#### ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ШЛИФОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2011 А.В. Широков, А.П. Осипов

Самарский государственный технический университет, филиал, г. Сызрань

Поступила в редакцию 10.11.2011

В статье описывается комплекс взаимосвязанных математических моделей: модель процесса формообразования поперечного микропрофиля детали, модели движения вершины абразивного зерна при различных методах шлифования, модель поверхностного слоя шлифовального круга.

Ключевые слова: шлифование, шлифовальный круг, шлифованная поверхность, имитационное моделирование.

#### Введение

<sup>1</sup>К настоящему времени существует достаточно много работ, посвящённых исследованиям различных аспектов процесса шлифования [1, 5, 9, и др.]. Авторы в своих исследованиях зачастую применяют метод математического моделирования. Вместе с тем необходимо отметить, что на сегодняшний день отсутствуют общепринятые и широко распространённые математические модели процесса формирования шероховатости шлифованной поверхности. Это можно объяснить их низкой точностью. сложностью в определении некоторых исходных данных и другими причинами. Параметры шероховатости детали на практике зачастую прогнозируются и обеспечиваются на основе имеющегося опыта в области абразивной обработки. Проблема получения адекватных теоретических решений обозначенной проблемы до сих пор актуальна.

В настоящее время большое внимание уделяется задачам оценки выходных характеристик сложных систем с помошью имитационных моделей [6, 8]. Целью работы является создание имитационной модели процесса формирования поперечного микропрофиля детали при различных методах шлифования. При достижении поставленной цели были решены следующие задачи: разработана имитационная модель процесса формирования поперечного микропрофиля детали; разработаны кинематические модели движения вершины режущей кромки (РК) абразивного зерна (АЗ) при различных методах шлифования; разработана модель рабочей поверхности (РП) шлифовального круга (ШК); разработаны алгоритмы реализации полученных моделей на ЭВМ; сделаны выводы по проделанной работе.

В рамках работы приняты следующие допущения: технологическая система является абсолютно жёсткой; пластическим течением обрабатываемого материала пренебрегаем; каждое A3 имеет только одну PK; вершина PK и центр описанной сферы A3 лежат на одной прямой, перпендикулярной оси ШК.

## 1. Моделирование процесса формообразования поперечного микропрофиля детали

Рассмотрим процесс формирования поперечного микропрофиля детали в некоторой плоскости  $\alpha$  относительно произвольно выбранной системы координат OZY' (рис. 1). С учётом принятых допущений его можно представить как процесс наложения профилей режущих кромок отдельных зёрен на исходный микропрофиль детали. Для моделирования процесса наложения требуются следующие исходные данные: 1) исходный микропрофиль детали  $y_{\rm np_0}$  в выбранной системе координат OZY'; 2) уравнение профиля РК каждого зерна в этой же системе. Используя исходные данные, микропрофиль

детали после прохода *j*-го зерна через плоскость  $\alpha$ 

можно описать кусочной функцией  $y_{\text{пр}}$  ( $\xi'$ ):

$$y_{\mathrm{np}_{j}} \mathbf{C} = \begin{cases} y & \mathbf{C}' \neq y & \mathbf{C}' \leq y & \mathbf{C}' \neq y \\ p \kappa_{j} & p \kappa_{j} & \mathrm{np} \mathbf{C} - 1 \end{pmatrix} \\ y & \mathbf{C}' \neq y & \mathbf{C}' \geq y & \mathbf{C}' \neq y \\ \mathrm{np} \mathbf{C} - 1 \end{pmatrix} p \kappa_{j} & \mathrm{np} \mathbf{C} - 1 \end{pmatrix} \\ j = 1, 2, ..., N_{\alpha},$$

где  $y_{\text{пр}}(j-1)$  - микропрофиль детали до прохода j-

го зерна через плоскость  $\alpha$ ;  $y_{pk_j}$  () – контур РК *j*-

го зерна;  $N_{\alpha}$  – число зёрен, прошедших через плоскость  $\alpha$ . Следует отметить, что величина  $N_{\alpha}$  может превышать число зёрен РП ШК  $N_{\rm PC}$ . Одно и то же зерно может пройти через плоскость  $\alpha$  несколько раз, так как скорость ШК в несколько десятков раз

больше скорости детали ( $\frac{V_{\rm Kp}}{V_{\rm A}}$   $\approx$ 60).

