

УДК 629.73.002.2

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ АМПЛИТУДЫ КРОМКОВОЙ ВОЛНИСТОСТИ ГНУТОЛИСТОВЫХ ТОНКИХ ПРОФИЛЕЙ ПРИ ИХ СЕРИЙНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

© 2011 С.Г. Рыжаков¹, П.М. Попов², М.В. Савин²

¹Ульяновский филиал конструкторского бюро ОАО «Туполев»

²Институт авиационных технологий и управления
Ульяновского государственного университета

Поступила в редакцию 12.05.2011

В статье авторы разрабатывают и предлагают математические модели для оценки амплитуды кромковой волнистости гнутолистовых тонких профилей по параметрам синусоидальной кромковой и криволинейной полок профилей, для определения продольных деформаций, остаточных напряжений по ширине заготовки, крутки ассиметричного профиля и Z-образного после их отформовки на предварительных переходах.

Ключевые слова: математические модели, амплитуды кромковой волнистости, тонкие профили, продольные деформации, остаточные напряжения.

Для оценки влияния величин остаточных продольных деформаций растяжения в тонких краевых элементах профиля на значения амплитуды волнистости кромок, зададим функцию прогиба кромки полки от недеформированного состояния в синусоидальном виде (рис. 1):

$$\omega(x) = \omega_M \sin(2\pi x / T), \quad (1)$$

где ω_M – амплитуда краевой волнистости (по кромке); x – продольная координата;

T – период волнистости.

Длину растянутой кромки l на длине периода T определим по известному выражению дифференциальной геометрии:

$$l = \int_{-0,5T}^{+0,5T} \sqrt{1 + [\omega'(x)]^2} dx. \quad (2)$$

Решим приближенно данный интеграл, разложив выражение под корнем в степенной ряд с точностью до четвертого порядка (сокращенный ряд Тейлора). Введя ряд упрощений и выполнив математические преобразования, получим:

$$l = T \left[1 + 0,25\omega_M^2 \pi^2 T^{-2} + 4,68 \cdot 10^{-2} \omega_M^4 \pi^4 T^{-4} \right]. \quad (3)$$

Тогда величина относительной деформации растяжения полки (по кромке) относительно недеформированной в продольном направлении зоны сгиба и неподгибаемых элементов равна:

$$\varepsilon_i = \left[0,25\omega_M^2 \pi^2 T^{-2} + 4,68 \cdot 10^{-2} \omega_M^4 \pi^4 T^{-4} \right]. \quad (4)$$

Ввиду малости последнего члена выражения (4) получим равенство, связывающее значения относительных остаточных деформаций растяжения в кромке отформованной полки с амплитудой волнистости этой кромки равной ω_M при условии прямолинейности готового профиля [1]:

$$\varepsilon_i = (\pi\omega_M / 2T)^2. \quad (5)$$

Приравнивая выражение, полученное на основе геометрических параметров зоны плавного перехода и заготовки, угла подгибки за проход и механических свойств деформируемого материала, к равенству (5) имеем следующую зависимость амплитуды волнистости кромки ($c=b$) от режимов профилирования:

$$\omega_M = (T/\pi) \cdot \left[0,5b^2 (\beta_1 \partial(\arcsin[\sin(\alpha) \cdot [(t+C_1) \cdot cht + (C_4 t - 1) \cdot sht]]) / \partial t)^2 - \sigma_S / E \right]^{0,5}. \quad (6)$$

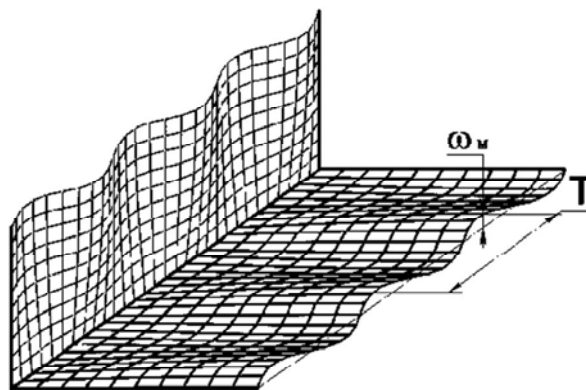


Рис. 1. Параметры синусоидальной кромковой волнистости

Рыжаков Станислав Геннадьевич, кандидат технических наук, Зам. Главного конструктора, директор.
E-mail: ufkbtu@tv.ru.

