

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СЛОЖНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ОПТИЧЕСКИХ СТРУКТУР В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ШИРОКОАПЕРТУРНОГО ЛАЗЕРА

© 2011 А.А. Кренц^{1,2}, Д.А. Анчиков², Н.Е. Молевич^{1,2}

¹Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

²Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 10.03.2011

С помощью полной распределённой системы уравнений Максвелла-Блоха исследована пространственно-временная динамика поперечного профиля оптического поля и сценарий перехода к хаосу в лазере с одной продольной модой.

Ключевые слова: хаос, лазер, бифуркация

ВВЕДЕНИЕ

Уравнения Максвелла-Блоха широко используются в лазерной физике для моделирования динамики широкоапертурных лазерных систем, работающих на одной продольной моде [1-3]. В [4] рассмотрена автомодельная форма уравнений Максвелла-Блоха с адиабатически исключённой поляризацией и показано, что в ней реализуется режим устойчивых двухчастотных колебаний. Найдены также условия перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода тора. В [5] установлено, что рождение устойчивого двумерного эргодического тора происходит из замкнутой особой кривой, а не из предельного цикла. В [6] найдена аналитическая аппроксимация, удовлетворительно описывающая динамику системы вблизи точки рождения тора. В [7] показано, что описанные автомодельные структуры и сценарий перехода к хаосу реализуются также при решении распределённых уравнений Максвелла-Блоха с адиабатически исключённой поляризацией.

В настоящей работе показана возможность возникновения сложной поперечной структуры оптического поля и переход к хаосу в лазере моделируемом полной распределённой системой уравнений Максвелла-Блоха, учитывающей конечность времён релаксации не только разности населённостей двухуровневой среды (как в [4-7]), но и её поляризации.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ. РЕШЕНИЯ В ВИДЕ БЕГУЩИХ ПОПЕРЕЧНО АПЕРТУРЫ ВОЛН

Рассмотрим систему уравнений Максвелла-Блоха:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} - i \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} &= \frac{\nu}{2} (-E + iP) + i\nu \Delta_c E; \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= N_{un} - N + i \frac{(EP^* - E^*P)}{2}; \\ \Gamma \frac{\partial P}{\partial t} + (1 + i\Delta_a)P &= -iEN. \end{aligned} \quad (1)$$

Предполагается, что активная среда двухуровневая и что лазер генерирует на одной продольной моде резонатора Фабри - Перо. Безразмерные время t и поперечная координата x связаны с размерными величинами t_d и x_d следующим образом:

$$t = t_d / T_i, \quad x = x_d (2k / T_i c)^{1/2},$$

где T_i – время релаксации населённости уровней активной среды; E и P – медленно меняющиеся амплитуды электрического поля и поляризации, обезразмеренные на величины насыщения амплитуд электрического поля E_s и поляризации P_s соответственно; $N = g / g_t$, где g, g_t – коэффициенты усиления активной среды на центральной частоте лазерного перехода и потери, усреднённые по длине резонатора; $\Gamma = 1 / \gamma T_i$, где γ – скорость релаксации поляризации; $\nu = c T_i g_t$; $\Delta_c = (\omega - \omega_c) / c g_t$ – отстройка частоты генерации от моды пустого резонатора, нормированная на ширину линии резонатора; $\Delta_a = (\omega_a - \omega) / \gamma$ – отстройка от центра линии усиления активной среды, нормированная на скорость релаксации поляризации; $N_{un} = g_{un} / g_t$, где g_{un} – ненасыщенный коэффициент усиления.

Кренц Антон Анатольевич, инженер СФ ФИАН, аспирант кафедры физики СГАУ. E-mail: krenz86@mail.ru.

Анчиков Дмитрий Александрович, студент. E-mail: swadimaz@mail.ru.

Молевич Нонна Евгеньевна, доктор физико-математических наук, профессор, заведующая теоретическим сектором СФ ФИАН, профессор кафедры физики СГАУ. E-mail: molevich@fian.smr.ru.

