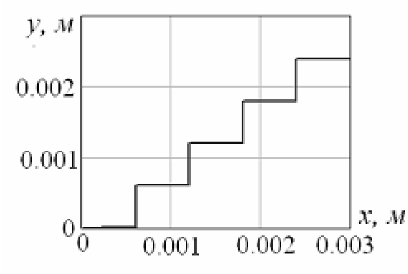
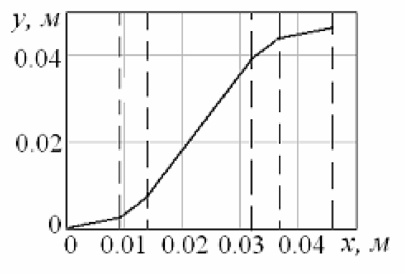


Рис. 8. Графики движения робота при перемещении внутренних масс в противофазе: $1 - \gamma_{1,3}=135^0$, $\gamma_{2,4}=45^0$, $2 - \gamma_{1,3}=45^0$, $\gamma_{2,4}=135^0$

Программно-управляемое движение робота. По результатам исследования характера движения робота можно сделать вывод о том, что прямолинейное движение устройства с ненулевой средней скоростью происходит при синфазном движении внутренних масс при одинаковой ориентации опорных элементов $\gamma=45^0$, 135^0, поворот робота относительно неподвижного центра масс корпуса осуществляется при разных углах наклона опор $\gamma_{1,3}=135^0$, $\gamma_{2,4}=45^0$ или $\gamma_{1,3}=45^0$, $\gamma_{2,4}=135^0$, если внутренние массы колеблются в противофазе. В соответствии с этим предложен алгоритм ступенчатого перемещения объекта, реализуемый путем чередования участков прямолинейного и вращательного движений. Варьируя время прямолинейных участков и значения углов поворота корпуса, можно реализовать движение робота по различным криволинейным траекториям (рис. 9).



а



б

Рис. 9. Криволинейное движение виброробота: а – ступенчатое, б – по s-образной траектории

Выводы: в работе исследована динамика управляемого движения трехмассового мобильного робота, перемещающегося по горизонтальной плоскости в среде с вязким сопротивлением при движении двух внутренних масс. Установлено влияние модели силы вязкого сопротивления, ориентации опорных элементов и параметров законов колебаний внутренних масс на характер движения робота. Реализовано программно-управляемое движение устройства по криволинейной траектории, заключающееся в чередовании прямолинейного и вращательного перемещений корпуса за счет управления сдвигом фаз колебаний двух внутренних масс и углами наклона опорных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Черноусько, Ф.Л.* Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // ПММ. 2008. Т. 72, №. 2. С. 202-215.
2. *Черноусько, Ф.Л.* О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // Докл. РАН. 2005. Т. 405, №1. С. 1-5.
3. *Болотник, Н.Н.* Динамика управляемых движений вибрационных систем / *Н.Н. Болотник, И.М. Зейдис, К. Циммерман, С.Ф. Яцун* // Известия РАН. Теория и системы управления. 2006. №5. С. 157-167.
4. *Abaza, K.* Ein Beitrag zur Anwendung der Theorie Undulatorischer Lokomotion auf mobile Roboter: Evaluierung theoretischer Ergebnisse an Prototypen // Universitäts-Verlag. Ilmenau. 2007. p. 126.
5. *Vartholomeos, P.* Analysis, Design and Control of a Planar Micro-robot Driven by Two Centripetal-Force Actuators / *P. Vartholomeos, E. Papadopoulos* // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '06). May 2006. Orlando. FL. USA. P. 649-654.

DYNAMICS OF OPERATED MOVEMENT OF THREE-MASS ROBOT ON A FLAT SURFACE

© 2011 S.F. Yatsun, V.N. Shevyakin, L.Yu. Volkova, V.V. Serebrovskiy

South-West State University, Kursk

The mathematical model of the mobile robot displaced on a curvilinear trajectory on a horizontal surface at the expense of movement of two internal masses and external force of a viscous friction is presented. Results of modeling the movement of an object are reduced.

Key words: *mobile three-mass robot, internal mass, force of viscous friction, orientation of basic elements*

Sergey Yatsun, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Theoretical Mechanics and Mechatronics Department. E-mail: teormeh@inbox.ru
Vitaliy Shevyakin, Doctor of Technical Sciences, Professor at the Theoretical Mechanics and Mechatronics Department
Lyudmila Volkova, Post-graduate Student
Badim Serebrovskiy, Doctor of Technical Sciences, Professor at the Biomedical Engineering Department