Попов Петр Михайлович, доктор технических наук, профессор кафедры «Самолетостроение».

E-mail: ptporov2008@rambler.ru.

Савин Максим Валерьевич, старший преподаватель кафедры «Самолетостроение».

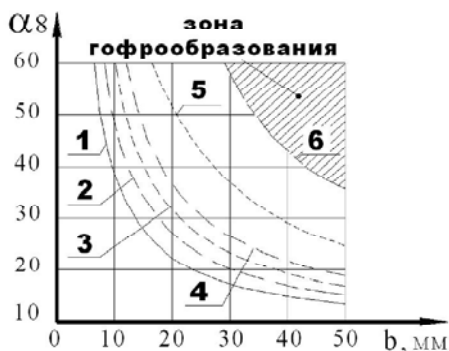


Рис. 2. Предельные углы подгибки при s , мм:
1 - 0,4; 2 - 0,5; 3 - 0,6; 4 - 0,7; 5 - 1,0; 6 - 1,5

Графическая зависимость предельных углов подгибки за проход плоских элементов в роликовых парах представлена на рис. 2 (материал заготовки – В95АМ, $A = 400$ мм.).

Зависимость (6) позволяет оценить значения амплитуды синусоидальной краевой волнистости по кромкам отформованных полок в случае превышения критических углов, и показана графически на рис. 3а, в зависимости от ширины полок для углов подгибки равных 20° , 30° , 40° (соответственно прямые 1, 2, 3) и на рис. 3б, в зависимости от углов подгибки за проход для ширины элементов 30, 40, 60 мм (соответственно кривые 1, 2, 3). Для обоих случаев материал заготовки – В95АМ, $A = 400$ мм. Длина периода волнистости $T = 2b$.

Углы подгибки по временным параметрам можно выразить через гиперфункции в виде:

$$\begin{aligned} ch(t) &= (e^t + e^{-t}) / 2; \\ sh(t) &= (e^t - e^{-t}); \\ th(t) &= sh(t) / ch(t) \quad \text{и т.д.} \end{aligned} \quad (7)$$

Получим значения предельно допустимых углов подгибки плоских тонкостенных полок на данном технологическом переходе валковой пары в зависимости от основных параметров профилирования:



b – ширина подгибаемого элемента;
 s_0 – толщина исходной листовой заготовки;
 A – межклетьевого расстояния;
 σ_s и E – механических свойств профилируемой заготовки.

Для определения амплитуды кромковой волнистости (6) еще необходима длина периода волнистости T , которая не всегда равна $2b$.

Средняя равномерно распределенная по длине дуги кругового элемента остаточная деформация растяжения ϵ_i :

$$\epsilon_i = b^{-1} \cdot \int_0^b \epsilon_{ост}(\Delta b) d\Delta b, \quad (8)$$

где Δb – текущее положение точки на дуге кругового сектора криволинейной полки.

Для оценки значений относительных остаточных деформаций при допущении о полной разгрузке напряжений сжатия в кромках криволинейных полок рассмотрим участки изломов как волны с амплитудой по кромке ω_m длиной ℓ и периодом T (рис. 4):

$$\omega = \omega_m \exp(-a^2 x^2), \quad (9)$$

где $a = 2\ell^{-1}$ – коэффициент затухания функции прогиба при удалении от $x = 0$.