Широков Алексей Владимирович, старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения», E-mail: alien\_555@inbox.ru;

Осипов Александр Петрович, к.т.н., доцент, зав. кафедрой «Технология машиностроения», декан механического факультета, E-mail: mf@mfsyzran.ru

Исходный микропрофиль детали может быть получен методом профилографирования. Проанализировав профилограмму, можно определить координаты z' и y' точек первоначального микропрофиля и



Рис. 1. Схема процесса формирования поперечного микропрофиля шлифованной поверхности в плоскости α: 1 – зерно; 2 – связка.

таким образом таблично задать его функцию  $y_{\text{пр}_0}$  (C). Если глубина шлифования *t* значительно превышает параметр  $R_{\text{max}}$  поверхности детали до обработки ( $t \ge R_{\text{max}}$ ), исходный микропрофиль  $y_{\text{пр}_0}$  (C) не повлияет на шероховатость после обработки. В таком случае его можно принять прямолинейным, т.е.  $y_{\text{пр}_0}$  (C) = const.

Уравнение контура РК в плоскости  $\alpha$  определяется её формой, величиной износа и расположением относительно начала координат. В случае аппроксимации РК параболоидом оно будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\mathbf{p}\mathbf{k}_{j}} \mathbf{e}' &= \begin{cases} \mathbf{y}'_{j} + h_{\mathbf{H}\mathbf{3}\mathbf{H}_{j}}, \ z' \in \left[a_{1}; a_{2}\right]; \\ \\ \mathbf{y}'_{j} + \left(\frac{\left|z' - z'_{j}\right|}{b}\right)^{\mathbf{v}}, \ z' \in \left(-\infty; a_{1}\right) \cup \left(; +\infty; a_{2}\right), \\ \\ a_{1,2} = z'_{j} \ \mp b \cdot h^{\mathbf{v}}_{\mathbf{H}\mathbf{3}\mathbf{H}_{j}}, \end{aligned}$$

где  $C_j (y'_j; y'_j)$  – вершина неизношенного *j*-го зерна в плоскости  $\alpha$ ; *b* и  $\nu$  - геометрические параметры РК АЗ  $h_{\mu \mu \mu}$  - линейный износ РК *j*-го зерна.

Для определения координат  $z'_j$  и  $y'_j$  точки  $C_j$  необходимы следующие исходные данные: 1) координаты вершины РК в пространстве в момент начала формирования микропрофиля детали в плоскости  $\alpha$  зёрнами ШК; 2) кинематические уравнения движения вершины РК в пространстве; 3) уравнения связи выбранной пространственной системы координат и плоской системы OZY. Выбор пространственной системы координат, а значит, вид кинематических уравнений вершины РК будет зависеть от метода шлифования.

# 2. Кинематическая модель движения вершины АЗ при плоском шлифовании

При плоском шлифовании вводится прямоугольная система координат *OXYZ* (рис. 2), связанная с деталью. При этом кинематические уравнения вершины *i*-го A3 (точки  $M_i(x_i; y_i; z_i)$  на рис. 2) будут иметь следующий вид

$$\begin{cases} x_{i} = r_{i} \cdot \cos\left(\varphi_{i} \, \bigstar\right) + V_{\Pi} \cdot \tau, \\ y_{i} = r_{i} \cdot \sin\left(\varphi_{i} \, \bigstar\right), \qquad (1) \\ z_{i} = z , \\ H_{i} \\ \varphi_{i}(\tau) = \varphi_{H_{i}} \pm \omega_{\kappa p} \cdot \tau, \qquad (2) \end{cases}$$

где  $\omega_{\rm кр}$  – угловая скорость ШК;  $V_{\rm д}$  – скорость детали;  $r_i$  – радиус-вектор точки  $M_i$ ;  $\varphi_{\rm H_i}$  - угол между плоскостью *XOZ* и радиус-вектором  $r_i$  в момент начала формирования микропрофиля в плоскости  $\alpha$ ;  $z_{\rm H_i}$  - аппликата точки  $M_i(x_i; y_i; z_i)$  в этот же момент времени. Знак «+» в формуле (2) принимается при встречном шлифовании; знак «-» - при попутном



Рис. 2. Относительное положение ШК и детали в момент начала формирования микропрофиля в плоскости α на рассматриваемом участке *PQ* при плоском шлифовании.

В момент времени, когда  $M_i \in \alpha$ , имеем

шлифовании.