Стационарное однородное нетривиальное решение системы уравнений (1), соответствует режиму генерации с постоянной интенсивностью:

$$N_{st} = 1 + \Delta_a^2; I_{st} = N_{un} - (1 + \Delta_a^2); I_{st} = |E_{st}|^2; P_{st} = -iE_{st}(1 - i\Delta_a); \Delta_c = \Delta_a / 2. \quad (2)$$

Будем искать решение системы уравнений (1) в виде волн бегущих поперек апертуры, для этого используем замену переменных $\xi = t - \beta x$, где $w = 1/\beta$ – скорость волны. В этой модели конечность лазерной апертуры не учитывается. Выполнив такую замену переменных, перейдем от системы уравнений в частных производных (1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений при этом, полагая $E = E' + iE''$ и $P = P' + iP''$. В работе [8] аналитически определена критическая величина β_{cr} при которой возникает неустойчивость в предельном случае $\Gamma = 0$. Если $\Gamma > 0$, то явный вид β_{cr} не представляется возможным определить, поэтому далее приводится величина $\mu = (\beta/\beta_{cr})^2$, взятая как бифуркационный параметр. Исследуем динамику лазера в зависимости от μ . Были сделаны численные расчеты динамики излучения для условий, которые можно считать типичными для лазеров класса В: $\Gamma = 0.01, \nu = 2, N_{un} = 4, \Delta_a = -1$, и при различных величинах параметра μ . При малых величинах μ поперечный профиль оптического поля устойчив к малым возмущениям, и остается постоянным во времени. Начиная с величины $\mu = 0.9$, малые возмущения интенсивности начинают усиливаться, динамика системы носит автоколебательный характер. Амплитуда и форма автоколебаний зависят от значения параметра μ . Бифуркационная диаграмма режимов системы в зависимости от параметра μ представлена на рис. 1, при построении диаграммы на оси абсцисс откладывались значения параметра, а на оси ординат возможные значения максимумов интенсивности. В работе [4] по тому же принципу строилась фазопараметрическая диаграмма в предельном случае $\Gamma = 0$. Важным отличием ди-

аграммы полученной в [4] от диаграммы, полученной в данной работе, является наличие каскада бифуркаций удвоения периода, приводящих к хаотическому режиму колебаний. На фазопараметрической диаграмме приведенной на рис. 1 наблюдается переход к хаосу после одного удвоения. Такой необычный сценарий перехода к хаосу заслуживает внимания и отдельного изучения сам по себе, в отрыве от физической интерпретации полученных результатов, однако, в данной работе мы не будем заострять на этом внимание.

В работе [5] показано, что в предельном случае при $\Gamma = 0$ в системе существует особая окружность. Фазовые траектории системы движутся как вдоль, так и вокруг особой окружности, что и является причиной двухчастотных квазипериодических колебаний амплитуды поля. В системе уравнений (1) стационарное однородное нетривиальное решение (2) также представляет собой замкнутую особую кривую в фазовом пространстве, поэтому следует ожидать квазипериодической динамики амплитуды поля и существование аттрактора в виде устойчивого двумерного тора. Численные решения системы ОДУ полученной с помощью автомодельной замены переменных подтвердили квазипериодический характер динамики амплитуды поля. При $\mu > 0.9$ малые отклонения от положения равновесия (2) притягиваются к аттрактору в виде двумерного эргодического тора. При увеличении параметра наблюдается единственное удвоение тора, и его разрушение, свидетельствующее о переходе системы в режим динамического хаоса.

Численно рассчитанная зависимость показателей Ляпунова от управляющего параметра μ представлена на рис. 2, на рисунке показаны пять старших характеристических показателей из семи. Два младших показателя, не показанных на рисунке, меньше нуля и имеют большие по модулю значения при любом значении μ , поэтому качественного влияния на динамику системы они не оказывают, и приводить их на графике нецелесообразно. На рис. 2 видно, что при $\mu < 0.9$ су-