Удлинение кромки на участке волны длиной ℓ определим и используем интегральную зависимость длины кривой известную из дифференциальной геометрии:

$$\Delta l = \int_{-1/2}^{+1/2} \left[\left(1 + \left(d[\omega_m e^{-a^2 x^2}] / dx \right)^2 \right)^{0.5} - 1 \right] dx.$$

Длина кромки волны:

$$l_k = \int_{-1/2}^{+1/2} \left[1 + \left(d[\omega_m \exp(-a^2 x^2)] / dx \right)^2 \right]^{0.5} dx. \quad (10)$$

На единице длины профиля общая длина кромки волн с количеством $n = T^{-1}$ равна:

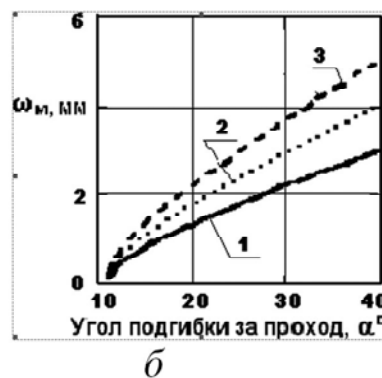


Рис. 3. Амплитуда кромковой волнистости:
а – в зависимости от ширины подгибаемой плоской полки;
б – в зависимости от угла подгибки за проход

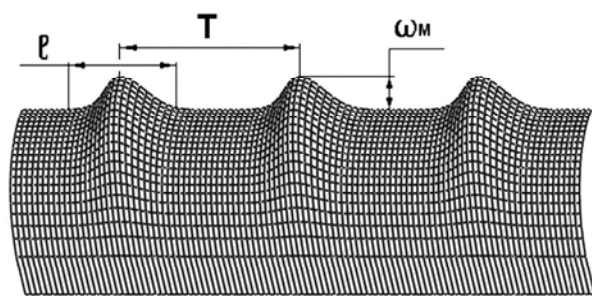


Рис. 4. Геометрия изломов на криволинейных отформованных полках

$$\sum l_n = l_k \cdot n = l_k \cdot T^{-1} \quad (11)$$

Общая длина на единице длины невозмущенных частей кромки равна:

$$\sum l_n = 1 - l \cdot T^{-1} \quad (12)$$

В итоге относительная остаточная деформация по кромке определится выражением

$$\varepsilon_{ocm} = [\sum l_n + \sum l_k - 1] = l_k \cdot T^{-1} + (1 - l \cdot T^{-1}) - 1 = T^{-1} \cdot (l_k - l)$$

$$\varepsilon_{ocT} = T^{-1} \left[\int_{-l/2}^{+l/2} [1 + (d[\omega_M \exp(-a^2 x^2)]/dx)^2]^{0.5} dx - l \right] \quad (13)$$

На рис. 5а и рис. 5б показаны уровни средней продольной остаточной деформации в отформованных элементах в зависимости, соответственно, от амплитуды излома ω_M и длины излома l .

Рис. 5а: $T = 50$ мм; $\omega_M = 0 \dots 4,0$ мм; кривые 1; 2; 3; 4 соответственно при $l = 20$ мм; 15 мм; 10 мм; 5 мм. Рис. 5б: $T = 50$ мм; $l = 5 \dots 20$ мм; кривые 1; 2; 3; 4 соответственно при $\omega_M = 1,0$ мм; 2,0 мм; 3,0 мм; 4,0 мм.

Для определения амплитуды ω_M изломов повторяющихся с периодом T приравняем функциональную зависимость средних остаточных продольных деформаций (8) с выражением (7), и, решая полученное уравнение в системе UNIGRAPHics относительно амплитуды изломов ω_M , получим решение, показанное графически на рис. 6. Углы подгибки (по кромкам) криволинейных полок шириной $b = 25$ мм равны $-30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ (соответственно кривые 1, 2, 3) при этом углы центральных секторов отформованной полки равны $-60^\circ, 120^\circ, 180^\circ$; материал заготовки В95АМ; $A = 400$ мм.