 $x_i = \Delta x$ ,

(3)

где  $\Delta x$  – расстояние между плоскостями *ZOY* и  $\alpha$ 

$$\Delta x = \sqrt{2 \cdot R_{\rm kp} \cdot t - t^2} ,$$

где *R*<sub>кр</sub> – радиус ШК; *t* – глубина шлифования за рабочий ход.

Подставим (3) в первое уравнение системы (1):

$$\Delta x = r_i \cdot \cos \phi_i \, ( + V_{\scriptscriptstyle \mathrm{I}} \cdot \tau \, . \qquad (4)$$

Из полученного равенства (4) можно найти моменты времени, когда вершины зёрен находятся в плоскости  $\alpha$  (принимая *i*=1,2, ...,  $N_{PC}$ ). Далее можно определить соответствующие координаты *у* и *z* вершин зёрен (система (1)). Уравнение (4) решается численным методом.

Зная координаты вершин зёрен в пространственной системе *OXYZ* можно определить их положение в плоской системе O'YZ' (рис. 2) y'=y, z'=z.

Таким образом, можно установить соответствие между точками  $C_1, ..., C_j, ..., C_{N_{\alpha}}$  (рис. 1) и точками  $M_1, ..., M_i, ..., M_{N_{PC}}$  (рис. 2).

Если во время формирования микропрофиля в плоскости  $\alpha$  ШК имеет некоторый радиальный износ *и*, то линейный износ *i*-ой РК можно определить по формулам:

где *R*<sub>крн</sub> – радиус ШК после правки.

3. Кинематическая модель движения вершины АЗ при цилиндрическом шлифовании

При цилиндрическом шлифовании вводится цилиндрическая система координат  $O_1 \rho \psi Z$  (рис. 3), связанная с деталью. При этом кинематические уравнения вершины *i*-го A3 (точки  $M_i(\rho_i; \psi_i; z_i)$  на рис. 3) будут иметь следующий вид

$$\begin{cases} \rho_{i} = \sqrt{r_{i}^{2} \mp 2 \cdot r_{i}} \cdot R \cdot \cos\left(\varphi_{i} \notin \right) + R^{2}, \\ \psi_{i} = \operatorname{arctg}\left(\frac{r_{i} \cdot \sin\left(\varphi_{i} \notin \right)}{R \mp r_{i} \cdot \cos\left(\varphi_{i} \notin \right)}\right) + \omega_{\pi} \cdot \tau, \quad (7) \\ z_{i} = z + S_{M} \cdot \tau, \\ H_{i} \end{cases}$$

 $R = R_{\rm A} \pm R_{\rm kp}, \qquad (8)$ 

где  $\omega_{\rm kp}$  и  $\omega_{\rm g}$  – угловая скорость ШК и детали соответственно;  $S_{\rm M}$  – минутная продольная подача ШК относительно детали;  $r_i$  – радиус-вектор точки  $M_i$ ;  $\varphi_{\rm H_i}$  - угол между плоскостью, проходящей через

оси ШК и детали, и радиус-вектором  $r_i$  точки  $M_i$  в момент начала формирования микропрофиля в плоскости  $\alpha$  на участке PQ. Двойной знак, стоящий в формуле (8), учитывает вид шлифования: верхний знак соответствует наружному шлифованию, нижний – внутреннему. Процесс формирования поперечного микропрофиля на участке PQ закончится тогда, когда ШК переместится вдоль детали на расстояние ( $H_{\rm xp}$ +L). При этом ШК пройдёт через уча-

сток PQ 
$$N_{\rm kp}$$
 раз:  $N_{\rm kp} = \frac{H_{\rm kp} + L}{S_{\rm og}},$ 

где L – длина рассматриваемого участка PQ,  $H_{\kappa p}$  – высота ШК,  $S_{og}$  – подача ШК на оборот детали. В момент времени, когда  $M_i \in \alpha$ , имеем:

$$\psi_i = \Delta \psi + 2 \cdot \pi \cdot (k-1), \tag{9}$$
  
$$k = 1, 2, \dots, N_{\text{rev}}$$

где k – номер прохода ШК через участок PQ,  $\Delta \psi$  - угол между плоскостями  $\rho O_1 Z$  и  $\alpha$ 

$$\Delta \psi = \arccos \left[ 1 - \frac{2 \cdot R_{\rm Kp} \cdot t - t^2}{2 \cdot R \cdot \left( R_{\rm A} \pm t \right)} \right].$$

Подставим равенство (9) во второе уравнение системы (7) и найдём моменты времени, когда вершины зёрен находятся в плоскости  $\alpha$ , принимая  $k = 1, 2, ..., N_{\rm kp}$  и  $i=1,2, ..., N_{\rm PC}$ . Далее определим соответствующие координаты  $\rho$  и *z* вершин зёрен (система (7)).