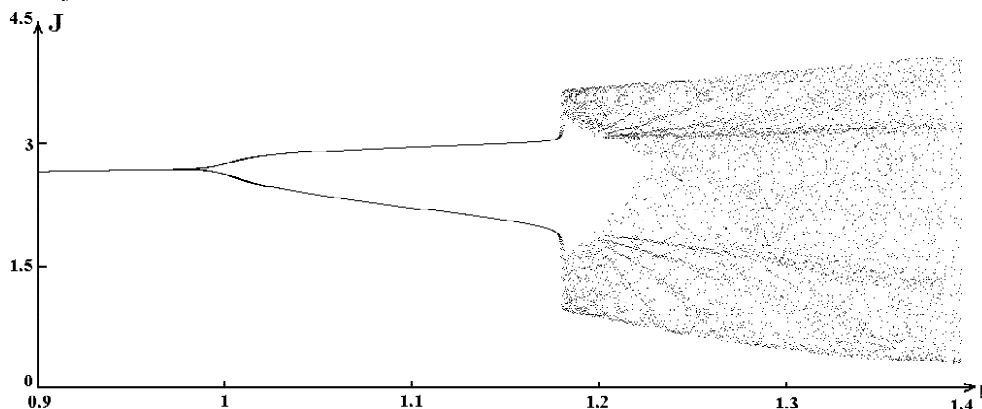


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма режимов системы в зависимости от параметра μ

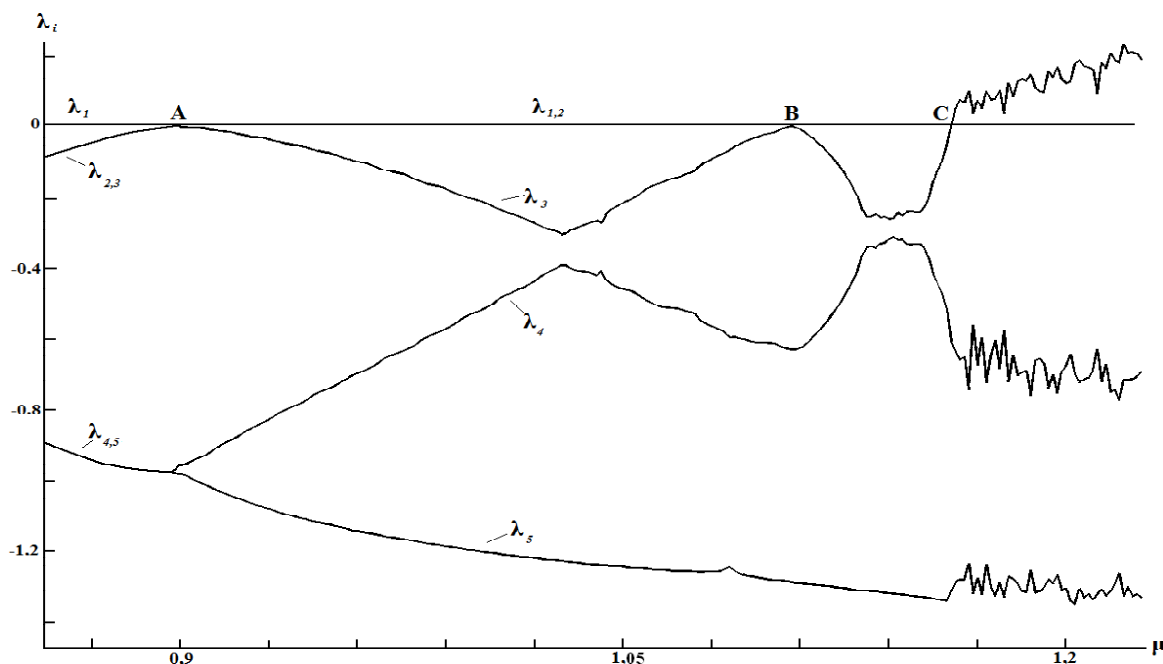


Рис. 2. Зависимость показателей Ляпунова от управляющего параметра μ

ществует особая окрестность, т.к. один показатель оказывается равным нулю. В точке *A* наблюдается рождение тора из замкнутой особой кривой, аналогично [5]. При увеличении управляющего параметра нулю оказываются равными два старших показателя, что свидетельствует о существовании в системе аттрактора в виде устойчивого двумерного тора. В точке *B* сразу три старших показателя оказываются равными нулю, что соответствует бифуркации удвоения периода тора. В дальнейшем, при увеличении параметра μ , старший показатель становится положительным (точка *C*), что свидетельствует о переходе системы в режим динамического хаоса.