Амплитуда периодических изломов для углов подгибки 30° и 60° изменяется почти в 2 раза,

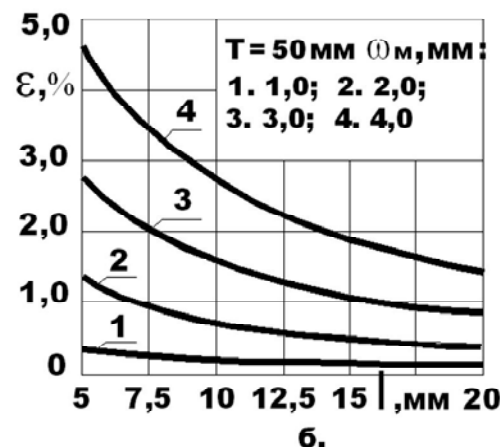
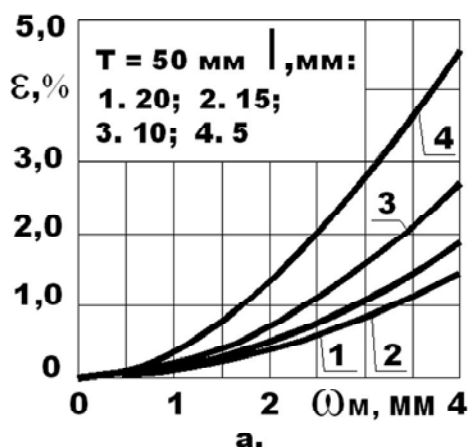


Рис. 5. Остаточная продольная деформация: а – в зависимости от амплитуды изломов; б – в зависимости от длины излома

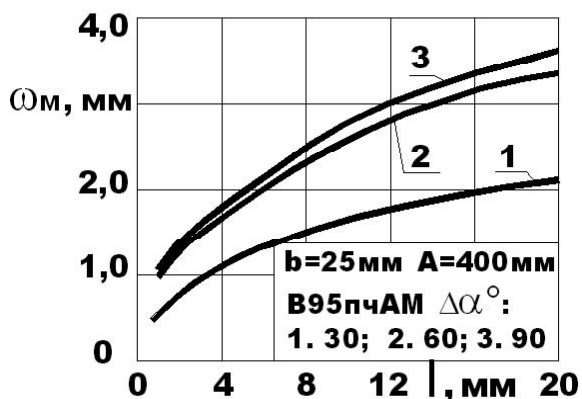


Рис. 6. Амплитуда периодических изломов

а для углов 60° и 90° - не более 10%. Такое объясняется изменением средних продольных остаточных деформаций с 0,26% до 0,73% - для первого случая, и с 0,73% до 0,84% - для второго случая. Далее оценим значения прогибов симметричных профилей, когда отмечается крутка асимметричных профилей от накопленных в процессе формообразования продольных остаточных деформаций.

Здесь криволинейные подгибаемые участки устойчивости не теряют и изломы не возникают.

Для симметричных профилей поводка (прогиб) величиной ω_y на одном погонном метре длины определит продольный радиус изгиба R_y и

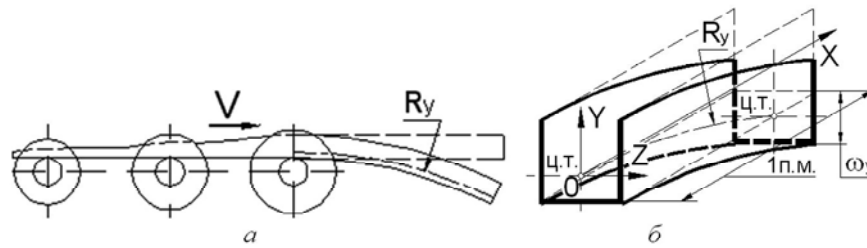


Рис. 7. Прогиб профиля от продольных остаточных деформаций:
 а – направление прогиба профиля после формообразования;
 б – расчетная схема для определения прогиба