Зная координаты вершин зёрен в пространственной системе  $O_1 \rho \psi Z$  можно определить их положение в плоской системе O'YZ' (рис. 3)  $y'=\rho$ , z'=z.

Таким образом, можно установить соответствие между точками  $C_1, ..., C_j, ..., C_{N_{\alpha}}$  (рис. 1) и точками  $M_1, ..., M_i, ..., M_{N_{PC}}$  (рис. 3). Если ШК во время прохождения участка PQ имеет некоторый радиальный износ u, то линейный износ *i*-ой РК можно определить по формулам (5, 6).

#### 4. Моделирование рабочего слоя ШК

Под рабочим слоем будем понимать часть ШК, ограниченную номинальной РП и эквидистантной поверхностью, проходящей через наиболее близкую к оси ШК впадину реальной РП. В объёме рабочего слоя расположена реальная РП.

Величины 
$$r_i$$
,  $\varphi_{_{H_i}}$  и  $z_{_{H_i}}$  в системах (2) и (10) яв-

ляются случайными. Эти данные являются исходными для моделирования траектории движения вершины РК в пространстве и, в конечном итоге, для определения её положения в момент прохождения плоскости α.

Таким образом, приходим к необходимости моделирования рабочего слоя ШК. В ходе данного моделирования необходимо решить следующие задачи: 1) определить величины  $r_i$ ,  $\varphi_{H_i}$  и  $z_{H_i}$  для *i*-ой вершины РК рабочего слоя; 2) определить число зёрен в рабочем слое.

Из определения рабочего слоя следует, что при его моделировании величины  $r_i$ ,  $\varphi_{_{\mathrm{H}_i}}$  и  $z_{_{\mathrm{H}_i}}$  должны

удовлетворять следующим требованиям:  $r \in [P : (P - d)]$ 

$$\varphi_{\mathbf{H}_{i}} \in [0; 2 \cdot \pi), \qquad z_{\mathbf{H}_{i}} \in [0; H_{\mathrm{KP}}].$$

где  $d_{\max}$  - максимальный размер АЗ ШК [1, 2]. В качестве закона распределения величин  $\varphi_{H_i}$  и  $z_{H_i}$ 

примем равномерный в силу равномерности распределения АЗ в теле ШК. В качестве закона распределения величины  $r_i$  примем закон β-распределения, что соответствует экспериментальным исследованиям. Параметры данного закона, а также глубина рабочего слоя были определены в результате собственных экспериментальных исследований топограмм ШК различных характеристик [11], а также представлены в работах Л.Н. Филимонова [9]. Для определения числа режущих кромок рабочем слое предварительно моделировали наружный слой ШК глубиной  $h_{\rm HC} \ge 2 \cdot d_{\rm max}$ , равномерно заполнив его сферами, описанными вокруг зёрен. Затем выделили зёрна, вершины которых попали в рабочий слой. Среднее число зёрен в наружном слое  $N_{\rm HC}$  можно определить по следующей формуле:

$$N_{\rm HC} = V_{\rm HC} \cdot C_1 \cdot \rho_{\rm AM} \cdot n_{\rm AM}, \quad V_{\rm HC} = \pi \cdot (2 \cdot R_{\rm kph} - h_{\rm HC}) \cdot H_{\rm kp} \cdot h_{\rm HC},$$
$$C_1 = \frac{62 - 2 \cdot C_y}{100},$$

где  $V_{\rm HC}$  – объём наружного слоя, мм<sup>3</sup>;  $C_1$  – относительное содержание абразивного материала в ШК;  $\rho_{\rm am}$  - плотность шлифовального материала [3], г/мм<sup>3</sup>;  $n_{\rm AM}$  - число зёрен в 1 г шлифовального материала [3, 10];  $C_y$  - номер структуры ШК [7];  $h_{\rm HC}$  - глубина наружного слоя, мм.