2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ

Важным недостатком поиска решения уравнений (1) в виде волны, бегущей с постоянной скоростью является предположение о бесконечно широкой лазерной апертуре. Известно, что подобные решения не всегда устойчивы при конечных размерах пространственной области, т.е. в данном случае при конечной ширине лазерной апертуры. Кроме того, в автомодельной системе в качестве управляющего параметра выступает скорость волн, которую сложно привязать к параметрам реальной лазерной системы. Также нет возможности менять данный параметр в эксперименте с целью управления свойствами лазерного излучения. Таким образом, автомодельная система может лишь помочь предсказать возможные режимы лазерной генерации.

В настоящей работе решается задача проверки устойчивости полученных ранее автомо-

дельных решений на конечной апертуре с заданием периодических граничных условий $E(-L/2, t) = E(L/2, t)$, $N(-L/2, t) = N(L/2, t)$, где L - длина расчетной области. Область изменения переменной x бралась $L = 5a$, где a - ширина лазерного резонатора. Это позволяет практически исключить влияние граничных условий, и физически соответствует открытому резонатору [9]. Уровень накачки брался однородным по всей ширине резонатора. Для численного решения уравнений (1) использовалась простая неявная разностная схема с четырехточечным шаблоном на равномерной сетке, нелинейные слагаемые брались с предыдущего временного слоя. Значения безразмерных лазерных параметров брались $a = 10$, $\Delta_0 = -2$, $N_{in} = 15$, $\Gamma = 0.01$. Параметр ν использовался в качестве управляющего параметра так же, как и в [7] для предельного случая $\Gamma = 0$.

Численные расчеты показали, что при больших значениях управляющего параметра ν любое начальное пространственное распределение поля $E(x, t = 0)$ с течением времени эволюционирует в стационарную пространственную структуру, показанную на рис. 3. Полученное численно стационарное неоднородное решение, приведенное на рисунке, близко к простому гауссовому распределению интенсивности в поперечном сечении оптического поля, т.е. является фундаментальной модой резонатора TEM_{00} , незначительно искаженной активной средой.

При уменьшении управляющего параметра наблюдается рождение семейства автоволн (рис. 4). При этом, если построить временную зависимость $E(x = 0, t)$ и $N(x = 0, t)$ в центре апер-

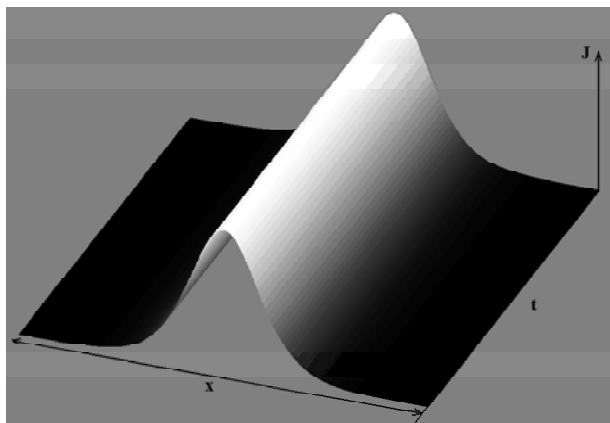


Рис. 3. Пространственно-временная динамика при $\nu = 75$

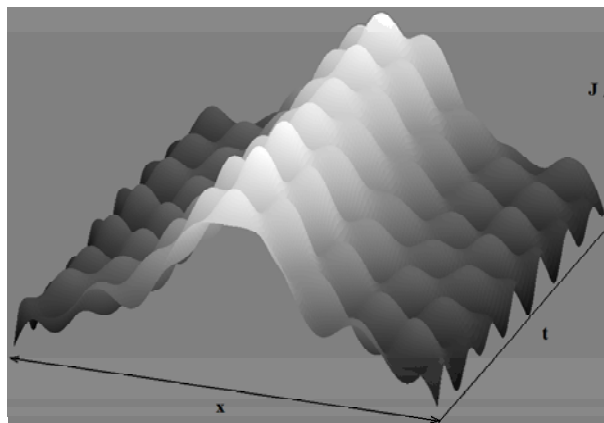


Рис. 4. Пространственно-временная динамика при $\nu = 25$

туры, то мы получаем режимы генерации, качественно эквивалентные режимам автомодельной системы. В фазовом пространстве $E'(x=0, t)$, $E''(x=0, t)$, $N(x=0, t)$ существует аттрактор в виде устойчивого двумерного тора, предсказанный в автомодельной системе.