центральный угол сектора φ с длиной дуги равной $L = 1$ метр из системы уравнений (рис. 7):

$$\begin{cases} \omega_y = R_y (1 - \cos \varphi / 2); \\ L = R_y \cdot \varphi. \end{cases}$$

Или, если приравнять длину дуги длине хорды:

$$\begin{cases} \omega_y = R_y (1 - \cos \varphi / 2); \\ L = 2R_y \cdot \sin \varphi / 2. \end{cases} \quad (14)$$

Решая систему уравнений (14) относительно R_y и φ получим:

$$R_y = (0,25L^2 + \omega_y^2) \cdot (2\omega_y)^{-1} \quad (15)$$

Изгиб профиля (прогиб) в вертикальной плоскости происходит относительно центра жесткости сечения профиля – для швеллера $y_c = b^2 \cdot (B + 2b)^{-1}$ [2] (рис. 8а), где B - ширина стенки швеллера. Деформация растяжения кромки т. А равна:

$$\varepsilon_A = (b - y_c) \cdot R_y^{-1}, \quad (16)$$

где $(b - y_c)$ – расстояние в вертикальной плоскости от центра тяжести готового профиля до кромок полков.

Принимая, что при прогибе профиля от неравномерного распределения остаточных продольных деформаций растяжения по ширине отформованных элементов (рис. 8б), происходит полная разгрузка продольных напряжений в сечении профиля, приравняем среднее значение остаточных деформаций к деформациям растяжения на кромке профиля при его изгибе в вертикальной плоскости (16). И определим прогиб профиля w_y при подстановке значения R_y из (15) в (16).

Решение задачи определения поволодок графически представлено на рис. 9, где показаны значения прогиба на погонном метре длины профиля (рис. 9а) и радиуса продольной кривизны профиля (рис. 9б) в зависимости от отношения ширины стенки к ширине полки ($b = 50$ мм) B/b

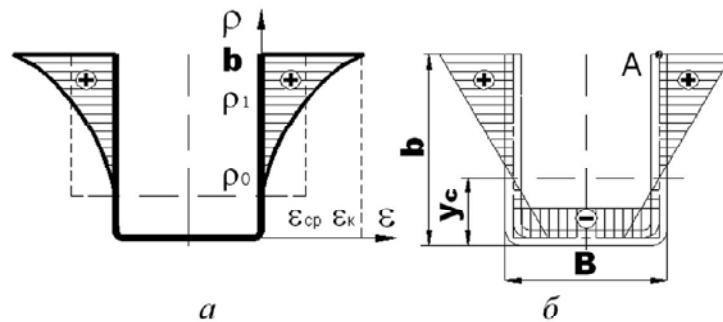


Рис. 8. Распределение продольных деформаций по ширине элементов швеллера:
 а - при прогибе вниз; б – остаточных после формовки профилированием

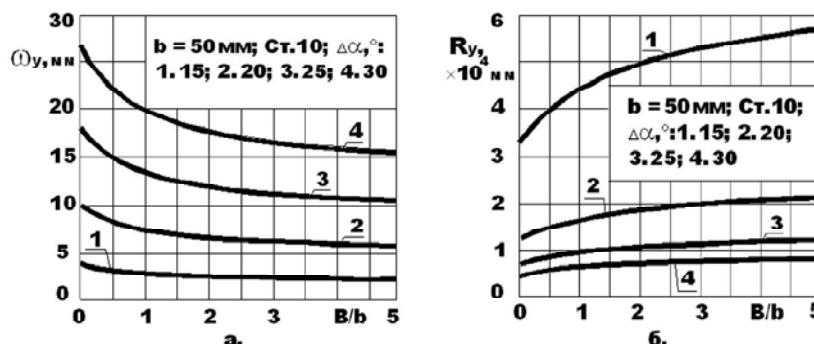


Рис. 9. Поводки равнополочных швеллеров после профилирования
 а – прогиб профиля на одном погонном метре; б – продольная кривизна профиля