На основе разработанных математических моделей рабочего слоя ШК, движения вершины АЗ и процесса формообразования поперечного микропрофиля детали созданы алгоритмы их реализации на ЭВМ. Данные алгоритмы были реализованы в среде математического пакета MathCAD.



**Рис. 3.** Относительное положение ШК и детали в момент начала формирования микропрофиля в плоскости α на рассматриваемом участке *PQ* при цилиндрическом шлифовании.

#### Выводы и результаты

 Предложено теоретическое решение формирования поперечного микропрофиля детали в некоторой плоскости α, отличающаяся тем, что учитывает пространственное расположение РК на РП ШК.

2) Разработана математическая модель РП ШК, которая позволяет учитывать распределение вершин режущих кромок по глубине с учётом их индивидуального износа.

3) Разработаны кинематические модели движения РК в пространстве при различных методах шлифования.

4) Разработаны имитационная модель формирования поперечного микропрофиля детали. 5) Разработаны алгоритмы реализации полученных моделей на ЭВМ. Создано оригинальное программное обеспечение.

6) Разработанный комплекс математических моделей позволяет оценивать максимальную глубину внедрения режущих кромок зёрен круга на последнем рабочем ходе ШК в рассматриваемом сечении детали.

7) Разработанный комплекс моделей может быть использован для относительной оценки влияния различных условий шлифования на параметры шероховатости обработанной поверхности. Для абсолютной оценки в имитационную модель необходимо включить механизм образования навалов с учётом неровностей микропрофиля детали до внедрения РК.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Байкалов А.К. Введение в теорию шлифования материалов / А.К. Байкалов. - Киев: Наукова думка, 1978. - 207 с.
- Бишутин С.Г. Обеспечение требуемой совокупности параметров качества поверхностных слоев деталей при шлифовании / С.Г. Бишутин. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 144с.: ил. - ISBN 5-94275-128-5.
- 3. Ипполитов Г.М. Абразивно-алмазная обработка. / Г.М. Ипполитов. М.: Машиностроение, 1969. 334 с.
- Корчак С. Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей / С.Н. Корчак. - М.: Машиностроение, 1974 – 280 с.
- 5. *Маслов Е. Н.* Теория шлифования материалов / Е.Н. Маслов. М.: Машиностроение, 1974.- 320 с.
- 6. Никифоров И.П. Стохастическая модель процесса шлифования / И.П. Никифоров // Известия вузов. Машиностроение. – 2003. - №6. – С. 64-72.
- 7. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т. 2 / Под ред. А.М. Дальского, А.Г. Суслова, А.Г. Косиловой и

*Р.К. Мещерякова.* – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение-1, 2001. - 944 с., ил.

- Степанов Ю.С. Имитационное моделирование процесса внутреннего шлифования сборным комбинированным инструментом / Ю.С. Степанов, И.Ф. Щадрин, А.И. Поляков // Справочник. Инженерный журнал. – 2007. - №6. – С. 33-35.
- Филимонов Л. Н. Высокоскоростное шлифование / Л.Н. Филимонов. - Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1979.- 248 с.
- 10. Экспериментальное определение реальной штучной плотности абразивного материала / В.В. Федотов, О.В. Казанцева, К.С. Пикалёва и др. // Научно-техническое творчество: проблемы и перспективы. Сборник статей V Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции-семинара – Самара, 2010. – С. 74-79. - ISBN 978-5-7964-1202-2.
- 11. Широков А.В. Исследование топограмм шлифовальных кругов различных характеристик / А.В. Широков, А.П. Осипов // Известия вузов. Машиностроение. 2011. № 10. С. 55-59.
- 12. Широков А.В. К вопросу о прогнозировании и обеспечении параметров шероховатости шлифованной поверхности / А.В. Широков, А.П. Осипов // Известия вузов. Машиностроение. 2007. №6. С. 76-88.

### SIMULATION OF FORMING OF GROUND SURFACE

© 2011 A.V. Shirokov, A.P. Osipov

The branch of the Samara State Technical University in Syzran

The model of forming of ground surface, model of moving of abrasive grain, model of surface of grinding wheel were described. Key words: rinding, grinding wheel, ground surface, simulation

Shirokov Aleksej Vladimirovich, senior teacher of department "Technology of engineer", E - mail: alien\_555@inbox.ru; Osipov Alexander Petrovich, candidate of science (technology)associate professor, 3a8. by a department "Technology of engineer", dean of mechanical faculty, E - mail: mf@mfsyzran.ru