Существование аттрактора в виде двумерного тора, соответствует двухчастотной квазипериодической динамике комплексной амплитуды поля. На рис. 5 представлен спектральный состав зависимости амплитуды поля в центре апертуры от времени, на котором хорошо видны две независимые частоты.

При дальнейшем уменьшении управляющего параметра в фазовом пространстве $E'(x=0, t)$, $E''(x=0, t)$, $N(x=0, t)$ наблюдается бифуркация удвоения периода двумерного тора и соответствующее усложнение пространственно-временных структур. При $\nu \approx 15$ система переходит в

режим динамического хаоса (рис. 6).

О переходе системы в режим динамического хаоса свидетельствует спектральный состав зависимости интенсивности поля в центре апертуры от времени (рис. 7). Дальнейшее уменьшение параметра ν приводит опять к появлению регулярных поперечных оптических структур. Таким образом, существуют ограниченные области значений управляющих параметров, где реализуются условия возникновения пространственно-временного хаоса. Геометрия этих областей в зависимости от типа управляющих параметров представляет практический интерес и будет исследована отдельно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что в полной системе уравнений Максвелла-Блоха, учитывая-

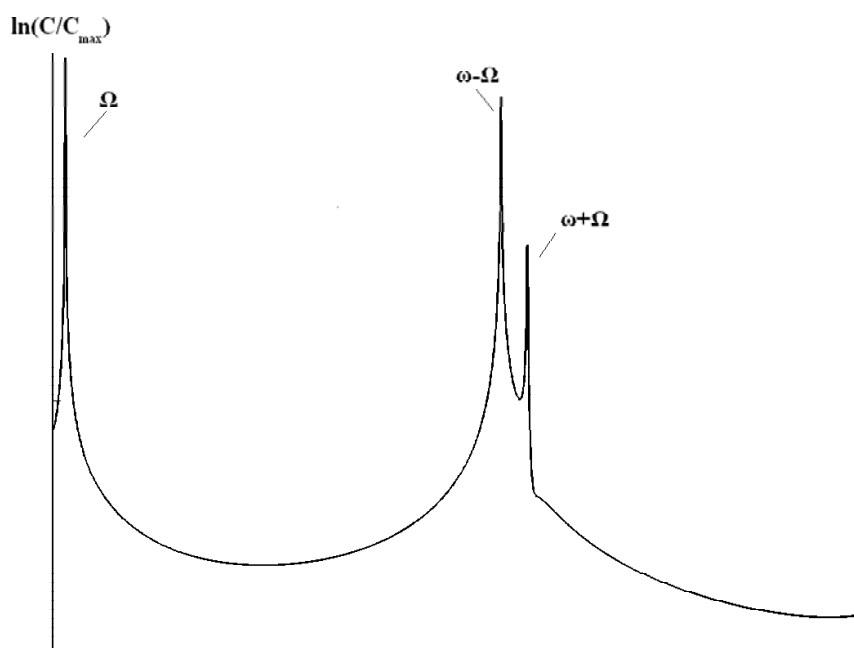


Рис. 5. Спектр колебаний $E'(x=0, t)$ при $\nu = 25$.
 C - мощность спектра, C_{\max} - максимальное значение мощности