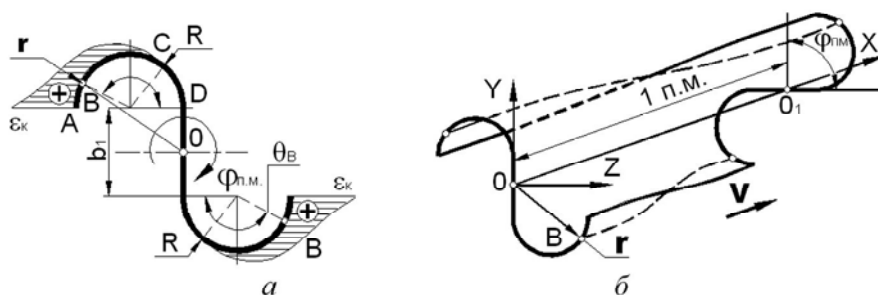


Рис. 10. Крутка асимметричного профиля от остаточных деформаций:
 а – поперечное сечение отформованного профиля;
 б – крутка на одном погонном метре длины профиля

и угла подгибки за проход (15°, 20°, 25°, 30° – соответственно кривые 1, 2, 3, 4). Материал заготовки – Ст.10.

Крутка асимметричных профилей возникает при профилировании несимметричных и особо асимметричных профилей, на которых кроме прогиба возникают поводки типа саблевидности и крутки.

Распределение остаточной деформации по длине дуги кругового сектора имеет вид функциональной зависимости (рис. 10):

$$\varepsilon_{ост} = \varepsilon_{ост}(\Delta b). \quad (17)$$

Расстояние от материальной точки угловых деформаций до точки, являющейся центром тяжести эпюры распределения продольных деформаций растяжения по ширине криволинейной полки Db_B вычислим из равенства:

$$\int_{\Delta b_0}^{\Delta b_B} \varepsilon(\Delta b) d\Delta b = \int_{\Delta b_0}^b \varepsilon(\Delta b) d\Delta b, \quad (18)$$

где величина Db_B – расстояние от сопряжения уголкового зоны с плоским подгибаемым элементом до центра тяжести эпюры распределения остаточных деформаций – для плоских подгибаемых элементов или длина дуги от сопряжения криволинейного подгибаемого элемента с прямолинейным (не подгибаемым) элементом заготовки – для криволинейных подгибаемых полок.

Геометрическое расположение точки раздела зоны с остаточными продольными деформациями в отформованной полке и зоны без остаточных деформаций определено из равенства $\varepsilon(\Delta b_0) = 0$. Винтовая линия движения точки B лежит на цилиндрической поверхности радиуса r . Радиус r определим из геометрических параметров поперечного сечения (рис. 10а):

$$r = \left[(0,5b_1 + R \sin \theta_B)^2 + (R^2 \cos^2 \theta_B) \right]^{0,5}, \quad (19)$$

где $\theta_B = \Delta b_B R^{-1}$ – угол местоположения точки B на круговом секторе; b_1 – ширина плоского (не подгибаемого) участка.

В цилиндрической системе координат винтовую линию движения точки B представим в

параметрическом виде уравнениями вида:

$$X = A \cdot \varphi; Y = r \cdot \sin \varphi; Z = r \cdot \cos \varphi,$$

где $A = 1/\varphi_{п.м.}[M/^\circ]$ – обратная величина углу крутки на погонный метр профиля.

Длину винтовой линии определим из дифференциальной геометрии как:

$$L = \int_0^{\varphi_{п.м.}} \left[(r \cos \varphi)^2 + (-r \sin \varphi)^2 + A^2 \right]^{0,5} d\varphi = (r^2 + A^2)^{0,5} \cdot \varphi_{п.м.}$$

Относительная продольная деформация растяжения материальных точек закрученных по винтовой линии с радиусом r будет равна:

$$\varepsilon_{ост} = (L - 1) \cdot r^{-1} = \left[(\varphi_{п.м.} \cdot r)^2 + 1 \right]^{0,5} - 1.$$