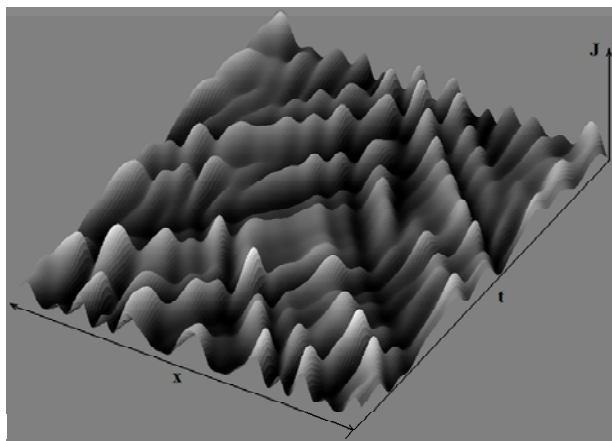


Рис. 6. Пространственно-временная динамика при $\nu = 15$

ющей динамику поляризации, наблюдается рождение семейства бегущих поперек лазерной апертуры автоволн, как в автомодельной, так и в распределенной системе. Найдены примеры значения параметров, при которых в системе происходит скачкообразное качественное изменение пространственно-временной динамики (бифуркации), а также параметры, при которых наблюдается пространственно-временной хаос. Для дальнейших исследований практический интерес представляет построение многопараметрических диаграмм режимов генерации.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009 - 2013 годы, ГК №14.740.11.0703, Аналитической целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы” (2009 - 2010 гг.), проект 2.1.1/309.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Spatiotemporal Dynamics of Lasers with a Large Fresnel Number/G. Huyet, M.C. Martinoni, J.R. Tredicce, S. Rica//

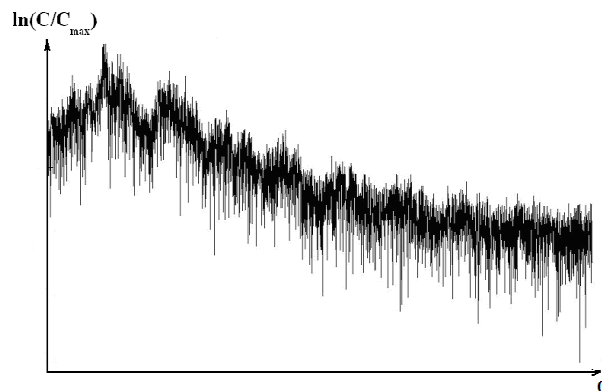


Рис. 7. Спектр колебаний $J(x = 0, t)$ при $\nu = 15$. C – мощность спектра, C_{\max} – максимальное значение мощности

Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75, № 22. P. 4027-4030.
 2. Space-time dynamics of wide-gain-section lasers/P.K. Jakobsen, J.V. Moloney, A.C. Newell, R. Indik//Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45, №11. P. 8129-8137.
 3. Time Resolved Pattern Evolution in a Large Aperture Laser/F. Encinas-Sanz, I. Leyva, J.M. Guerra//Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, № 5. P. 883-886.
 4. Кренц А.А., Молевич Н.Е. Каскад бифуркаций удвоения тора в лазере с отстройкой частоты//Квантовая электроника. 2009. Т. 39, №8. С. 751-756.
 5. Кренц А.А., Молевич Н.Е. Исследование сценария перехода к хаосу в динамической системе с особой окружностью на фазовой плоскости//Известия Самарского научного центра РАН. 2010. Т.12. №4. С. 108-112.
 6. Кренц А.А., Молевич Н.Е. Рождение устойчивого тора из замкнутой особой кривой и его бифуркации в лазерной системе с отстройкой частоты //Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. №5. С. 68-79
 7. Кренц А.А., Молевич Н.Е. Пространственно-временная динамика поперечного профиля оптического поля в лазере с отстройкой частоты/А.А. Кренц, Н.Е. Молевич// Компьютерная оптика. 2010. Т. 34, №4. С. 527-532.
 8. Периодические автоволновые структуры в широкоапертурном лазере с отстройкой частоты. 1. Бифуркационный анализ/А.П. Закин, А.А. Кургузкин, Н.Е. Молевич// Квантовая электроника. 1999. Т. 27, №3. С. 246 –248.
 9. Елкин Н.Н. Нестационарные режимы лазерной генерации//Математическое моделирование. 1998. Т. 10, №4. С. 91-103.

FORMATION OF COMPLEX SPATIOTEMPORAL OPTICAL STRUCTURES IN THE TRANSVERSE SECTION OF A WIDE-APERTURE LASER

© 2011 A.A. Krents^{1,2}, D.A. Anchikov², N.E. Molevich^{1,2}

¹ Samara State Aerospace University

² Samara Branch of P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences

Using the full distributed Maxwell – Bloch equations, we investigate spatio-temporal dynamics of transverse optical profile and the scenario of the passage to chaos in a single longitudinal mode laser.

Key words: chaos, laser, bifurcation

Anton Krents, Engineer Graduate Student at the Physics Department. E-mail: krenz86@mail.ru.

Dmitry Anchikov, Student. E-mail: swadimaz@mail.ru.

Nonna Molevich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Theoretical Sector of Samara Branch LPI RAS, Professor at the Physics Department, SSAU.

E-mail: molevich@fian.smr.ru.