Откуда имеем выражение для определения угла крутки профиля на единице длины в зависимости от средней остаточной деформации:

$$\varphi_{п.м.} = r^{-1} \cdot \left[(\varepsilon_{ост} + 1)^2 - 1 \right]^{0,5}. \quad (20)$$

Графическое отображение углов крутки одного погонного метра асимметричного профиля (Z -образного сечения) от отношения ширины плоского недеформируемого участка стенки b_1 к длине дуги подгибаемой полки $b = 25$ мм (рис. 11). Материал заготовки Д16АМ, $A = 400$ мм. Кривые 1, 2, 3 соответствуют углам подгибки кромки криволинейной подгибаемой полки (в

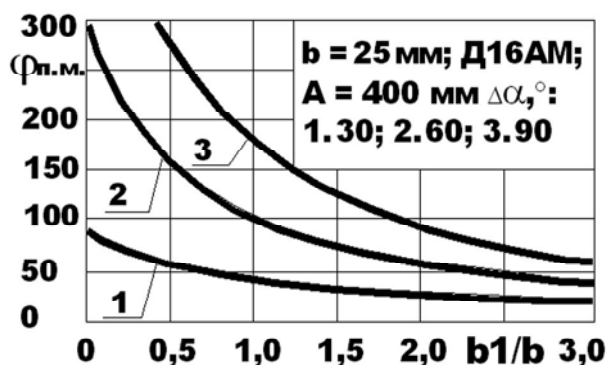


Рис. 11. Угол крутки Z -образного профиля после отформовки на предварительных переходах

плане круговой сектор) на углы 30, 60, 90°.

На основании вышеизложенного вытекает необходимость проверки математических моделей для оценки амплитуды кромковой волнистости методом графоаналитического моделирования параметров технологического процесса изготовления тонкостенных гнутолистовых профилей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Махитко В.П., Сироткина И.Б., Шумчук Р.Н.* Формирование трудоемкости изготовления изделий при

изменениях конфигурации // Известия Самарского научного центра РАН. 2009. №3(2). С. 477-484.

2. *Колганов И.М., Филимонов В.И., Филимонов С.В.* Влияние касательных напряжений на формирование угловой зоны при стесненном изгибе // Механика деформируемых сред в технологических процессах. Иркутск: ИрГТУ. 2000. С. 63-67.
3. *Колганов И.М., Филимонов В.И.* Применение модели пластического формообразования // Авиационная промышленность. 2006. № 3-4. С. 26-30.
4. *Филимонов С.В., Барлет Ю.Н.* Способ предотвращения кромковой волнистости при формообразовании корытных и С-образных профилей в роликах // Сборник научных трудов. Ульяновск, УлГТУ, 2008. С. 50-55.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS FOR THE ESTIMATION OF AMPLITUDE REGIONAL OF SINUOSITY THE BENT SHEETS OF THIN STRUCTURES AT THEIR BATCH PRODUCTION

© 2011 S.G. Ryzhakov¹, P.M. Popov², M.V. Savin²

¹Ulyanovsk branch of design office of Open Society "Tupolev"

²Institute of Aviation Technologies and Management,
Ulyanovsk State Technical University

In clause authors develop and offer mathematical models for an estimation of amplitude regions to a sinuosity the bent sheets thin structures on parameters sine wave regions and curvilinear surfaces structures, for definition of longitudinal deformations, residual pressure on width of preparation, torsion a dissymmetric structure and Z-shaped after them education of forms on preliminary transitions.

Key words: mathematical models, amplitude regions, thin structures, longitudinal deformations, residual pressure.

Stanislav Ryzhakov, Candidate of Technics, Deputy Chief Designer, Director. E-mail: ufkbtu@mv.ru.

Petr Popov, Doctor of Technics, Professor at the Aircraft Construction Department. E-mail: pmpopov2008@rambler.ru.

Maxim Savin, Senior Lecturer at the Aircraft Construction Department.